الموسم الدراسي :1445 هـ/ 23 -2024 م

MELINA PRIVATE SCHOOL
ثانوية ميلينا الخاصة

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

للسنة الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

المدة :4ساعات ونصف | **أستاذ المادة: مزروح يوسف** | **التاريخ : 2024/05/13**

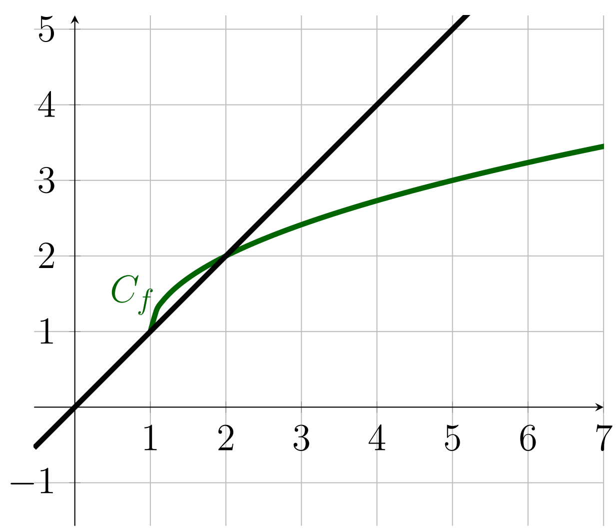
على المترشح إختيار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \sqrt{u_n - 1} + 1$

في الشكل المقابل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) والمعرفة بالعبارة $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ والمنصف الأول ذي المعادلة $y = x$



1 (ا) أعد رسم الشكل ثم مثل الحدود u_0 ؛ u_1 ؛ u_2

(ب) ماهو تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n)

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 < u_n \leq 6$

3 تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n:

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n - 1}(1 - \sqrt{u_n - 1})$$

4 إستنتج أن (u_n) متناقصة ثم بين انها متقاربة وعين نهايتها.

5 (ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n:

$$0 \leq u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{2}(u_n - 2)$$

(ب) إستنتج أن $0 \leq u_n - 2 \leq 4\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم عين نهاية (u_n)

التمرين الثاني:05 نقاط

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $D;C;B;A$

حيث : $z_A=1$ ، $z_B=4+i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_B}$ و $z_D=5$

1. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(\overline{z}-1)(\overline{z}^2-8\overline{z}+19)=0$

2. (ا) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_A-z_B)^n$ عددا تخيليا صرفا جزؤه التخيلي سالب

   (ب) عين طبيعة المثلث ABC

3. (ا) أكتب العدد $\dfrac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي ثم إستنتج أن A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره.

   (ب) عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD

4. (ا) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\alpha\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{0}$

   (ب) إستنتج مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}-3\overrightarrow{MD}||=||\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}||$

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر المعادلة (E)... $2024x-1445y=289$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

1. بين أن $x\equiv 0\,[17^2]$

2. عين الحل الخاص والذي يحقق $y_0-x_0=463$ ثم إستنتج حلول المعادلة (E)

3. إستنتج قيم الأعداد الصحيحة α والتي تحقق الجملة : $\begin{cases}\alpha\equiv -149\,[2024]\\ \alpha\equiv 140\,[1445]\end{cases}$

4. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7

5. عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق $5^{4x}+5^y\equiv 3\,[7]$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I- g_m دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_m(x) = m(e^x + e^{-x}) - 2m + 1$ حيث m عدد حقيقي غير معدوم.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g_m .(ناقش حسب قيم m)

2. أحسب $g_m(0)$ ثم إستنتج إشارة $g_m(x)$.(في حالة $m > 0$ فقط)

II- f_m دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f_m(x) = \dfrac{mxe^x - mx - 1}{e^x - 1}$. في بقية التمرين نفرض $m > 0$

(C_m) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f_m عند أطراف مجموعة تعريفها .

2. (ا) بين أن $f'_m(x) = \dfrac{e^x \times g_m(x)}{(e^x - 1)^2}$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f_m.

   (ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_m

3. (ا) بين أن المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = mx$ مقارب مائل لـ (C_m) بجوار $+\infty$.

   (ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_m) و (Δ_m)

   (ج) بين أن المستقيم (Δ'_m) ذو المعادلة $y = mx + 1$ مقارب مائل لـ (C_m) بجوار $-\infty$.

4. بين أن $f_m(-x) + f_m(x) = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. (ا) ارسم (Δ_2) ، (Δ'_2) و (C_2) .   (يعطى $f(0{,}6)^2 + f(-0{,}86)^2 = 0$)

   (ب) بين أن جميع المستقيمات ذي المعادلات $y = nx + \dfrac{1}{2}$ تشمل نقطة ثابته يطلب تعيينها. حيث $(n \in \mathbb{R})$

   (ج) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي n عدد وإشارة حلول المعادلة $f_2(x) = nx + \dfrac{1}{2}$

6. (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f_m(x) = mx - \dfrac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$

   (ب) S مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_m) و (Δ_m) والمستقيمات $x = 1$ و $x = 2$

   بين أنه مهما تغير m فإن المساحة S ثابتة وتساوي $S = (\ln(e+1) - 1)u.a$

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:05 نقاط

I- يحتوي كيس على 10 كرات بيضاء و10 كرات سوداء، كل الكرات متجانسة لانفرق بينها باللمس. نسحب من الكيس n كرة على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة بعد كل سحبة ($n \geq 2$)

نعتبر الحوادث التالية :

A: "الحصول على كرات من نفس اللون" B: "الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط"

C: "الحصول على كرات من اللونين" D: "الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأكثر"

1 أحسب $P(A)$ و $P(B)$

2 بين أن $P(C) = 1 - \dfrac{1}{2^{n-1}}$ و $P(C \cap D) = \dfrac{n}{2^n}$ و $P(D) = \dfrac{n+1}{2^n}$

3 بين أن الحدثان C و D مستقلان تكافئ $2^{n-1} = n+1$

II- نريد تعيين قيم n حتى يكون الحدثان C و D مستقلان

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2^{x-1} - (x+1)$

1 بين أن f متزايدة تماما على $\left[\dfrac{\ln 2 - \ln(\ln(2))}{\ln 2}; +\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left[0; \dfrac{\ln 2 - \ln(\ln(2))}{\ln 2}\right]$

2 شكل جدول تغيرات الدالة f ثم أحسب $f(3)$

3 إستنتج قيمة n حتى يكون الحدثان C و D مستقلان

III- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 2^{n-1} - (n+1)$.

بين أن : $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = 2^n - \dfrac{n^2+3n+3}{2}$

التمرين الثاني:04 نقاط

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $F;B;A$

حيث : $z_A = 1 - i$ ، $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ و $z_F = \dfrac{z_B}{z_A}$

1 حل في المجموعة $\mathbb{C}$ الجملة :

$$\begin{cases} (1+i)z_1 - z_2 = -(\sqrt{3}+i) \\ \overline{z_1} + \overline{z_2} = 3 + \sqrt{3} \end{cases}$$

2 (ا) اكتب z_A على الشكل الأسي

(ب) بين أن : $z_F=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثم إستنتج الشكل الأسي لـ z_B

(ج) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى تكون صورة $(z_F)^n$ تنتمي إلى المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2024$

3 (ا) اوجد لاحقة النقطة B' صورة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$

(ب) أحسب مساحة الدائرة (λ) ذات القطر $[BB']$

(ج) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $arg\left[(z-z_B)^2\right]=arg(z_B)-arg(z_{B'})$

4 عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$

التمرين الثالث: 04 نقاط

1 (ا) حلل كل من 1672 و 2024 إلى جداء عوامل أولية.

(ب) عين الأعداد الطبيعية n والتي تحقق $n^2+2n+10\equiv 0[n+1]$

(ج) عين القيم الممكنة لـ $pgcd(n^2+2n+10;n+1)$

(د) إستنتج قيم العدد الطبيعي n بحيث : $pgcd(n^2+2n+10;n+1)=3$

2 a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة، حيث a اولي مع كل من b و c.

(ا) بإستعمال مبرهنة بيزو بين أن $pgcd(a;bc)=1$

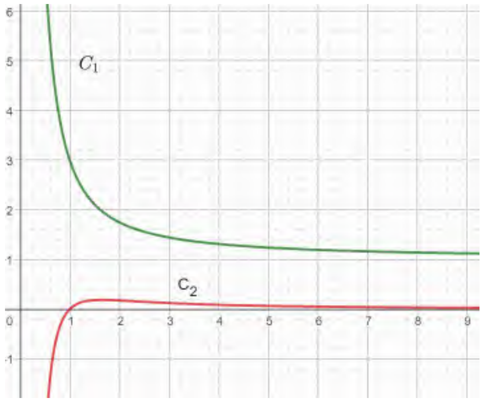
(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $(n\geq 1)$ فإن $pgcd(a;b^n)=1$

(ج) إستنتج $pgcd(2024^{1672};1672^{2024})$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I- h و w دالتان معرفتان على المجال $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ و $w(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

تمثيلهما البياني في الشكل المقابل.



1 انسب كل دالة لمنحناها مع التعليل .

2 g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=\dfrac{-\ln x+x^2+x+1}{x^2}$،
إستنتج إشارة $g(x)$

II- f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+\ln x+x+1$
(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. وحدة الطول $2cm$

1 أحسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها.

2 بين أن $f'(x)=g(x)$

3 أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4 بين أن المعادلة $x+\ln x=0$ تقبل حل وحيد α يحقق $0.56<\alpha<0.57$

5 انشئ (C_f)

6 تحقق أن $f(x)=(\ln x+x)(\dfrac{1}{x}+1)$ ثم عين الدالة الأصلية لـ f والتي تنعدم عند 1

7 S مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمات $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$
بين أن $S=2e(e+2)cm^2$

8 (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ:

$$u_n=\frac{1}{2}\int_1^n\left[\frac{f(x)}{\ln x+x}-1\right]dx$$

(ا) بين أن u_n متزايدة تماما على $\mathbb{N}^*$

(ب) بين أن $u_1+u_2+....+u_n=\ln\sqrt{n!}$

إنتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في بكالوريا 2024