الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

مديرية التربية لولاية تيارت
ثانوية: جبار عائشة -تيارت-
دورة: ماي 2024

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا و30د

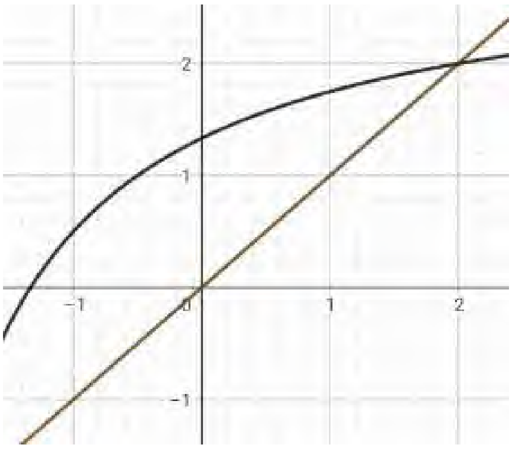
على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-3;+\infty[$ كمايلي: $f(x) \quad \frac{3x+4}{x+3}$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y \quad x$



(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $-1 \quad u_0$ ،

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $f(u_n) \quad u_{n+1}$ (أنظر الشكل المقابل)

أ)- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

ج)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 \leq u_n < 2$

3)- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

4)- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: : $v_n \quad \dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

أ)- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب)- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج)- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n \quad v_0+v_1+\cdots+v_n$

د)- واستنتج بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n \quad e^{v_0}\times e^{v_1}\times\cdots\times e^{v_n}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z+\sqrt{3}-i)(z-2i)(z^2-8\sqrt{3}z+64) \quad 0$

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب $Z_A \quad 4\sqrt{3}-4i$ ، $Z_B \quad 4\sqrt{3}+4i$ ، $Z_C \quad -\sqrt{3}+i$ و $Z_D \quad 2i$

2) أ)- أكتب Z_A و Z_B على الشكل الأسي .

ب)- بين أن العدد Z_B^{1962} حقيقي.

ج)- أحسب الأطوال OA ، OB و AB ، واستنتج طبيعة المثلث OAB .

3)- نسمي G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(O,-1);(D,1);(B,1)\right\}$

أ)- تحقق من وجود G وبين أن لاحقتها $Z_G \quad 4\sqrt{3}+6i$

ب)- بين أن الرباعي $OBGD$ متوازي أضلاع .

ج)- ماهي طبيعة المثلث AGC ؟

التمـرين الثالث: (04 **نقاط**)

تتكون جمعية من 10 رجال و 5 نساء من بينهم رجل واحد اسمه زيد ،

نريد تشكيل لجنة مكونة من : رئيس ، نائب ،كاتب و أمينا للمال .

1)- ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها ؟

2)- احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " اللجنة تضم زيد في منصب الرئيس "

B " اللجنة تضم ثلاث رجال على الأكثر "

C " اللجنة تضم إمرأتان على الأقل "

3)- علما أن اللجنة تضم إمرأتان على الأقل ، ماهو احتمال أن يكون فيها زيد في منصب الرئيس ؟

4)- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة

أ)- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله

ب)- أحسب $E(X)$

د)- أحسب احتمال الحدث $\ln X > 0$

التمـرين الرابع: (07 **نقاط**)

I)- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) \quad x^2+1-\ln x$

1)- أحسب نهاية الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3)- استنتج من أجل كل x من $]0;+\infty[$ إشارة $g(x)$.

II)- نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) \quad x+\frac{1}{2}+\frac{\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1)- أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

2)- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3)أ- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y \quad x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب)- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

4) أ - بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x) \quad \dfrac{g(x)}{x^2}$

ب)- إستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

5)- أُكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

6)- بين أن المعادلة $f(x) \quad 0$ حلا وحيدا α حيث $\alpha \in \left]\frac{1}{2};1\right[$.

6)- أُرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) \quad \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

1)- أحسب $h'(x)$ ، ماذا تستنتج؟

2)-أحسب بالسنتيمتر مربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y \quad 0$، $x \quad 1$ و $x \quad e$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) و المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 & \frac{3}{2} \\ u_{n+1} & \dfrac{6u_n - 2}{u_n + 3} \end{cases}$

1)أ – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} \quad 6 - \dfrac{20}{u_n + 3}$

ب) – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2} \leq u_n \leq 2$

2)أ – أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب)– استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3)أ– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - u_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - u_n)$

ب) – استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - u_n \leq \frac{1}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$

ج) – أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U على 10 كريات ، منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ: -2 ، -1 ، 0 ، 1 و 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -1 ، 0 و 1 وكريتين سوداوين مرقمتين بـ -1 و 1 .

و يحتوي صندوق V على 9 كريات ، منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 و 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3 ، 2 و 3 وكرية سوداء مرقمة بـ: -1 . (لايمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا أربع كريات في آن واحد من أحد الصندوقين بالكيفية الآتية :

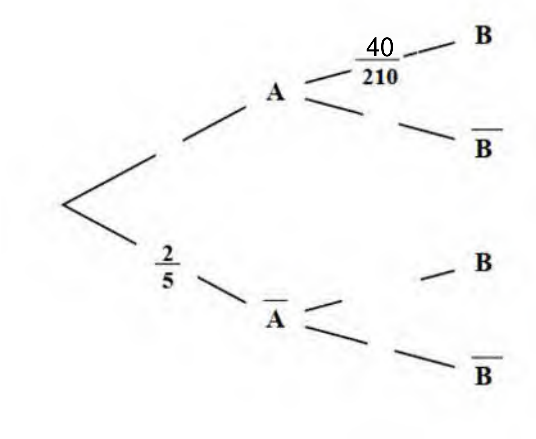
نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من الصندوق W به 5 بطاقات متماثلة ، منها ثلاث بطاقات بيضاء وبطاقتين صفراوين

إذا تحصلنا على بطاقة بيضاء نسحب أربع كريات من صندوق U

إذا تحصلنا على بطاقة صفراء نسحب أربع كريات من صندوق V

نسمي الحادثة A : " الحصول على بطاقة بيضاء "

نسمي الحادثة B : " الحصول على اربع كريات مجموع أرقامها معدوم "



1)– أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها موضحا طريقة الحساب .

2)– أحسب $P(B)$ ثم أحسب $P_{\overline{B}}(A)$

3)– ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة

أ)– عين قيم المتغير العشوائي X ب)– عرف قانون احتماله .

ج)– احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم استنتج $E(1445X + 2024)$.

التمرين الثالث: (05 **نقاط**)

1)- $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث $P(z) \quad z^3+2z^2-16$

أ)- تحقّق أن 2 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$

ب)- جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) \quad (z-2)(z^2+\alpha z+\beta)$

ج)- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) \quad 0$

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A ، B و D

نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب : $Z_A \quad -2-2i$ ، $Z_B \quad 2$ و $Z_D \quad -2+2i$

1) أكتب Z_A ، Z_B و Z_D على الشكل الأسي .

2)- احسب اللاحقة Z_C للنقطة C حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

3)- لتكن E صورة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ ولتكن F صورة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$

–أحسب Z_E و Z_F لاحقتي النقطتين E و F على الترتيب.

3)أ- بين أن $\frac{Z_F-Z_A}{Z_E-Z_A} \quad i$

ب)- استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الرابع: (07 **نقاط**)

I)– نعتبر الدّالة العدديّة g المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) \quad x-1+e^{-x}$

1)- أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

2)- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3)- أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\geq 0$

II) نعتبر الدّالة العدديّة f المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) \quad \frac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1)- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، وبين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad 0$ ثم فسر النتيجتين بيانيا .

2) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x) \quad \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

ب)- إستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3)أ- أُكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب)- تحقق انه من أجل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $\frac{xg(x)}{1+g(x)} \quad x-f(x)$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

ج)- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها .

6)- أُرسم (T) و (C_f) .

7)- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) \quad m$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) \quad f(-|x|)$

1)- بين أن الدالة h دالة زوجية

2)- أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3)- اشرح كيفية انشاء (C_h) المنحني الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئه .

بالتوفيق في إمتحان شهادة البكالوريا 2024