الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:05 نقاط

f دالة عددية معرفة على المجال $[a;b]$ وتحقق ما يلي: من أجل كل عدد حقيقي $x \in [a;b]$ فان:

$$\begin{cases} f(x) \in [a;b] \\ |f(x) - f(\alpha)| \leq |x - \alpha| \end{cases}$$ حيث α عدد حقيقي كيفي من $[a;b]$.

1) برهن أن الدالة f مستمرة عند α ثم إستنتج أنها مستمرة على المجال $[a;b]$.

2) برهن أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[a;b]$.

التمرين الثاني:15 نقطة

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

I) 1) أحسب كلا من $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $2,1 < \alpha < 2,2$.

4) **إستنتج إشارة** g على $\mathbb{R}$.

II) نعرف الآن الدالة العددية f المعرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{-1;1\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$

و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها ثم فسرها هندسيا .

2) برهن أنه من أجل كل $x \in D_f$ فان : $f'(x) = \dfrac{2x}{(x^2-1)^2} g(x)$.

3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) برهن أن $f(\alpha) = 3\alpha$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) برهن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار كل من $-\infty$ و $+\infty$.

6) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ).

7) أرسم (C_f) و (Δ) في المعلم في المستوي المزود بالمعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

بالتوفيق للجميع

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري