الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية العقيد عواشرية محمد — مديرية التربية لولاية عنابة

القسم: 3 علوم تجريبية 2 — السنة الدراسية : 2025/2024

الفرض الثالث في مادة الرياضيات — المدة: 1سا و نصف

التمرين الأول :(10نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=-2$ ، و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$u_{n+1}=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n<0$.

ب) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $v_n=\dfrac{4-u_n}{n}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ، ثم عبر عن v_n بدلالة n .

ب)أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n=4-2n\times 3^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج) أحسب بدلالة n الجداء : $P_n=(4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)$.

3) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $w_n=\ln\left(\dfrac{n}{4-u_n}\right)$.

- عبر عن w_n بدلالة n ثم أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=w_1+w_2+...+w_n$.

التمرين الثاني : (10نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0=\alpha$ ومن أجل كل n من N: $u_{n+1}=\dfrac{6u_n-2}{u_n+3}$

1) عين القيم الممكنة للعدد الحقيقي α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2) نضع $\boldsymbol{\alpha=\frac{3}{2}}$: أ ــ بين أنه من أجل كل n من N: $u_{n+1}=6-\dfrac{20}{u_n+3}$

ب ــ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N: $\dfrac{3}{2}\le u_n\le 2$

ج ــ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما. ماذا تستنتج ؟

3) أ ــ بين أنه من أجل كل n من N: $0\le 2-u_{n+1}\le\dfrac{8}{9}(2-u_n)$

ب ــ استنتج أنه من أجل كل n من N: $0\le 2-u_n\le\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

بالتوفيق للجميع

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري