الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية البويرة — الشعبة: علوم تجريبية
ثانوية المجاهد: أوموسى بوجمعة — دورة: ماي 2024

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04,5 ن):

من أجل تحضير امتحان استدراكي لمادة الرياضيات في ثانوية أوموسى بوجمعة أرادت مديرة الثانوية اختيار لجنة تضم

3 أعضاء من هيئة التدريس التي تتكون من 3 أستاذات و 4 أساتذة، أستاذتان وأستاذ من ثانوية أوموسى و أستاذة و 3 أساتذة من ثانوية قطاف.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية: A: " توجد أستاذة واحدة في اللجنة". B: "توجد على الأقل أستاذة في اللجنة".
C "أعضاء اللجنة كلهم من ثانوية قطاف". D" اللجنة تضم أستاذتان من أوموسى وأستاذة من قطاف"

2. توجد في هيئة التدريس الأستاذة العارفي والأستاذة بن يوسف، ولتكن:
الحدث E"إما الأستاذة العارفي وإما الأستاذة بن يوسف في اللجنة". والحدث F"أن لا تكون الأستاذة العارفي في اللجنة"
أ. بين أن $P(E)=\frac{4}{7}$، ثم أحسب $P(F)$.
ب. أحسب احتمال أن لا تكون الأستاذة بن يوسف في اللجنة علما أن الأستاذة العارفي ليست من ضمنها.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الأستاذات اللواتي لم يشاركن فيها.
عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني (04 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=3-\frac{2}{U_n}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2< U_n \leq 3$

2. بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

3. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $V_n=\ln\left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right)$
أ. بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ يطلب تعيين حدها الأول.
ب. أكتب V_n بدلالة n، ثم بين أن $U_n=\frac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$.
ج. أحسب نهاية المتتالية (U_n).

4. أ.أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=V_0+V_1+V_2+\cdots+V_n$.

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

ب. بين أن $\left(\frac{U_0-1}{U_0-2}\right)\times\left(\frac{U_1-1}{U_1-2}\right)\times\left(\frac{U_2-1}{U_2-2}\right)\times\ldots\times\left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right)=2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$

التمرين الثالث (04 ن):

1.نعتبر العدد المركب $z=1+i$ و n عدد طبيعي, يكون z^n حقيقيا سالبا إذا كان:

أ. $n=8k+4$ $(k\in\mathbb{N})$ ب. $n=4k+8$ $(k\in\mathbb{N})$ ج. $n=8k$ $(k\in\mathbb{N})$

2. إذا كان الأمل الرياضياتي لمتغير عشوائي X يساوي 2 $(E(X)=2)$ فإن $E(2024X+1445)$ يساوي:

أ. 4048 ب. 5493 ج. 2890

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'=2y+5$ والذي يحقق $y(\ln 2)=1$ هو:

أ. $y(x)=e^{x\ln 2}-\frac{5}{2}$ ب. $y(x)=7e^{2x}-\frac{5}{2}$ ج. $y(x)=\frac{7}{8}e^{2x}-\frac{5}{2}$

4. A، B و C نقط لواحقها على الترتيب: $z_A=1+2i$، $z_B=1-2i$ و $z_C=i$. لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع هي:

أ. $z_D=5i$ ب. $z_D=1-i\sqrt{3}$ ج. $z_D=1+i$

التمرين الرابع (07,5 ن):

أولا: g دالة معرفة على المجال $]-\infty,1[$ بـــ: $g(x)=x^2-2x-1+\ln(1-x)$

1.أحسب نهايتي الدالة g عند طرفي مجموعة تعريفها.

2.أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,32<\alpha<-0,31$

4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty,1[$.

ثانيا: f دالة معرفة على المجال $]-\infty,1[$ بـــ: $f(x)=\frac{x^2+2x-2-\ln(1-x)}{1-x}$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1.أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to1}f(x)$، ثم فسر النتيجة الثانية بيانيا.

2. تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty,1[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{(1-x)^2}$.

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين وحيدين β و γ حيث $0,5<\beta<0,6$ و $-3<\gamma<-3,2$.

5. اكتب معادلة لـــ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

6. أحسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

7. أدرس الوضعية النسبية لـــ (C_f) و (Δ).

8. أرسم (T)، (Δ) و (C_f).

9. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(x+1)^2=\ln(1-x)+3-mx+m$.

DZPEN.COM | منـــصـــة الـقـــلـــم الـجـــزائـــري

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 ن):

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس منها 2 كريات خضراء و 3 كريات حمراء.

1.نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من الصندوق ونرمز بـــ X للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ. تحقق أن $P(X=0)=\frac{3}{10}$، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X، وأحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب. أحسب احتمال الحادثة A"الكريتان المسحوبتان من نفس اللون"

2. نسحب الآن كريتين من الصندوق على التوالي بالطريقة التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أما إذا كانت الكرية المسحوبة خضراء لا نعيدها إلى الصندوق. نرمز للكرية الخضراء بالرمز V وإلى الكرية الحمراء بالرمز R.

أ. أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

ب. أحسب احتمال الحادثتين: B" الكرية المسحوبة الأولى خضراء"

C" إحدى الكريتين المسحوبتين خضراء"

ج. بين أن احتمال أن يبقى في الصندوق كريتين خضراوين هو $\frac{9}{25}$.

التمرين الثاني (04,5 ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1,+\infty[$ بـــ: $f(x)=1+\sqrt{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. و (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y=x$ كما هو موضح في الشكل المقابل.

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0=\frac{5}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$.

1.أ.أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2 و U_3 دون حسابها.

ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

2.أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1<U_n<2$

ب. أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3.لتكن المتتالية (V_n) المعرفة بحدها العام من أجل كل عدد طبيعي $V_n=e^{\frac{1}{2}+2n}$.

أ.بين أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

DZPEN.COM | منـــصـــة الـقـــلـــم الـجـــزائـــري

4 .أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

التمرين الثالث (04 ن):

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 2z + 5 = 0$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{u}, \vec{v})$ النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A = 3 + 2i$، $z_B = -3$، $z_C = -(1 + 6i)$ و $z_D = 1 - 2i$.

أ. أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $z = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$.

ب. أكتب العدد المركب z على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث DAB.

3.أ. لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$.

ب. أحسب z_G لاحقة النقطة G.

ج. عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث:

$$\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 4\sqrt{5}$$

التمرين الرابع (07,5 ن):

I.نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x) = (2x + 1)e^{-x} + 1$.

1.أحسب نهايتي الدالة g.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $\alpha \in]-0{,}74; -0{,}73[$.ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II.لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = (-2x - 3)e^{-x} + x$، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1.أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2.بين أن من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$, ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3.بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{2}{2\alpha + 1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4.بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـــ (C_f) بجوار $+\infty$.

5.ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (Δ).

6.بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثيها, ثم أكتب معادلة المماس (T) لـــ (C_f) عند I.

7.أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

8.بين أن الدالة $H: x \to (2x + 5)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h: \to (-2x - 3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

9.أحسب بـــ c^2 المساحة $A(\alpha)$ للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات المعرفة بالمعادلات $y = x$، $x = \alpha$ و $x = 2$.

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري