| | | |
|---|---|---|
| الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة)<br>المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية"<br>المادة: رياضيات | **فرض**<br>**الفصل الثاني** | الموسم الدراسي: 2021/2020<br>المدة: ساعتان ونصف (2سا 30د)<br>إعداد: عبد المطلب |

## تمرين1 (05نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 0 ، 1 ، 1 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 2- ، 2 ، 2 وكريتين خضراوين تحملان الرقمين 1- ، 1-. الكريات لا نفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد.

**1)** نعتبر الحادثتين: A: "سحب ثلاث كريات من نفس اللّون" و B: "سحب كرية واحدة بيضاء على الأقل".

احسب الاحتمالات التالية: $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(A\cap B)$ و $P(A\cup\overline{B})$.

**2)** نقترح اللّعبة التالية: إذا سحب اللّاعب ثلاث كريات جُداء أرقامها موجب تماما يربح $x$ نقطة ($x$ عدد طبيعي)، إذا سحب اللّاعب ثلاث كريات جُداء أرقامها سالب تماما يربح نقطة واحدة، وإذا سحب اللّاعب ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوما يخسر ثلاث نقاط. ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب ربح أو خسارة اللّاعب.

أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي $X$.

ب) بيّن أنّ الأمل الرياضياتي هو $E(X)=\dfrac{4x-32}{21}$ ، ثم أوجد أصغر قيمة لـ $x$ حتى تكون اللّعبة مربحة.

**3)** نسحب الآن ثلاث كريات على التوالي بدون إرجاع. احسب عدد الحالات الممكنة لسحبها بحيث جداء أرقامها يساوي 4.

(في كل التمرين، تُحسب الاحتمالات على شكل كسور غير قابلة للاختزال)

## تمرين2 (07نقاط)

**I -** عيّن على الشكل الجبري الجذرين التربيعيين للعدد المركب $3-4i$. استنتج حلول المعادلة: $(z-1-i)^2=3-4i$.

**II -** في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، لتكن النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-1+2i$ ، $z_B=3$ و $z_C=3+2\sqrt{5}i$.

**1)** احسب كلا من $|z_B-z_A|$ و $|z_C-z_B|$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

**2)** اكتب كلا من $(z_A+z_B)$ و $(z_C-z_B)$ على الشكل الأسي ثم بيّن أنّ: $\left(\dfrac{z_A+z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1442}-\left(\dfrac{z_C-z_B}{2\sqrt{5}}\right)^{2021}=0$.

**3)** لتكن D نقطة من المستقيم (BC) تختلف عن C لاحقتها $z_D$.

أ) بيّن أنّ $z_D=3+\alpha i$ ، حيث $\alpha$ عدد حقيقي، ثم عيّن العدد الحقيقي $\alpha$ حتى يكون $AB=BD$.

ب) استنتج طبيعة المثلث ACD والعناصر المميزة للدائرة $(\mathscr{C})$ المحيطة به ثم ارسمها. (استعمل $\alpha$ الموجود سابقا)

**4)** لتكن النقطة E لاحقتها $z_E$ نظيرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة B.

أ) بيّن أنّ $z_E=7-2i$ ، ثم عيّن بدقّة طبيعة الرباعي ADEC وارسمه.

ب) عيّن وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C}')$ للنقط $M(z)$ حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{ME}\right\|$.

**5)** F و G نقطتان لاحقتيهما $z_F$ و $z_G=z_F+2$. عيّن $z_F$ حتى يكون المثلث المباشر AFG قائم في A ومتساوي الساقين.

اقلب الورقة



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

**تمرين3 (08نقاط)**

**I-** نعتبر الدالة العددية $g$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+4x+1-\frac{6}{x}+3\ln x$.

**1)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$.

**2)** احسب $g'(x)$، ثم استنتج أنّ الدالة $g$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

**3)** احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

**II-** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\frac{3\ln x}{x+2}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1) أ)** احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$، فسّر النتيجة هندسيا ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

**ب)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x)$. استنتج وجود مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ للمنحني $(\mathscr{C})$ يطلب تعيين معادلة له.

**ج)** ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

**2) أ)** بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x+2)^2}$.

**ب)** استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

**3)** $h$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=-1-\frac{2}{x}+\ln x$.

**أ)** بيّن أنّ الدالة $h$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

**ب)** بيّن أنّ المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $4,3<\alpha<4,4$.

**ج)** بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا $(\Delta')$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$ معادلته $y=-x+\frac{3}{\alpha}$.

**4)** ارسم المنحني $(\mathscr{C})$، المستقيم $(\Delta)$ والمماس $(\Delta')$. نأخذ $f(\alpha)=-3,6$.

**5)** استعمل $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة $mx+2m-\ln x=0$ حلين متمايزين.

**6)** $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0$، حيث $u_0=-4$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1}=f(-u_n)$.

**أ)** برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $-4\le u_n<-1$.

**ب)** بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي $n$، المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما.

**ج)** استنتج أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة ثم احسب نهايتها.



بالتّوفيق



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

# تصحيح الفرض للفصل الثاني م2021

## تمرين 1 : حسب المعلم

1) $P(A) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{5}{84}$

$P(B) = 1 - \frac{C_5^3}{C_9^3} = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$

$P(A \cap B) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21}$

$P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B})$

(حسراء 3) $P(A \cap \bar{B}) = \frac{C_3^3}{C_9^3} = \frac{1}{84}$ (P(A) - P(A∩B))

$P(A \cup \bar{B}) = \frac{5}{84} + \frac{10}{84} - \frac{1}{84} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$

2) أ

$X = \{-3 ; 1 ; x\}$

$P(X=-3) = \frac{C_2^1 \times C_7^2 + C_2^2 \times C_7^1}{C_9^3} = \frac{49}{84} = \frac{7}{12}$

$P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_4^2 + C_3^3}{C_9^3} = \frac{19}{84}$

$P(X=x) = \frac{C_4^3 + C_4^1 \times C_3^2}{C_9^3} = \frac{16}{84} = \frac{4}{21}$

| $x_i$ | $-3$ | $1$ | $x$ |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{7}{12}$ | $\frac{19}{84}$ | $\frac{4}{21}$ |

ب) $E(X) = -3 \times \frac{7}{12} + \frac{19}{84} + \frac{4x}{21}$

مربحة يعني $E(X) > 0$ $x > 8$

$E(X) = \frac{4x - 32}{21}$

ومنه : $x = 9$

3) $1 \times 2 \times 2$ و $-1 \times -2 \times 2$

$3\left(A_2^1 \times A_2^2\right) + 6\left(A_2^1 \times A_1^1 \times A_2^1\right) = 36$

## تمرين 2 :

I لنحل المعادلة : $z^2 = 3 - 4i$ .

أي $(x+iy)^2 = 3 - 4i$ : $x^2 - y^2 + 2xyi = 3 - 4i$

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 & (1) \\ x^2 + y^2 = 5 & (2) \\ 2xy = -4 & (3) \end{cases}$

نجد (2) + (1) نجد $x = -2$ أو $x = 2$

نعوض في (3) ، $x = 2$ ، $y = -1$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

ومنه الحذرين التربيعيين لهما : $2 - i$ و $-2 + i$

أي : $(z - 1 - i)^2 = 3 - 4i$ يعني : $z - 1 - i = 2 - i$

ومنه : $z - 1 - i = -2 + i$

$z_1 = -1 + 2i$ و $z_2 = 3$

II $|z_B - z_A| = |4 - 2i| = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$|z_C - z_B| = |2\sqrt{5}\, i| = 2\sqrt{5}$

ومنه المثلث ABC متساوي الساقين .

2) $z_A + z_B = 2 + 2i = 2\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

$z_C - z_B = 2\sqrt{5}\, i = 2\sqrt{5}\, e^{i\frac{\pi}{2}}$

$\left(\frac{z_A + z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1442} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{1442} = e^{i\frac{1442\pi}{4}}$

$= e^{i(360\pi + \frac{\pi}{2})} = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

$\left(\frac{z_C - z_B}{2\sqrt{5}}\right)^{2021} = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2021} = e^{i\frac{2021\pi}{2}}$

$= e^{i(1010\pi + \frac{\pi}{2})} = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

ومنه : $\left(\frac{z_A + z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1442} - \left(\frac{z_C - z_B}{2\sqrt{5}}\right)^{2021} = 0$

3) أ $\mathrm{Re}(z_B) = \mathrm{Re}(z_C) = 3$ ومنه $\mathrm{Re}(z_D) = 3$

$AB = \sqrt{20}$ و $BD = |z_D - z_B| = |\alpha i| = \sqrt{\alpha^2}$

أي $AB^2 = BD^2$ يعني $\alpha^2 = 20$

$\alpha = \pm\sqrt{20}$

بما أن $z_D \neq z_C$ إذن $\alpha \neq 2\sqrt{5}$ ومنه $z_D = 3 - 2\sqrt{5}i$

ب) المتوسط المتعلق بالوتر $[CD]$ طوله $CD$ أي $AB = BC = BD$ ومنه $ACD$ قائم في $A$ .

الدائرة $(\mathcal{C})$ مركزها $B$ ونصف قطرها $AB = 2\sqrt{5}$

4) أ $B$ منتصف $[AE]$

$z_B = \frac{z_A + z_E}{2}$

ومنه :

$z_E = 7 - 2i$

ب) $[CD]$ و $[AE]$ متقاطعان

و $[AC] \perp [AD]$

ومنه الرباعي ADEC مستطيل .

ج) $B$ مركز ثقل المستطيل ADEC ومنه :

$\|\vec{MA} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\| = \|\vec{MB} + \vec{BA} + \vec{MB} + \vec{BC} + \vec{MB} + \vec{BD} + \vec{MB} + \vec{BE}\|$

$= \|4\vec{MB} + \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BD} + \vec{BE}\| = 4MB$

