ثانوية صديقي النوري / الجلفة — الموسم الدراسي: 2022-2023

الفرض الأول للفصل الأول

المستوى: ثالثة ثانوي – شعبة علوم تجريبية — الأستاذ: قويسم الخليل

يوم: 2022/10/26

الفرض الأول للفصل الأول | 3ع1

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها [علما أن $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$]
2. بين أن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$-0.38 < \alpha < -0.37$$

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3. أ/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x) - (2x+1)\right)$، ثم فسر النتيجة هندسيا

ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) حيث: $(\Delta): y = 2x + 1$

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
5. ارسم (Δ)، (T) و (C_f)

(نأخذ $f(\alpha) = 0.8$ و $f(-2) \approx 11.8$)

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة:

$$x = (1-m)e^x$$

الأستاذ: قويسم الخليل | بالتوفيق

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

تصحيح مقترح لفرض الفصل الأول [3ع1]

(I

❶ دراسة اتجاه تغير الدالة g

- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (2 + xe^{-x} - e^{-x})$
$= \lim\limits_{x\to+\infty} (2 - (-x)e^{-x} - e^{-x}) = 2$

- دراسة إشارة $g'(x)$:

$g'(x) = e^{-x} - e^{-x}(x-1) = (2-x)e^{-x}$

لدينا: $e^{-x} > 0$ ومنه الإشارة من $(2-x)$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$2+e^{-2}$	↘	2

❷ تبيين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α :

لدينا الدالة g مستمرة ومتزايدة على المجال $]-0.38;-0.37[$

ولدينا: $g(-0.38) \times g(-0.37) < 0$ لأن $\begin{cases} g(-0.38) = -0.02 \\ g(-0.37) = 0.02 \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $-0.38 < \alpha < -0.37$

❸ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

(II

❶ أ/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{t\to-\infty} (-2t + 1 + te^{t}) = +\infty$

لأن: $\lim\limits_{t\to-\infty} (te^{t}) = 0$

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(x\left(2 + \frac{1}{x} - e^{-x}\right)\right) = +\infty$

ب/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - (2x+1)\right)$:

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - (2x+1)\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} (-xe^{-x}) = 0$

- تفسير النتيجة هندسيا:

(C_f) يقبل مستقيم معادلته $y = 2x + 1$ كمقارب مائل بجوار $+\infty$

أ/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ):

لدينا: $f(x) - y_{(\Delta)} = 0$ معناه: $x = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$		$+$	0	$-$	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $A(0;1)$		(C_f) تحت (Δ)

❷ تبيين أنه $f'(x) = g(x)$:

$f'(x) = 2 - e^{-x} + xe^{-x} = 2 + (x-1)e^{-x} = g(x)$

- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها:

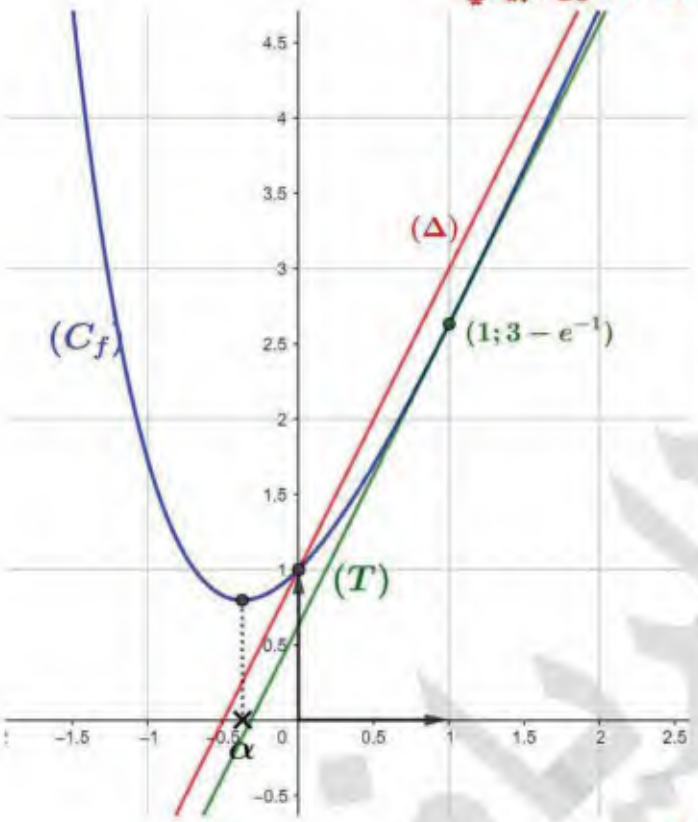
لدينا: $f'(x) = g(x)$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

❸ كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) :

$y_{(T)} = f'(1)(x-1) + f(1) = 2x + 1 - e^{-1}$

❹ التمثيل البياني:



❺ المناقشة البيانية:

لدينا: $x = (1-m)e^{x}$ معناه: $f(x) = 2x - m$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع حامل محور الفواصل مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = 2x - m$ وهي:

- لما $-m < 1 - e^{-1}$ أي لما $m > e^{-1} - 1$ المعادلة لا تقبل حلول
- لما $-m = 1 - e^{-1}$ أي لما $m = e^{-1} - 1$ المعادلة تقبل جذر مضاعف
- لما $1 - e^{-1} < -m < 1$ أي لما $-1 < m < e^{-1} - 1$ المعادلة تقبل حلين موجبين تماما
- لما $-m = 1$ أي لما $m = -1$ المعادلة تقبل حل مضاعف
- لما $-m > 1$ أي لما $m < -1$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما

بالتوفيق | الأستاذ قويسم خليل

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري