الإختبار الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي صندوق على 8 كرات متماثلة منها n كرة حمراء و البقية خضراء اللون

حيث n عدد طبيعي و $2 \leq n \leq 6$ ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد

① أحسب بدلالة n كـــلا من : **أ-** الإحتمال P_1 للحصول على كرتين من لونين مختلفين

ب- الإحتمال P_2 للحصول على كرتين من نفس اللون

② عين قيمة n حتى يكون P_2 أصغريا ، ثم أحســبه

③ نأخذ $n = 4$ وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي 3^K حيث K هو عدد الكرات الحمراء المسحوبة

- عين قيم X ، و حدّد قانون إحتماله
- إستنتج قانون إحتمال X^2 ثم أحسب $E(X^2)$ و $P(C_5^X = 10)$

التمرين الثاني : I - 1/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$1+a+a^2+\cdots+a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \quad / \quad a \neq 1$$

2/ عين العدد الطبيعي n بحيث : $1+2+2^2+\cdots+2^n = 65535$

3 / X ، Y ، Z حدود متعاقبة في متتالية حسابية متزايدة

أ- أثبت أن : 2^X ، 2^Y ، 2^Z هي حدود متعاقبة في متتالية هندسية أساسها أكبر من 1

ب- عين الأعداد X ، Y ، Z حيث : $\begin{cases} X+Y+Z=9 \\ 2^X+2^Y+2^Z=42 \end{cases}$

II- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n = \int_{n-1}^{n} 2^{-x}\,dx$ (تذكر : $2^{-x} = e^{-x\ln 2}$)

1- برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم n : $u_n > 0$

2- أحسب u_n بدلالة n ، ثم بيّن أن (u_n) متتالية هندسية

3- نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

✶- برهن أن : $S_n = \int_0^n 2^{-x}\,dx$ ، ثم أحسب S_n بدلالة n و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث : ❶ g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات g

2 - إستنتج اشارة $g(-x)$ و $\acute{g}(-x)$ على $\mathbb{R}$

3 - تحقق أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإن : $1 + (x+1)e^x > 0$

4 - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_g) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$

❷ f الدالة العددية المعرفة كمايلي : $f(x) = \ln(e^{-x} + x + 1)$

أ- بـــرّر أن f معرفة على $\mathbb{R}$

ب- أدرس تغيرات f ، (لاحظ أن : $\acute{f}(x) = \frac{-\acute{g}(-x)}{g(-x)}$)

ج- أثبت أن : $f(x) = -x + \ln[(x+1)e^x + 1]$

د- بين أن : $\lim\limits_{x \to -\infty} (x + f(x)) = 0$

هـ- إستنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$

و- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ي- أكتب معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ)

❸ نضـع من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $h(x) = \ln x$

1/ أثبت أنه من أجل $x > 0$ لدينا : $f(x) > h(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

2/ أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - h(x))$ ، ماذا تستنتج ؟

3/ أنشئ كلا من (T) و (Δ) و (C_f) و (C_h)

4/ ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارات حلول المعادلة :

$f(x) = -x + 1 - 2m$

بالتوفيق و النـــــــجاح

BAC2022BAC2022BAC2022B

DZPEN.COM | منـصـــة القـلـم الجـزائـــري