ثانوية مناهل العلم

السنة الثالثة ثانوي علوم تجريبية
اختبار الدورة الثانية في مادة الرياضيات
المدة 3 ساعات — الأستاذ مكامن محمد
الإثنين 04 مارس 2024 — **الموضوع الأول**

**التمرين الأول ( 05 نقاط )**

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب $z$ : $z^2 - 2z + 4 = 0$ .

2. في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ لواحقها على الترتيب :

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = -\overline{z_A}$ و $z_C = -2\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$ .

أ . أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل المثلثي .

ب. استنتج أنّ النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها .

3. أ . تحقق أنّ : $z_C - z_B = -i\sqrt{3}(z_A - z_B)$

ب . استنتج نوع المثلث $ABC$.

4. أكتب على الشكل الجبري ثمّ المثلثي العدد المركب $\frac{z_A}{1+i}$ ، ثمّ استنتج القيمتين المضبوطتين للعددين $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

5. عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{1+i}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

**التمرين الثاني (04 نقاط)**

يحتوي كيس $U_1$ على كرتين مرقمة بـ : 1 و 2.

و يحتوي كيس $U_2$ على ثلاث كرات سوداء و سبع كرات بيضاء .

نسحب عشوائيا كرة واحدة من $U_1$ ، إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرة واحدة من $U_2$ و إذا ظهر الرقم 2 نسحب كرتين على التوالي بدون إرجاع من $U_2$ .

نعتبر الحادثتين $A$ : " سحب كرتين بيضاوين " ، $B$ : " سحب كرتين مختلفتي اللون "

1. أ . أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه التجربة .

ب . بيّن أنّ : $P(A) = P(B) = \frac{7}{30}$ .

2. $\alpha$ عدد طبيعي غير معدوم . نعتبر اللعبة التالية : إذا سحبنا كرة بيضاء نربح 3 نقط و إذا سحبنا كرة سوداء نخسر $2\alpha$ .

ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع النقط المتحصل عليها .

أ . برّر أنّ قيم المتغير العشوائي $X$ هي : $\{3\ ;\ -2\alpha\ ;6\ ;\ -4\alpha\ ;3-2\alpha\}$ .

ب . عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ .



منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

جـ . بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ هو $E(X) = \frac{63-18\alpha}{20}$ ، استنتج قيمة $\alpha$ حتى تكون اللعبة مربحة

د . استنتج في هذه الحالة قيمة $E(2024X - 1445)$ .

التمرين الثالث ( 04 نقاط )

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة بـ : $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n$ .

1. نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$ و $W_n = 5^n U_n$ .

أ . برهن أنّ $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثمّ أعط عبارة $V_n$ بدلالة $n$ .

ب . برهن أنّ $(W_n)$ متتالية حسابية أساسها 5 ثمّ أعط عبارة $W_n$ بدلالة $n$ .

2. أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n = U_0 + 5U_1 + 5^2U_2 + 5^3U_3 + \cdots + 5^nU_n$

و الجداء : $P_n = \left(V_1 - \frac{V_1}{2}\right)\left(V_2 - \frac{V_2}{3}\right)\left(V_3 - \frac{V_3}{4}\right)\ldots\left(V_n - \frac{V_n}{n+1}\right)$

3. أ . بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $0 < U_{n+1} \leq \frac{2}{5}U_n$ .

ب .استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $0 < U_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $lim_{n\to+\infty} U_n$ .

التمرين الرابع ( 07 نقاط )

[1]. لتكن $g$ الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = -2x^2 + 2 - lnx$.

أ . أدرس تغيرات الدالة $g$ .

ب . استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ( لاحظ أنّ $g(1) = 0$ )

[2]. نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{-1+lnx}{x} - 2x + 2e$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ حيث $\|\vec{\imath}\| = 2cm$.

1. أدرس تغيرات الدالة $f$ ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. أثبت أنّ المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y = -2x + 2e$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ ثمّ أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(d)$.

3. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0,4\,;\,0,5[$ ثمّ أرسم $(d)$ و $(C_f)$ .

4. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $\frac{-1+lnx}{x} = m - 2e$ .

5. أحسب بـ $cm^2$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(d)$ و المستقيمين $x = 1$ و $x = e$ .



منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

**التمرين الأول ( 05 نقاط )**

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب $z$ : $(z+1)(z^2-4z+7)=0$ .

2. في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ لواحقها على الترتيب :

$z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$ .

أ . أكتب العدد المركب $(z_B-z_A)$ على الشكل المثلثي .

ب. استنتج قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون العدد $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

3. أ . أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل المثلثي .

ب . استنتج نوع المثلث $ABC$.

جـ . استنتج مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$ .

4. عيّن مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ و التي تحقق : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و $k$ يمسح $\mathbb{R}^*$ .

**التمرين الثاني (04 نقاط)**

يحتوي كيس $U_1$ على 10 كرات منها 5 بيضاء و 3 سوداء و 2 خضراء .

و يحتوي كيس $U_2$ على 7 كرات منها 4 حمراء و 3 كرات خضراء ( الكرات لا نفرق بينها باللمس ) ثمّ نقوم بثلاث تجارب :

1] التجربة الأولى : نسحب عشوائيا و في آن واحد 4 كرات من الصندوق $U_1$ .

و نعتبر الحادثتين : " من بين الكرات الأربعة توجد كرة واحدة خضراء فقط "

$B$ : " من بين الكرات الأربعة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "

أ . بيّن أنّ $(A)=\frac{8}{15}$ و $P(B)=\frac{19}{70}$.

ب . $n$ عدد طبيعي غير معدوم ، نفرض أنّ سحب كرة بيضاء يعطي ربح $n$ نقطة و ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المتحصل عليها .

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ .

- جد قيمة العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $E(X)=4048$ .

2] التجربة الثانية : نضع كل كرات الكيسين $U_1$ و $U_2$ في كيس ثالث $U_3$ ثمّ نسحب 4 كرات في آن واحد .

ما هو احتمال أن تحمل الكرات الأربعة ألوان علم فلسطين ؟



منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

3] التجربة الثالثة : نسحب عشوائيا على التوالي و بدون إرجاع ثلاث كرات من $U_3$ .

لتكن الحادثة $C$ : " الكرات الثلاثة تحمل ألوان العلم الوطني " . أحسب $P(C)$ .

التمرين الثالث ( 04 نقاط )

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة بـ : $U_1 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$ .

1. أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $U_n \leq 3$.

ب . أدرس اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ ثمّ استنتج أنها متقاربة.

جـ . أحسب $lim_{n\to+\infty} U_n$ .

2. لتكن المتتالية $(V_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $V_n = n(3 - U_n)$ .

أ . بيّن أنّ $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول $V_1$ .

ب . أكتب كلا من $V_n$ و $U_n$ بدلالة $n$ .

جـ . أحسب بدلالة $n$ : $S_n = \frac{V_1}{3-U_1} + \frac{V_2}{3-U_2} + \frac{V_3}{3-U_3} + \cdots + \frac{V_n}{3-U_n}$ و $T_n = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \cdots + nU_n$ .

التمرين الرابع ( 07 نقاط )

[1] $g$ الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ ( حساب النهايات غير مطلوب)

2. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدًا $\alpha$ حيث $-0.16 < \alpha < -0.15$ . ثم استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ .

[2] . لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$ .

1. أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(d)$.

3 . أرسم المستقيم $(d)$ والمنحنى $(C_f)$ ( نأخذ $f(\alpha) \approx 3{,}07$ ) .

4 . أثبت أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا موازيا للمستقيم $(d)$ يطلب تعيين معادلة له .

5. أ. باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب : $\int_{-2}^{0} 2xe^{2x}dx$.

ب . أحسب بـ $cm^2$ مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(d)$ و المستقيمين $x = -2$ و $x = 0$.



منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM