الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
إمتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي
الشعبة علوم تجريبية

مديرية التربية لولاية المسيلة
ثانوية العلامة عبد الله بن غانم الدراجي
دورة ماي 2025

بكالوريا تجريبية في مادة الرياضيات — المدة :03 سا و 30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

صندوق U_1 يحتوي على 6 كريات حمراء و4 سوداء.

و صندوق U_2 يحتوي على 3 كريات حمراء و 1 كرية سوداء و 1 كرية زرقاء، جميع الكريات متماثلة.

1. نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي وبدون إرجاع من الصندوق U_1.
   أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لهذه الوضعية.
   ب- أحسب إحتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.
   ج- أحسب إحتمال الحصول على كرية حمراء على الأقل.
2. نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 وكرية واحدة من الصندوق U_2.
   ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.
   أ- عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.
   ب- أحسب أمله الرياضياتي ، التباين و الإنحراف المعياري.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n:

$$u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n} \quad \text{و} \quad v_n = \frac{u_n + 3}{u_n - 2}$$

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 2$.
   ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم إستنتج أنها متقاربة.
2. أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{5}{3}$ ثم عبر عن حدها العام v_n بدلالة n.
   ب- إستنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.
3. أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{1}{u_0 - 2} + \frac{1}{u_1 - 2} + ... + \frac{1}{u_n - 2}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $(z+3+2i)(z^2-z+5) = 0$

II) نعتبر في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب $z_A = 1 - 2i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -3 + 2i$ و $z_D = -1$

1. أ- أحسب $|z_A - z_D|$ ، $|z_B - z_D|$ و $|z_C - z_D|$.

ب- إستنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2. أكتب العدد المركب $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسي، ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC.

3. أ- عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$.

ب- بين أن الرباعي $ABCG$ مربع.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

1. g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \dfrac{\ln x}{x} + e$

أ- أدرس تغيرات الدالة g.

ب- أحسب $g\left(\dfrac{1}{e}\right)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

2. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{1}{2}(\ln x)^2 + ex - e$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، إستنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب- عين نهايات الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T).

5. ارسم (T) والمنحنى (C_f).

6. h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x) = x\left[(\ln x)^2 + a\ln x + b\right]$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.

أ- عين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$.

ب- أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x = \dfrac{1}{e}$ ، $x = 1$ و $y = ex - e$.

7. لتكن k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = e^{2x+1} + 2x^2 - e$

أ- أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $k(x) = f(e^{2x})$.

ب- بإستعمال مشتقة دالة مركبة عين إتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي كيس غير شفاف على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام: 0، 1، 1 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 0، 2 . كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع.

1. **أحسب إحتمال الأحداث التالية:**

A : " الكريات المسحوبة من نفس اللون"

B : " ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط في السحبات الثلاث"

C : " ظهور الرقم 1 مرتين فقط في السحبات الثلاث"

D : " الكرية المسحوبة ثانيا حمراء"

2. **بين أن:** $P(B \cap D) = \frac{17}{84}$

3. **ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات السوداء المتبقية في الكيس.**

أ- عين قيم المتغير العشوائي X واكتب قانون إحتماله.

ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

4. **ننزع الآن من الكيس الكريتان السوداوتان فتبقى فيه ثلاث كريات بيضاء وثلاث كريات حمراء.**

نسحب من الكيس كرية واحدة n مرة على التوالي مع الإرجاع في كل مرة.

أ- عبر بدلالة n عن إحتمال أن تكون كل الكريات المسحوبة من نفس اللون.

ب- أحسب إحتمال أن تكون في كل السحبات على الأقل كرية واحدة حمراء.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}$.

1. **أ- أحسب u_1 و u_2 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :** $0 < u_n < 3$.

2. **لتكن (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n :** $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب- اكتب v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n).

3. **(w_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n :** $w_n = \frac{3}{u_n}$ **، نضع** $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + ... + w_n$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = 1 - v_n$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = n + 1 + \frac{8}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

ج- أحسب نهاية: $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. عين العددين المركبين α و β حيث: $\begin{cases} \alpha+\beta=-1 \\ 2\overline{\alpha}+\beta=6i \end{cases}$

2. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط I ، A و B لواحقها على الترتيب $z_I=1$ ، $z_A=1-2i$ و $z_B=-2+2i$.

أ- أنشئ النقط I ، A و B.

ب- عين z_w لاحقة النقطة w مركز الدائرة (C) ذات القطر $[AB]$.

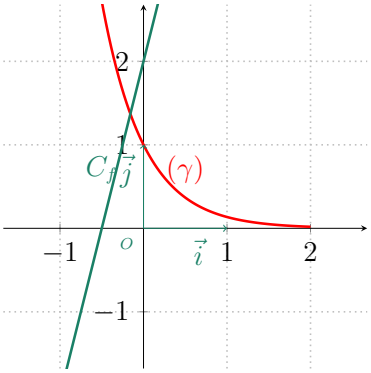
3. D نقطة لاحقتها $z_D=\dfrac{3+9i}{4+2i}$ ، اكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (C).

4. E نقطة من الدائرة (C) لاحقتها z_E حيث $z_E=e^{i\frac{\pi}{4}}z_I+\left(1-e^{i\frac{\pi}{4}}\right).z_w$

أ- اكتب العدد $z_E+\dfrac{1}{2}$ على الشكل الأسي.

ب- إستنتج أن $z_E=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{4}+\dfrac{3\sqrt{2}}{4}i$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



1. (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=4x+2$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-2x}-4x-2$

أ- بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب- تحقق أن: $-0,16<\alpha<-0,15$

2. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+3-2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

أ- أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=e^{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب تعيين معادلة له ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D).

4. بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$.

5. ارسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=3,07$).

6. أ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلة له.

ب- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

7. أ- x عدد حقيقي، بإستعمال التكامل بالتجزئة جد $\displaystyle\int_0^x 2te^{2t}dt$

ب- λ عدد حقيقي أصغر تماما من 0، أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ و $x=\lambda$ و $y=x+3$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)$.