MOHAMEDIMOHAMEDBAC2022

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الجلفة ★ ثانوية النعيم النعيمي بالجلفة

الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : ❶ صندوق U_1 يحتوي على كرية حمراء وثلاث كريات خضراء ، و صندوق U_2 يحتوي على كريتين حمراوين و كريتين سوداوين (الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس)

نرمي نردا غير مزيف وجوهه مرقمة من 1إلى 6 مرة واحدة فإذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_1 وفي الحالات الأخرى نسحب كرة واحدة من الصندوق U_2

1- أحسب إحتمال سحب كرية سوداء

2- ماهو اللون الذي له أكبر إحتمال للظهور ؟

3- ما إحتمال سحب كرية من الصندوق U_2 علما انها حمراء ؟

❷- نقوم بضم كل الكريات في صندوق واحد ثم نسحب منه 3 كريات على التوالي دون إرجاع

أ- أحسب إحتمال سحب الكرية الثالثة سوداء ، ثم إستنتج إحتمال سحب الكرية االأولى سوداء

ب- بين أن إحتمال الحصول على الألوان الثلاثة يساوي $\frac{9}{28}$

التمرين الثاني : ❶ (u_n) متتالية عددية حيث : $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{e} \\ u_{n+1} = \frac{1}{e}(u_n)^2 \end{cases}$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \leq \frac{1}{e}$

ب- بين أن (u_n) متناقصة ، ثم برر أنها متقاربة ؟

❷ نضـــع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \ln u_n$

① برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول v_0

② أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن : $u_n = e^{1-2^{n+1}}$ و عين : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

③ أحسب : $S_n = u_0 e^{v_0} + u_1 e^{v_1} \ldots + u_n e^{v_n}$

④ إستنتج بدلالة n : $T_n = \ln\left[\frac{1}{2}u_0\right] + \ln\left[\frac{2}{3}u_1\right] + \cdots + \ln\left[\frac{n}{n+1}u_n\right]$

DZPEN.COM | منـصـــة القـلـم الجـزائـــري

❸ أ- بيـــن أن : $u_{n+1} \leq \frac{1}{e^2}\ u_n$

ب- إستنتج أن : $0 < u_n \leq \frac{1}{e}\left(\frac{1}{e^2}\right)^n$

ج- أحســـب : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثالث : ❶ g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = (3-2x)\,e^x + 2$

1- أدرس تغيرات g

2- برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}68 < \alpha < 1{,}69$

3- إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

4- أحسب المساحة $S(\alpha)$ المحددة بالمنحني (C_g) ومحور الفواصـــل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 2$ و $x = \alpha$

❷ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{e^x+4x-1}{e^x+1}$

آ) _ أدرس تغيرات f ، لاحظ أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

ب) _ بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، ثم أحصر العدد $f(\alpha)$

ج) _ تحقق أن : $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{1+e^x}$

د) _ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

هـ) _ حدّد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

و) _ أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

ز) _ عين نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 1$

ح) _ أنشئ المنحني (C_f)

ط) _ ناقش حسب قيم m عدد واشارة حلول المعادلة : $m\,e^x - 4x + m + 2 = 0$

❸ أدرس على $\mathbb{R}$ تغيرات الدالة h حيث : $h(x) = [f(x)]^2$

MOHAMEDIMOHAMEDBAC2022

بالتوفيق

DZPEN.COM | منـــصـــة الـقـــلـــم الـجـــزائـــري

الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي كيس على ثلاث كريات حمراء مرقمة 1،1،2 وأربع كريات صفراء مرقمة 1،1،2،3 نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع (الكريات متشابهة ولا نفرق بينها عند اللمس) نعتبر الحادثتين:

A : " الكريات المسحوبة مختلفة اللون "

B : " الكريات المسحوبة مجموع أرقامها 3 "

1- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، ثم إستنتج $P(A \cap B)$ و $P(A \cup B)$

2- أحسب إحتمال الحصول على كرية تحمل رقما أوليا على الأقل

3- X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين المحصل عليهما

- عين قيم X ثم عرف قانون إحتماله
- أحسب $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$ ثم الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني : ❶ (u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{(n+1)\,u_n}{u_n + 2n} \end{cases}$

1- تحقق أن : $u_{n+1} = (n+1)\left(1 - \frac{2n}{u_n + 2n}\right)$

2- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم n : $0 < u_n \leq 1$ ، لاحظ أن : $\left(\frac{n+1}{2n+1} \leq 1\right)$

3- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم n : $u_n \geq 1 - n$

4- بين أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n\,(1 - n - u_n)}{u_n + 2n}$

5- إستنتج ان (u_n) متناقصة ، ثم برّر تقاربها

❷- نضـــع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $v_n = \frac{u_n}{u_n + n}$

DZPEN.COM | منـصـــة القـلـم الجـزائـــري

① برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول v_1

② أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n

③ بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n}{2^n} = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[\frac{1}{\ln 2}\times\left(\frac{n\ln 2}{e^{n\ln 2}}\right)\right]$ ، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

- نضع : $S_n = \frac{2u_1+1^2}{u_1+1} + \frac{3u_2+2^2}{u_2+2} + \cdots + \frac{(n+1)u_n+n^2}{u_n+n}$

④ بين أن : $S_n = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{(n+1)n}{2}$ ، وأن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{S_n}{n^2+n}\right) = \frac{1}{2}$

التمرين الثالث : ❶ g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (3-x)\,e^{2-x} - 1$

1- أدرس تغيرات g ثم أحسب $g(2)$

2 - إستنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

❷ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (x-2)\,e^{2-x} - x + 3$

أ- أدرس تغيرات f ، لاحظ أن : $f'(x) = g(x)$

ب - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x+3$ مقارب للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

ج- حدّد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

د- أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

هـ- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلان α و β حيث : $3 < \alpha < 4$ و $1 < \beta < \frac{3}{2}$

و- برهن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها

ز- أرسم المنحني (C_f)

ط- ناقش بيانيا حسب قيم m عدد واشارة حلول المعادلة :

$$x\,(e^{2-x}-1) = m - 3 + 2\,e^{2-x}$$

❸ أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيزالمستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذان معادلتيهما $x = 2$ و $x = \lambda$ حيث : $\lambda > 2$

❖ عين $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

MOHAMEDIMOHAMEDBAC2022

بالتوفيق

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي كيس على ثلاث كريات حمراء وثلاث كريات خضراء

و كرتين صفراوين نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع

(الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس) ، نعتبر الحادثتين:

A : " الحصول على كرية صفراء على الأقل "

B : " الحصول على كريتين من نفس اللون"

1- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، ثم إستنتج $P(A \cap B)$ و $P(A \cup B)$

2- X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها

- عين قيم X ثم عرف قانون إحتماله
- أحسب الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

3- نضيف إلى الكيس n كرية صفراء ، ونعتبر الحدث C : " الحصول على كريتين صفراوين "

- بين أن : $P(C) = \frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ و عين : $\lim\limits_{n \to +\infty} P(C)$ ، ثم فسر ذلك

التمرين الثاني : ❶) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايلي :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2n}{3n+3} u_n + \frac{3+n}{3n+3} \end{cases}$$

★- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم n فإن : $u_n < 1$

★- أدرس إتجاه تغير (u_n) ، هل (u_n) متقاربة ؟

❷ ـ نضـــع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = n \times (1 - u_n)$

★- برهن أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب أساسها وحدها الأول v_1

★- أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n و $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

DZPEN.COM | منـصـــة القـلـم الجـزائـــري

✶ - أحسب بدلالة n كلا من : $P_n = (1-u_1) \times (1-u_2) \times \ldots \times (1-u_n)$

$$T_n = 1u_1 + 2u_2 + \cdots + nu_n$$

❸ ماطبيعة المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايلي : $w_n = \ln v_n$

❖ إستنتج قيمة : $S_n = \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \cdots + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^n$

التمرين الثالث : ❶ g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = e^x - x + 2$

✶ - أدرس تغيرات g ثم إستنتج أنه مهما كان العدد الحقيقي x : $g(x) \geq 3$

❷ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (x-1)\,e^{-x} + x + 1$

أ - بين أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

ب - أدرس تغيرات f ثم أحسب $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(-1)$ و $f(2)$

ج - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

د- حدّد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

هـ - أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

و- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$

ز- برهن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها

ح- أنشئ المنحني (C_f)

❸ أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيزالمستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ)

و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث : $\lambda > 1$

❖ عين $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} S(\lambda)$

❹ (Δ_m) مستقيم معادلة له : $y = x + m$

❖ عين قيم m حتى يكون (Δ_m) مماس للمنحني (C_f) في نقطة يطلب تعيينها

❖ ناقش بيانيا حسب قيم m عدد واشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^x - x + 1 = 0$

بالتوفيق

MOHAMEDIMOHAMEDBAC2022

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري