الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني
أركان الجيش الوطني الشعبي
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2023 / 2024
اختبار الثلاثي الثالث
المستوى: الثالثة ثانوي. الشعبة: علوم تجريبية

المادة: رياضيات
المدة : 03 ساعات و نصف

على المترشح اختيار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول(04نقاط):

يحتوي صندوق U_1 على خمس كرات ثلاث منها تحمل الرقم 2 و كرتان تحملان الرقم 3 ويحتوي صندوق U_2 على خمس كرات منها ثلاثة بيضاء واثنتان حمراوين.(الكرات لانفرق بينها عند اللمس).

- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 ونسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي أن واحد n كرة من الصندوق U_2 حيث n يمثل الرقم المسجل على الكرة المسحوبة من الصندوق U_1.

1) أ- أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة العشوائية .

ب- بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء هو $\frac{1}{25}$.

ج- ما هو احتمال الحصول على كرتان حمراوان علما أن الكرة المسحوبة من U_1 تحمل رقم 3.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد كرات الحمراء المسحوبة.

أ- بين أن: $P(X=0)=\frac{11}{50}$.

ب- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضياتي.

التمرين الثاني(04نقاط):

1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 وأساسها r.

أ- عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=210 \end{cases}$.

ب- أكتب u_n بدلالة العدد الطبيعي n. ثم أحسب بدلالة المجموع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

2) نعتبر المتتالية المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=e^{11-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النيبري.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ماذا تستنتج ؟.

ج- أحسب بدلالة n المجموع : $T_n=v_{n-1}+v_n+...+v_{2n+1}$ و الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times...\times v_n$.

د- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين الثالث (05نقاط):

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)=z^3-12z^2+48z-128$.

أ- بين أن العدد 8 هو جذر لـ $P(z)$.

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلةذات المجهول المركب z التالية : $P(z)=0$.

A / B / C لواحقها

$z_A=2-2i\sqrt{3}$

$z_B=\overline{z_A}$; $z_C=8$

ج- احسب العدد Z حيث : $Z=\frac{Z_A-Z_C}{Z_B-Z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

د- عين إحداثيي النقطة G مرجح الجملة $\{(A;|Z_A|),(B;|Z_B|),(C;|Z_C|)\}$.ثم علمها في نفس المعلم السابق.

هـ- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الرابع(07نقاط):

I. g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ واستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{(x+1)}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1) أ- بين أن: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، ثم احسب $\lim_{x\to-1}f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

ب- بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعين معادلة له.

د- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=x-1$.

2) أ- بين أنه من اجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$. ($f'$ هي مشتقة الدالة f).

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f .ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_1 و x_2 حيث : $-0.52<x_1<-0.51$ و $1.36<x_2<1.37$.

3) أ- أرسم المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ب- عين الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

ج- أحسب بالسنتيمتر المربع المساحة S للحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=-\frac{1}{2}$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الاول.

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04نقاط):

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ,منها خمس كريات حمراء مرقمة : 1,1,0,2,2
وخمس كريات خضراء مرقمة : 2,2,1,0,0
نسحب عشوائيا وفي ان واحد اربع كريات من هدا الصندوق

1) أحسب احتمال كل من الاحداث التالية:
A" الحصول علي 4 كريات من نفس اللون "
B "الحصول علي 4 كريات مجموع أرقامها يساوي مجموع أرقام العدد 2024 "
C"الحصول علي ثلاث كريا ت حمراء"

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب 4 كريات الرقم الأكبر بين الأرقام الأربعة
أ. عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله
ب. أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X
ج. احسب احتمالالحدث : "$|X-1|=(-1)^n$ حيث n عدد طبيعي.

التمرين الثاني (04نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة علي $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_n^{n+1} e^{2-x}dx$

1) أحسب u_0 ثم بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$
2) أكتب u_n بدلالة العدد الطبيعي n ثم أثبت ان (u_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها.
3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها .
5) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_0+...+u_{n-1}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث (05نقاط):

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-6z+10=0$
   - استنتج حلول المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(\bar{z}+2)^2-6(\bar{z}+2)+10=0$
2. في المستوي المركب المنسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A , B , C و D التي لواحقها على الترتيب:
$z_D=1-i; z_c=1+i; z_B=3+i; z_A=3-i$

أ. أكتب كلا من z_c و z_D علي الشكل الأسي .ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\left(\frac{z_c}{z_D}\right)^n=i$

ب. عين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ج. لتكن النقطة E التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران R
   - تحقق أن لاحقة F هي : $z_F=5+3i$
   - استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.

د. عين المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $K\in\mathbb{R}_+^*$

هـ. عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1+xe^{x}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. لتكن الدالة f العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x+e^{x}}{e^{x}-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

2) بين أنه من اجل كل $x\in\mathbb{R}^{*}$: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(e^{x}-1)^{2}}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور النواصل في نقطةوحيدة فاصلتها α حيث: $-0.6<\alpha<-0.5$

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الي المستقيم (Δ)

7) ارسم (Δ) و (C_f)

8) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x)=m$ حلان مختلفان في الاشارة.

9) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ بـ: $h(x)=\dfrac{|x|+e^{|x|}}{e^{|x|}-1}$

أ. بين أن الدالة h زوجية

ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

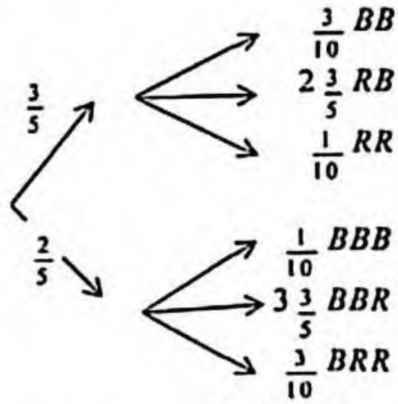
انتهى الموضوع الثاني

التصحيح النموذجي للاختبار الثالث في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) أ- شجرة الاحتمال 1



ب- $P(BBB)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{25}$ 0.50

ج- $P=\frac{3}{5}$ 0.5

2) أ- $P(X=0)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{11}{50}$ 1

ب-

X_i	0	1	2
P_i	$\frac{11}{50}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{9}{50}$

$E(X)=\sum_{i=0}^{2}X_iP_i=\frac{24}{25}$. 0.5

التمرين الثاني:

1) من العلاقة الأولى نجد $U_2=8$ أي $U_0=8-2r$

نعوضها في العلاقة الثانية نجد $r^2=9$ 0.5

إما $r=-3$ مقبولة أو $r=3$ مرفوضة 0.25

نعوض نجد $U_0=14$.

ب- $U_n=14-3n$ ، 0.25

$S_n=\frac{n+1}{2}(14+14-3n)=\frac{1}{2}(n+1)(28-3n)$. 0.5

2) أ) $V_{n+1}=e^{14-3(n+1)}=e^{-3}V_n$ 0.5

إذن (V_n) متتالية هندسيا أساسها $q=e^{-3}$ وحدها الأول 0.25

$V_0=e^{14}$.

ب- $\lim_{x\to+\infty}V_n=\lim_{x\to+\infty}(e^{14-3n})=0$ 0.25

نستنتج أن (V_n) متتالية متقاربة. 0.25

ج- $T_n=V_{n-1}\frac{e^{-3(n+3)}-1}{e^{-3}-1}=e^{17}e^{-3n}\frac{e^{-3(n+3)}-1}{e^{-3}-1}$ 0.5

$P_n=e^{S_n}=e^{\frac{1}{2}(n+1)(28-3n)}$ 0.5

د- $\lim_{x\to+\infty}P_n=0$. 0.25

التمرين الثالث:

1) أ- $P(8)=0$ إذن 8 جذرا لـ $P(z)$ 0.25

بالقسمة الاقليدية نجد:

$P(z)=(z-8)(z^2-4z+16)$ 0.5

$P(z)=0$ يكافئ $z-8=0$ أو $z^2-4z+16=0$ 0.25

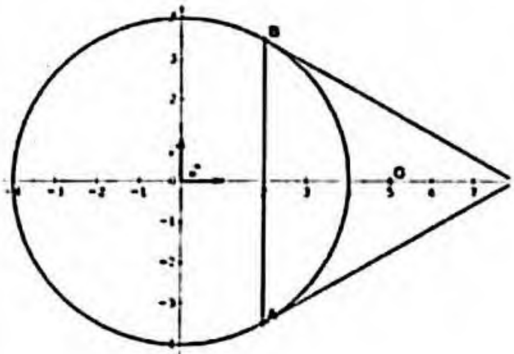
أي $z=8$ أو $\Delta=-48=(i4\sqrt{3})^2=(-i4\sqrt{3})^2$ 0.25

$z_1=2-2i\sqrt{3}$ أو $z_2=2+2i\sqrt{3}$. 0.25

إذن مجموعة حلول المعادلة هي:

$S=\{8,2-2i\sqrt{3},2+2i\sqrt{3}\}$.

2) أ- $Z_A=4(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3}))$. 0.5



1

ب- $(Z_A)^n=4e^{\frac{n\pi}{3}i}$ يكون عدد حقيقي موجب إذا كان : 0.5

$\frac{n\pi}{3}=2k\pi$ أي $n=6k$ حيث k عدد طبيعي.

ج- $Z=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ 0.25

$|Z|=1$ و $\arg(Z)=\frac{\pi}{3}$ إذن: ABC مثلث متقايس الأضلاع 0.25

د- $Z_G = \frac{4Z_A+4Z_B+8Z_C}{16} = 5$ إذن: $G(5;0)$ — 0.25

هـ- $\|\vec{MA}+\vec{MB}+2\vec{MC}\| = \|\vec{MA}+\vec{MC}-2\vec{MC}\|$ — 0.5

اي $\|4\vec{MG}\| = \|\vec{CA}+\vec{CB}\|$ اي $MG=3$

إذن مجموعة النقط Γ هي دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها 3. — 0.25

التمرين الثالث:

I. 1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1,+\infty[$ ولدينا:

$g'(x) = 2x+2+\frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)^2+1}{x+1}$. — 0.25

$g'(x) > 0$ من اجل كل x من $]-1,+\infty[$ — 0.25

إذن: الدالة g متزايدة تماما على $]-1,+\infty[$. — 0.25

جدول تغيرات: — 0.25

x	-1 $\quad$ $+\infty$
$g(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

2) $g(0)=0$ — 0.25

إشارة $g(x)$:

x	-1 $\quad$ 0 $\quad$ $+\infty$
$g(x)$	- $\quad$ 0 $\quad$ +

— 0.25

II. 1) أ- لدينا: بوضع $X = x$

تزايد المقارن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x+1} = \lim_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{X} = 0$ — 0.25

و $\lim_{x\to+\infty}(x-1) = +\infty$ إذن: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. — 0.25

$\lim_{x\to-1} f(x) = +\infty$ — 0.25

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=-1$. — 0.25

ب- لدينا:

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x-1)) = \lim_{x\to+\infty}(-\frac{\ln(x-1)}{x-1}) = 0$ — 0.25

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x-1$ بجوار $+\infty$. — 0.25

جـ- دراسة الوضع النسبي:

ندرس إشارة الفرق $f(x)-(x-1) = -\frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

x	-1	0	$+\infty$
$x+1$	+		+
$\ln(x+1)$	-	0	+
$f(x)-y$	+	0	-
الوضعية	(C_f) يقع أعلى (Δ)	يتقاطعان في $(0;-1)$	(C_f) يقع أسفل (Δ)

— 0.5

2) أ- تبيان أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$. — 0.5

ب- إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ لأن المقام موجب — 0.25

ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-1;0]$ ومتزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$. — 0.25

جدول تغيرات: — 0.25

x	-1 $\quad$ 0 $\quad$ $+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ -1 ↗ $+\infty$

ج- الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]-0.52;-0.51[$

و $f(-0.51) = -0.054$ و $f(-0.52) = 9.1\times10^{-3}$. — 0.5

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_1 في المجال $]-0.52;-0.51[$.

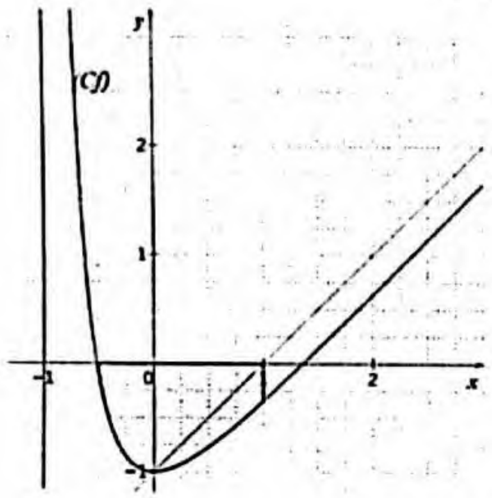
- الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]1.36;1.37[$

و $f(1.37) = 5.9\times10^{-3}$ و $f(1.36) = -3.8\times10^{-3}$. — 0.5

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_2 في المجال $]1.36;1.37[$.

اي المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_1 و x_2.

3) أ- الرسم: — 0.25 + 0.5



ب- الدوال الأصلية للدالة f هي:

$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}[\ln(x+1)]^2 + C$. — 0.5

حيث $C\in\mathbb{R}$.

ج- $S = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} -f(x)dx = -[F(x)]_{-\frac{1}{2}}^{1}$

$S = \frac{9}{8}\times4 = \frac{9}{2}cm$. — 0.25

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) حساب احتمال الحوادث A* الحصول على 4 كريات من نفس اللون: $P(A)=\frac{C_5^4+C_5^4}{C_{10}^4}=\frac{5+5}{210}=\frac{1}{21}$ B الحصول على 4 كريات مجموع أرقامها يساوي مجموع أرقام العدد 2024: $P(B)=\frac{C_4^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{210}$ C* الحصول على ثلاث كريات حمراء: $P(C)=\frac{C_5^3C_5^1}{C_{10}^4}=\frac{50}{210}=\frac{5}{21}$	0.5 0.5 0.5	01.5
2) قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1;2\}$	0.25	0.25
الكرات الأربع لا تحمل الرقم 2: $P(X=1)=\frac{C_6^4}{C_{10}^4}=\frac{15}{210}=\frac{1}{14}$	0.5	01
سحب على الأقل كرة تحمل الرقم 2: $P(X=2)=1-P(X=1)=1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$	0.5	
حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X: $E(X)=1\times\frac{1}{14}+2\times\frac{13}{14}=\frac{27}{14}$	0.25	0.25
حساب احتمال الحادثة "$\lvert X-1\rvert=1$" ومنه: $X-1=1$ أو $X-1=-1$ أي: $X=0$ أو $X=2$ $P(\lvert X-1\rvert=1)=P(X=0)+P(X=2)=0+\frac{13}{14}=\frac{13}{14}$	0.5 0.5	01
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) حساب u_0: لدينا $u_0=\int_0^1 e^{2-t}$ ومنه $u_0=\left[-e^{2-t}\right]_0^1=e^2-e^1$	0.5	01
من أجل كل عدد طبيعي n تكون: $e^{2-t}>0$ و $n+1>n$ ومنه $u_n>0$	0.5	
2) إيجاد عبارة u_n $u_n=\int_n^{n+1}e^{2-t}=\left[-e^{2-t}\right]_n^{n+1}=e^{2-n}-e^{1-n}=e^{1-n}(e-1)$ أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها لدينا $u_n=e^{1-n}(e-1)$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=e^{-n}(e-1)$ أي $u_{n+1}=e^{-1}u_n$	0.5 0.5	01
3) $u_{n+1}-u_n=\int_{n+1}^{n+2}e^{2-t}-\int_n^{n+1}e^{2-t}=e^{-n}(-1+2e^1-e^2)=-e^{-n}(1-e^1)^2$ ومنه: $u_{n+1}-u_n<0$ من أجل كل عدد طبيعي n (u_n) متناقصة تماما	0.5	0.5
4) بما أن (u_n) متناقصة تماما و محدودة من الأسفل $0<u_n$ فهي متقاربة $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$	0.5 0.25	0.75

0.75	0.5 0.25	5) $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ $= \left[-e^{1-x}\right]_0^1 + \left[-e^{1-x}\right]_1^2 + \left[-e^{1-x}\right]_2^3 + \dots + \left[-e^{1-x}\right]_{n-1}^n$ $= e^1 - e^{1-n}$ $= e^1\left(1-e^{-n}\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n = e^1$
		التمرين الثالث: (5 النقاط)
0.75	0.25 +0.25+0.25	1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$: $\Delta=-4=4i^2$ ومنه $\Delta=-4=4i^2$ و $z_1=3+i$ و $z_2=3-i$
0.5	0.25 0.25	استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $\left(\bar{z}+2\right)^2-6\left(\bar{z}+2\right)+10=0$ $\bar{z}+2=3+i$ ومنه $\bar{z}=1+i$ ومنه $z=1-i$ $\bar{z}+2=3-i$ ومنه $\bar{z}=1-i$ ومنه $z=1+i$
01	0.5 0.5	2. كتابة كلا من z_c و z_D على الشكل الأسي: $z_C=1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_D=1-i=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
0.75	0.25 0.25 0.25	1. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_c}{z_D}\right)^n=i$ $\left(\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^n=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\frac{n\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ ومنه $n=1+4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$
0.5	0.25 0.25	3. تعين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ $z'-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z-z_A\right)$ ومنه $z'=i\left(z-z_A\right)+z_A$ ومنه $z'=i(z-3+i)+3-i$ ومنه $z'=iz-3i-1+3-i$ ومنه $z'=iz-4i+2$
	0.25	4. التحقق أن لاحقة F هي: $z_F=5+3i$ $z'=i(7-3i)-4i+2=7i+3+2-4i=5+3i=z_F$
0.5	0.25 0.25	▪ استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير لدينا $z_F-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z_E-z_A\right)$ يكافئ $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ لدينا $\left\lvert\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}\right\rvert=1$ ومنه $EA=FA$ و $Arg\left(\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}\right)=i\frac{\pi}{2}$ أي $\left(\overline{AE};\overline{AF}\right)=\frac{\pi}{2}$ ومنه المثلث AFE قائم في A ومتساوي الساقين
01	0.5 0.5	5. تعين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $K\in\mathbb{R}_+^*$ مجموعة النقط M هي نصف المستقيم $[DM)$ باستثناء المبدأ D وميله $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\lvert z-1-i\rvert=\lvert z-1+i\rvert$ $\lvert z-1-i\rvert=\lvert z-1+i\rvert$ يكافئ $\lvert z-(1+i)\rvert=\lvert z-(1-i)\rvert$ يكافئ $\lvert z-z_C\rvert=\lvert z-z_D\rvert$ ومنه $CM=DM$ مجموعة النقط M هي محور القطعة $[CD]$

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td><u>التمرين الرابع:</u> (7نقاط)</td></tr>
<tr><td><u>01</u></td><td><u>0.25</u>
<u>0.5</u>
<u>0.25</u></td><td>1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي: $g'(x)=e^x(1+x)$
من أجل كل x من $\mathbb{R}$ تكون إشارة $g'(x)$ من اشارة $(1+x)$ وعليه
<table><tr><td>$-\infty$ -1 $+\infty$</td><td>x</td></tr><tr><td>$-$ 0 $+$</td><td>$g'(x)$</td></tr></table>الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$</td></tr>
<tr><td><u>0.5</u></td><td><u>0.25</u>
<u>0.25</u></td><td>(2
<table><tr><td>$-\infty$ -1 $+\infty$</td><td>x</td></tr><tr><td>$-\infty$ ↘ $g(-1)$ ↗ $+\infty$</td><td>$g(x)$</td></tr></table>$g(-1)>0$ ومنه $g(x)>0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td><u>01.75</u></td><td><u>0.25+0.5</u>
<u>0.25+0.25</u>
<u>0.25+0.25</u></td><td>3) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(\frac{x}{e^x}+1\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)}=1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$
$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$
$x=0$ معادلة مستقيم مقارب ل (C_f) و $y=1$ معادلة مستقيم مقارب ل (C_f) بجوار $+\infty$</td></tr>
<tr><td><u>0.5</u></td><td><u>0.25</u>
<u>0.25</u></td><td>4) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ودالتها المشتقة هي:
$f'(x)=\frac{(1+e^x)(e^x-1)-e^x(x+e^x)}{(e^x-1)^2}$
$=\frac{-g(x)}{(e^x-1)^2}$</td></tr>
<tr><td><u>0.5</u></td><td><u>0.25</u>
<u>0.25</u></td><td>إشارة $f'(x)$ من اشارة $-g(x)$ وعليه $f'(x)<0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$
الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها</td></tr>
<tr><td><u>0.25</u></td><td><u>0.25</u></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘ 1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td><u>0.25</u></td><td><u>0.25</u></td><td>5) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$
$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+e^x}{e^x-1}+x\right)$
من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{g(x)}{e^x-1}\right)$
$=0$</td></tr>
</table>