# المستوى الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

## اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

## 2سا

**التمرين الأول : ( 4.5 نقاط )**

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير بدقة:

1. المتتالية $(v_n)$ هندسية حدودها موجبة تماما، حيث: $v_0 \times v_2 = 576$ و $v_0 + v_1 = 30$.

$$v_{n+1} - v_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

2. نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = log^2(x) + 2\log(x) - 3$. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ هي:

$$S = [10^{-3}\,;10]$$

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $-y' + ln(2^y) - 2 = 0$ هو الدالة $g$ بحيث:

$g(0) = 2024 + \frac{2}{ln2}$ المعرفة بـ: $g(x) = 2023e^{2x} + \frac{2}{ln2}$

**التمرين الثاني : ( 5.5 نقاط )**

1) $f$ الدالة المعرفة على $[0\,;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$

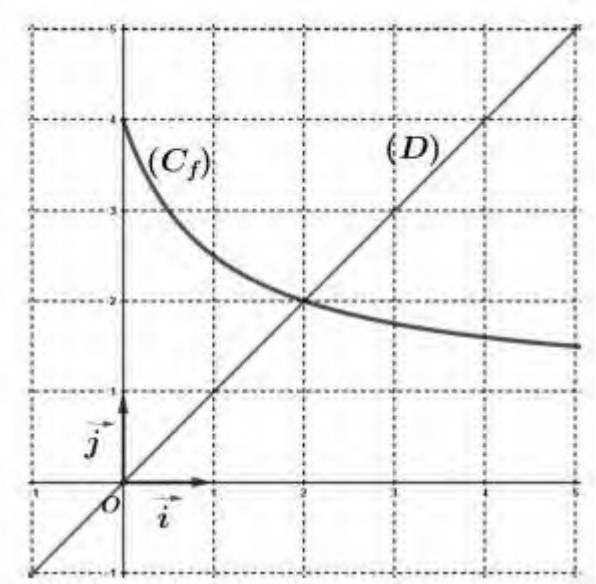
$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $(D)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x$

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بـ:

$u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى ( دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل )




ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

2) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

أ) بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول $v_0$

ب) عين عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n = -2 + \frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \cdots + \frac{1}{u_n+2}$

احسب $S_n$ بدلالة $n$ ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $T_n = \frac{1}{16}\left[4n + 7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$

**<u>التمرين الثالث</u>: ( 10 نقاط )**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة كما يلي: $f(x) = \ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن: $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1$ ، ثم استنتج أن $f$ معرفة على $\mathbb{R}$

2) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن : $f(x) = x + ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$

ب- استنتج أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $[0\ ;\ +\infty[$، $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$

د- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $[0\ ;\ +\infty[$، $f(x) \leq x$ مفسرا النتيجة بيانيا

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x}-1)}{e^x-2\sqrt{e^x}+2}$

ب-أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$، $f''(x) = -\frac{\sqrt{e^x}\left[\left(\sqrt{e^x}-2\right)^2-2\right]}{2\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)^2}$

ب-استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما

6) أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(C_f)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$، عدد حلول المعادلة: $e^x - e^m = 2\left(-1 + \sqrt{e^x}\right)$



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

# التصحيح النموذجي

## التمرين الأول :

1) خطأ : $v_{n+1} - v_n = 18 \times 4^n$

2) صحيح : $S = [10^{-3} ; 10]$

3) خطأ : $g(x) = 2024 \times 2^x + \frac{2}{ln2}$

## التمرين الثاني :

1) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى على محور الفواصل

ب- التخمين: المتتالية $(u_n)$ ليست رتيبة ومتقاربة

2) أ- $v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n$ و $v_0 = -1$

ب- من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = -\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ، $u_n = -2 + \frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

ج- $\lim(u_n) = 2$ لان $\lim\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right) = 0$

3) $S_n = -\frac{3}{4}\left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ $T_n = \frac{1}{4}[n + 1 - S_n]$

ومنه $T_n = \frac{1}{16}\left[4n + 7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$

## التمرين الثالث :

1) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا: $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = e^x - 2\sqrt{e^x} + 1 + 1 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1$

بما أن $\left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1 > 0$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ فإن $D_f = \mathbb{R}$

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ln(2)$ ، $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل عند $+\infty$ معادلته $y = \ln(2)$

3) أ- من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$: $f(x) = x + ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$

ب- $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - y] = 0$ ومنه المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

ج- من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0\ ;\ +\infty[$، $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$

د- من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0\ ;\ +\infty[$: $f(x) - y = \ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right) - x$

ومنه : $f(x) - y = \ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right) - \ln(e^x)$

ومنه: $f(x) - y = ln\left(\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x}\right)$ بما أن $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$ فإن $\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x} \leq 1$ ومنه

$$ln\left(\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x}\right) \leq 0$$

أي $f(x) \leq x$

$(C_f)$ يقع أسفل $(\Delta)$ على المجال $[0;\ +\infty[$

4) أ- من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}$

ب- إشارة $f'(x)$ من إشارة $\left(\sqrt{e^x} - 1\right)$ لأن $\sqrt{e^x} > 0$ و $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 > 0$

على المجال $]-\infty\ ;\ 0[$، $f'(x) < 0$

على المجال $]0\ ;\ +\infty[$، $f'(x) > 0$

الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty\ ;\ 0]$

الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[0\ ;\ +\infty[$

الدالة $f$ تقبل قيمة حدية محلية صغرى من أجل $x = 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة $f$

5) أ- من أجل كل عدد حقيقي $x$، $f''(x) = -\frac{\sqrt{e^x}\left[(\sqrt{e^x} - 2)^2 - 2\right]}{2(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)^2}$

$f''(x)$ تنعدم عند القيمتين $x_1 = 2\ln(2 + \sqrt{2})$ و $x_2 = 2\ln(2 - \sqrt{2})$ مغيرة إشارتها

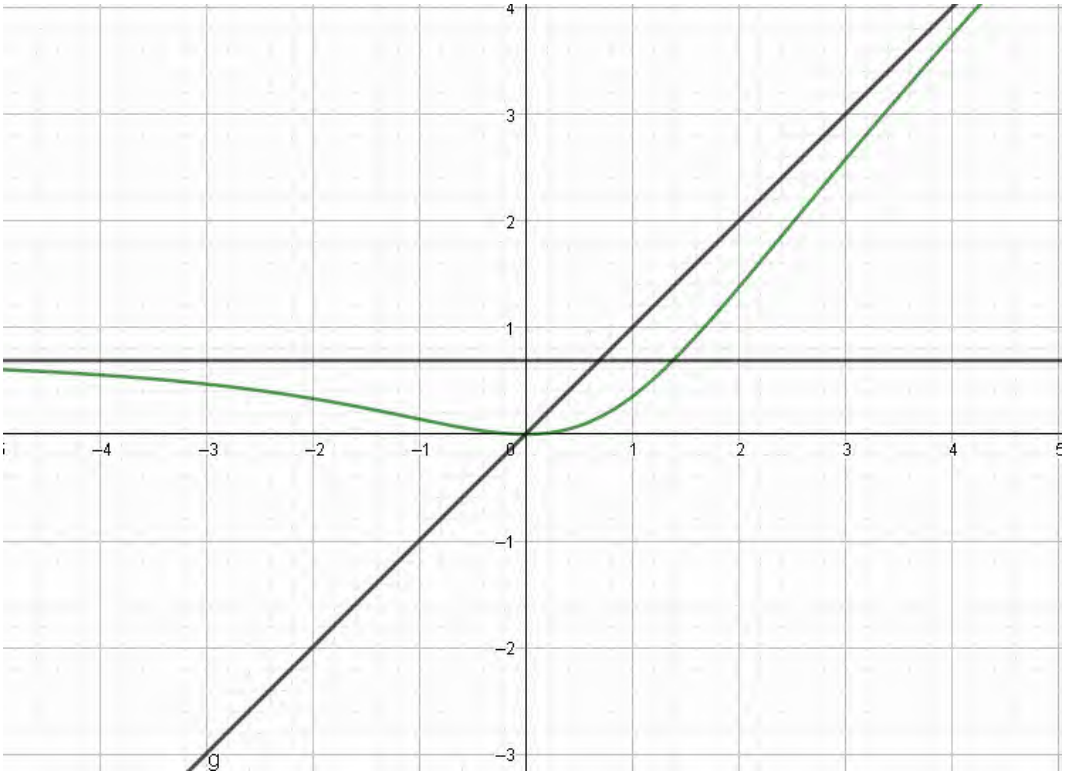
ب- ومنه $(C_f)$ يقبل نقطتي إنعطاف عند النقطتين : $A(2\ln(2 + \sqrt{2})\ ;\ \ln(4 + 2\sqrt{2}))$ و

$B(2\ln(2 - \sqrt{2})\ ;\ \ln(4 - 2\sqrt{2}))$

6) الإنشاء:



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري




(7

$e^x - e^m = 2\left(-1 + \sqrt{e^x}\right)$ تكافئ $f(x) = m$

$m = 0$ حل وحيد

$0 < m < ln2$ حلين متمايزين

$m \geq ln2$ حل وحيد



DZPEN.COM | منـــصـــة الـقـلـم الـجـزائـــري