الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
إمتحان الفصل الثاني
المستوى: ثالثة علوم تجريبية

مديرية التربية لولاية المسيلة
ثانوية: الشهيد حميدي عيسى
دورة مارس 2023

إختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 03 سا و 30 د

التمرين الأول: (04 نقاط)

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل:

1) f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـــ: $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}$، القيمة المتوسطة للدالة f المجال $[2;5]$ هي: $m=\dfrac{\ln 2}{3}$.

2) يتكون فريق عمل من 3 رجال و 5 نساء، يراد تشكيل لجنة مكونة من 3 أشخاص رئيس ونائب وكاتب، احتمال أن تكون اللجنة تضم رجلان وإمرأة هو: $\dfrac{15}{56}$.

3) (u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول 5 وأساسها $\dfrac{3}{2}$، نضع: $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{3}{u_1}+\dfrac{3^2}{u_2}+\cdots+\dfrac{3^n}{u_n}$.

من أجل كل عدد طبيعي n عبارة S_n هي: $\dfrac{2^{n+1}-1}{5}$.

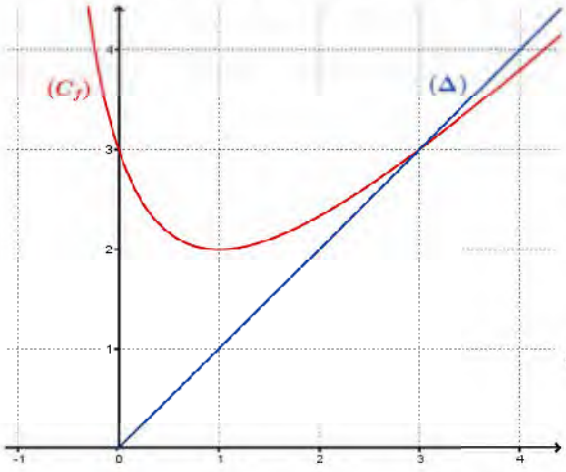
4) حجم المجسم المولد بالدوران حول المحور (xx') على المجال $[0;\ln 3]$ لمنحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=e^{3x-1}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ هو: $V=\dfrac{364\pi}{3}\times(u.v)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$.

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 حيث $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أ) انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حساب الحدود).



ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج أنها متقاربة.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3-u_{n+1}\le\dfrac{3}{4}(3-u_n)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le 3-u_n\le 2\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$.

ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، نضع: $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{n-1}$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3n+8\left(\left(\dfrac{3}{4}\right)^n-1\right)\le S_n\le 3n$. ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء مرقمة بـــ: 0 ، 1 ، 1 و 2 وأربع كريات حمراء مرقمة بـــ: 1 ، 1 ، 2 و 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا ثلاث كريات من الكيس في آن واحد ونعتبر الحوادث التالية:

A "سحب ثلاث كريات من نفس اللون" B "سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم" C "سحب ثلاث كريات أرقامها مختلفة مثنى مثنى"

1) بين أن احتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{1}{7}$ واحسب احتمال الحادثتين B و C.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد كريات التي تحمل الرقم 1.

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) استنتج قيمة $E(2023X+1444)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2x+1)e^{2x}-1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(0)$، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x(1-e^{2x})+3$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}||=||\vec{j}||=1cm$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $(\Delta):y=x+3$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x)=-g(x)$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $1<\alpha<\ln 2$ و $-3<\beta<-3.2$.

4) ارسم (Δ) والمنحنى (C_f).

5) ليكن λ عدد حقيقي حيث $\lambda<0$، نرمز بـــ $A(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=\lambda$.

احسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)$.



الأستاذ: فراحتية المحفوظ

☺ بالتوفيق والنجاح في شهادة بكالوريا 2023

- حل التمرين الأول:

. ذكر ان كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة في كل حالة مع التعليل:

① - خاطئة:

لدينا الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{\ln(x-1)}{x-1}$ مستمرة على $]1;+\infty[$

القيمة المتوسطة للدالة f على $[2;5]$ هي

$$m=\frac{1}{5-2}\int_2^5 \frac{\ln(x-1)}{x-1}dx$$

$$=\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}(\ln(x-1))^2\right]_2^5$$

$$=\frac{1}{6}((\ln 4)^2-0)$$

$$=\frac{1}{6}(\ln e^2)^2=\frac{1}{6}(2\ln 2)^2$$

$$=\frac{4}{6}(\ln 2)^2=$$

$$\boxed{m=\frac{2(\ln 2)^2}{3}}$$

② - صحيحة: (1)

. تعتبر الحادثة A "الجهة تضم رجلان وامرأة"

$$P(A)=\frac{3\times A_3^2\times A_5^1}{A_8^3}=\frac{3\times 6\times 5}{336}=\frac{90}{336}$$

$$\boxed{P(A)=\frac{15}{56}}$$

③ - صحيحة (1)

(u_n) متتالية هندسية اذن

$$u_n=u_0\times q^n=5\times\left(\frac{3}{2}\right)^n$$

نضع $t_n=\frac{3^n}{u_n}$ ومنه

$$t_n=\frac{3^n}{5\times\left(\frac{3}{2}\right)^n}=\frac{3^n}{5}\times\frac{2^n}{3^n}=\frac{1}{5}\times 2^n$$

ومنه (t_n) متتالية هندسية حدها الاول $\frac{1}{5}$ واساسها 2 اذن

$$S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{3}{u_1}+\frac{3^2}{u_2}+\cdots+\frac{3^n}{u_n}$$

$$S_n=t_0+t_1+t_2+\cdots+t_n$$

$$S_n=t_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$$

$$=\frac{1}{5}\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)=\frac{1}{5}\left(\frac{2^{n+1}-1}{1}\right)$$

$$\boxed{S_n=\frac{2^{n+1}-1}{5}}$$

④ - خاطئة: (1)

الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x)=e^{3x-1}$ مستمرة و موجبة على $\mathbb{R}$

. ومنه حجم المجسم المولد بالدوران حول المحور (xx') على $[0;\ln 3]$ للمنحنى الدالة f هو

$$V=\int_0^{\ln 3}\pi(f(x))^2dx$$

$$V=\int_0^{\ln 3}\pi(e^{3x-1})^2dx$$

$$V=\pi\int_0^{\ln 3}e^{6x-2}dx$$

$$V=\pi\left[\frac{1}{6}e^{6x-2}\right]_0^{\ln 3}$$

$$V=\frac{\pi}{6}\left(e^{6\ln(3)-2}-e^{0-2}\right)$$

$$V=\frac{\pi}{6}\left(e^{6\ln 3}\times e^{-2}-e^{-2}\right)$$

$$V=\frac{\pi}{6}\left((e^{\ln 3^6}-1)e^{-2}\right)$$

$$V=\frac{\pi e^{-2}}{6}(3^6-1)$$

$$V=\frac{\pi\times 728}{6e}$$

$$\boxed{V=\frac{364\pi}{6e}\times(u.v)}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

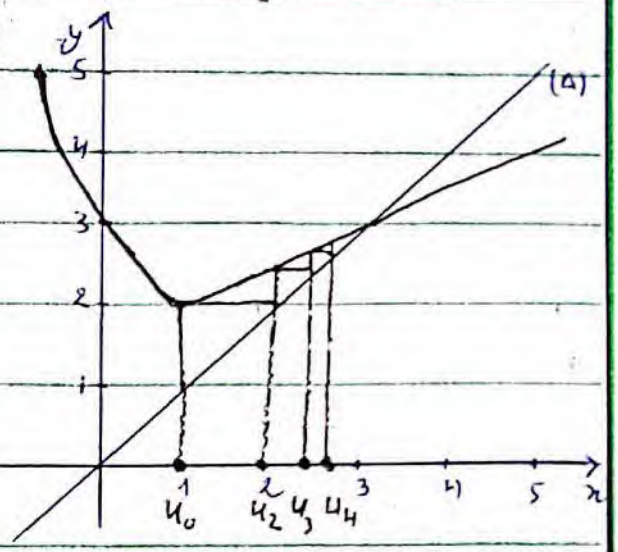
حل التمرين الثاني:

$u_{n+1} = f(u_n)$ ، $u_0 = 1$

مع $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$

① أ- تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (0,5)

على محور الفواصل:



ب- التخمين (0,5)

- من التمثيل نجد $u_0 < u_1 < u_2 < u_3$

ومنه المتتالية (u_n) متزايدة

تماما على $\mathbb{N}$ ، ومتقاربة.

② أ- نتبين بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n: $1 \leq u_n \leq 3$ (0,5)

(*) من أجل $n = 0$ نجد $u_0 = 1$

ولدينا $3 \geq 1 \geq 1$ أي $3 \geq u_0 \geq 1$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n = 0$

(**) لتكن $n \in \mathbb{N}$ ، نفرض أن $1 \leq u_n \leq 3$

ونبين أن $1 \leq u_{n+1} \leq 3$

- لدينا $1 \leq u_n \leq 3$

فإن الدالة f متزايدة تماما على

فإن $f(1) \leq f(u_n) \leq f(3)$ $[1;3]$

أي $2 \leq u_{n+1} \leq 3$

وبالتالي $1 \leq u_{n+1} \leq 3$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n+1$

من (*) و (**) وحسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n،

$$\boxed{1 \leq u_n \leq 3}$$

ب- نتبين أن المتتالية (u_n) متزايدة: (0,5)

- من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، لدينا

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n^2+3}{u_n+1} - u_n$$

$$= \frac{u_n^2 + 3 - u_n^2 - u_n}{u_n+1}$$

$$= \frac{3-u_n}{u_n+1}$$

لدينا سابقا $1 \leq u_n \leq 3$

ومنه $-3 \leq -u_n \leq -1$

أي $0 \leq 3-u_n \leq 2$ ---- ①

ولدينا أيضا $4 > u_{n+1} > 2 > 0$ ---- ②

من ① و ② نجد $u_{n+1} - u_n > 0$

ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما

- إستنتاج التقارب: (0,5)

المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

ومحدودة من الأعلى، فهي متقاربة.

③ أ- نتبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n (0,5)

$$3 - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3-u_n)$$

- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا:

$$3 - u_{n+1} = 3 - \frac{u_n^2+3}{u_n+1}$$

=

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

$3-u_{n+1} = \frac{3u_n+3-u_n^2-3}{u_n+1}$

$= \frac{u_n(3-u_n)}{u_n+1}$

$= \frac{u_n}{u_n+1}(3-u_n)$

• لدينا $\frac{u_n}{u_n+1} = \frac{u_n+1-1}{u_n+1}$

$= 1 - \frac{1}{u_n+1}$

ولدينا $3 \leqslant u_n$ يعني $u_n+1 \leqslant 4$

معناه $\frac{1}{u_n+1} \geqslant \frac{1}{4}$ معناه $-\frac{1}{u_n+1} \leqslant -\frac{1}{4}$

معناه $1-\frac{1}{u_n+1} \leqslant 1-\frac{1}{4}$

اي $\frac{u_n}{u_n+1} \leqslant \frac{3}{4}$

وبما انا $3-u_n \geqslant 0$ (سابقا) فان

$\frac{u_n}{u_n+1}(3-u_n) \leqslant \frac{3}{4}(3-u_n)$

اي $\boxed{3-u_{n+1} \leqslant \frac{3}{4}(3-u_n)}$

ب. استنتاج انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

$0 \leqslant 3-u_n \leqslant 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ 0,5

• لدينا من جهة

(أ) ... $0 \leqslant 3-u_n$ اي $1 \leqslant u_n \leqslant 3$

• ولدينا سابقا $3-u_{n+1} \leqslant \frac{3}{4}(3-u_n)$

• من اجل $n=0$ نجد $3-u_1 \leqslant \frac{3}{4}(3-u_0)$

• من اجل $n=1$ نجد $3-u_2 \leqslant \frac{3}{4}(3-u_1)$

• من اجل $n=2$ نجد $3-u_3 \leqslant \frac{3}{4}(3-u_2)$

⋮

من اجل $n-1$ نجد $3-u_n \leqslant \frac{3}{4}(3-u_{n-1})$

• بضرب كل المتراجحات طرقا في طرقا

$3-u_n \leqslant (3-u_0)\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{3}{4}\right)$

$3-u_n \leqslant (3-1)\left(\frac{3}{4}\right)^n$

$3-u_n \leqslant 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ... (ب)

• من (أ) و (ب) نجد

$\boxed{0 \leqslant 3-u_n \leqslant 2\left(\frac{3}{4}\right)^n}$

• حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ 0,5

• لدينا سابقا، من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

$0 \leqslant 3-u_n \leqslant 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$

معناه $-3 \leqslant -u_n \leqslant 2\left(\frac{3}{4}\right)^n - 3$

معناه $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^n \leqslant u_n \leqslant 3$

ولدينا

$\lim\limits_{n\to+\infty} 3-2\left(\frac{3}{4}\right)^n = 3-0=3$

لان $-1 < \frac{3}{4} < 1$

وحسب النهايات بالحصر نجد

$\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3}$

(ج) - تبين انه من اجل $n \in \mathbb{N}$ 0,5

$8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) + 3n \leqslant S_n \leqslant 3n$

• لدينا سابقا من اجل كل $n \in \mathbb{N}$

$0 \leqslant 3-u_n \leqslant 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$

اي $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^n \leqslant u_n \leqslant 3$

• من اجل $n=0$ نجد $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^0 \leqslant u_0 \leqslant 3$

• من اجل $n=0$ نجد $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^1 \leqslant u_1 \leqslant 3$

⋮

من اجل $n-1$ نجد $3-2\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \leqslant u_{n-1} \leqslant 3$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

بجمع كل المتراجحات طرفا لطرفا

نحصل على التأطير التالي:

$3n - 2\left(\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \cdots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\right) \leq S_n \leq 3n$

$3n - 2\left(\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{\frac{3}{4} - 1}\right) \leq S_n \leq 3n$

$3n + 2 \times 4\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) \leq S_n \leq 3n$

$\boxed{3n + 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) \leq S_n \leq 3n}$

• استاج $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ (0,5)

لدينا سابقا

$3n + 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) \leq S_n \leq 3n$

لدينا: $\lim\limits_{n \to +\infty} 3n = +\infty$

ولدينا $\lim\limits_{n \to +\infty} 3n + 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) = +\infty$

لأن $-1 < \frac{3}{4} < 1$

أي $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$

ومنه حسب النهايات نجد صريحة

$\boxed{\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = +\infty}$

حل التمرين الثالث:

صندوق يحتوي على أربع كريات بيضاء مرقمة بـ: 1، 1، 0، 0 وأربع كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 1، 0 نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات نعاين الكيس

• عدد الحالات الممكنة (التأليفة)

$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$ (0,5)

① - نبين أن $P(A) = \frac{1}{7}$ ونحسب $P(B)$ و $P(C)$

$P(A) = \frac{C_4^3 + C_4^3}{C_8^3} = \frac{4+4}{56} = \frac{1}{7}$ (0,5)

$P(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{C_8^3} = \frac{4+1}{56} = \frac{5}{56}$ (0,5)

$P(C) = \frac{C_4^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{C_8^3} = \frac{1 \times 4 \times 3}{56} = \frac{3}{14}$ (0,5)

② X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد كريات الـ 1 المحصل عليه.

1. قانون احتمال المتغير X.

(1) • لدينا القيم الممكنة لـ X هي:

$X = \{0; 1; 2; 3\}$

$P(X=0) = \frac{C_3^3 + C_3^2 \times C_1^1}{C_8^3} = \frac{1+3\times1}{56} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$ ومنه

$P(X=1) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1 + C_4^1 \times C_3^2}{C_8^3} = \frac{4\times3\times1 + 4\times3}{56} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$

$P(X=2) = \frac{C_4^2 \times C_3^1 + C_4^2 \times C_1^1}{C_8^3} = \frac{6\times3 + 6\times1}{56} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$

$P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_8^3} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$

ومنه

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

ب- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$ (0,5)

$= 0\left(\frac{4}{56}\right) + 1\left(\frac{24}{56}\right) + 2\left(\frac{24}{56}\right) + 3\left(\frac{4}{56}\right)$

$= \frac{84}{56} = 1,5$

$\boxed{E(X) = 1,5}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

- استاج $E(2023x+1444)$: (0,5)

$E(2023x+1444) = 2023E(x)+1444$

$= 3034,5+1444$

$E(2023x+1444) = 4478,5$

حل التمرين الرابع

1- $D_g = \mathbb{R}$ ، $g(x) = (2x+1)e^{2x} - 1$

① - حساب نهايات الدالة g عند $+\infty$ و عند $-\infty$ (0,5)

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (2x+1)e^{2x} - 1 = -\infty \times 0$ حالة

$= \lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x} + e^{2x} - 1 = -1$

لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (2x+1)e^{2x} - 1 = +\infty$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} (2x+1) = +\infty$

② - دراسة اتجاه تغير الدالة g : (0,5)

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$g'(x) = 2e^{2x} + 2(2x+1)e^{2x}$

$= (2+4x+4)e^{2x}$

$= 4(x+1)e^{2x}$

ومنه $g'(x) = 4e^{2x}(x+1)$

لدينا $4e^{2x} > 0$ ومنه إشارة $g'(x)$ من إشارة $(x+1)$

$x+1 = 0$ معناه $x = -1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$		$+$	

ومنه الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$

- جدول تغيرات الدالة g : (0,5)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	↘	$g(-1) = \frac{-1}{e^2} - 1$	↗	$+\infty$

③ - حساب $g(0)$:

$g(0) = (2\times0+1)e^{2\times0} - 1 = 1 - 1 = 0$

- إشارة $g(x)$: (0,5)

- من جدول تغيرات الدالة نجد :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II- $D_f = \mathbb{R}$ ، $f(x) = x(1-e^{2x}) + 3$

① حساب النهايات عند $-\infty$ و عند $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x(1-e^{2x}) + 3 = -\infty$ (0,5)

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(1-e^{2x}) + 3 = -\infty$

ب- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x) - (x+3))$ (0,5)

$\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x) - (x+3)) =$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} x(1-e^{2x}) + 3 - (x+3)$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} x - xe^{2x} + 3 - (x+3)$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} -xe^{2x} = 0$ (نهاية مقارنة)

- التفسير : المستقيم ذو المعادلة $y = x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ج- دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) : (0,5)

- لدينا $f(x) - y = -xe^{2x}$

- لدينا $e^{2x} > 0$ ومنه إشارة $f(x) - y$ من إشارة $-x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $(0;3)$		(C_f) تحت (Δ)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

② - نبين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = -g(x)$ (0,5)

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$f'(x) = (1-e^{2x}) - 2x e^{2x}$

$= 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$

$= 1 - (1+2x)e^{2x}$

$= -(-1 + (2x+1)e^{2x})$

$f'(x) = -g(x)$

- استاج إتجاه تغير الدالة f. (0,5)

لدينا $f'(x) = -g(x)$ ومنه إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; 0]$ ومتناقصة تماما على $[0; +\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f (0,5)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(0)=3$	↘	$-\infty$

③ - نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3,2 < \beta < -3$ و $\ln 2 < \alpha < 1$ (0,5)

- لدينا الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]\ln 2; 1[$

ولدينا $f(1) \simeq -3,38$ و $f(\ln 2) \simeq 0,92$

أي $f(\ln 2) \times f(1) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in]\ln 2; 1[$

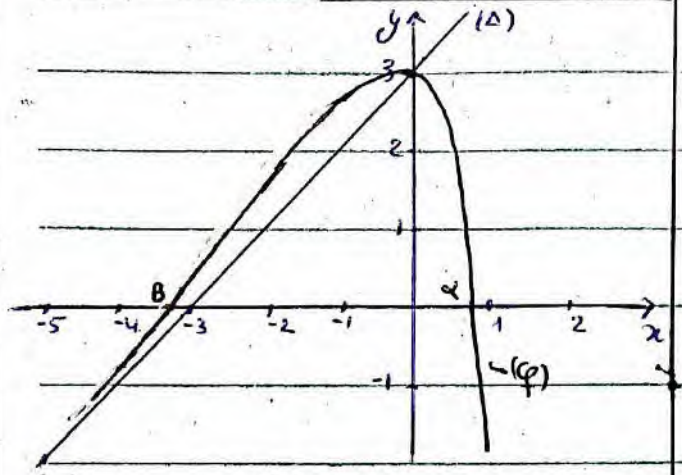
الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $]-3,2; -3[$ ولدينا

$f(-3) \simeq 0,007$ و $f(-3,2) \simeq -0,19$

أي $f(-3) \times f(-3,2) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد β حيث $\beta \in]-3,2; -3[$

④ - رسم (φ) و (Δ) (0,5)



⑤ - حساب المساحة $A(\lambda)$ (0,5)

من أجل $x < 0$ (φ) فوق (Δ) أي $f(x) - y > 0$

إذن $A(\lambda) = \int_{\lambda}^{0} (f(x) - y)\,dx$

$= \int_{\lambda}^{0} -x e^{2x}\,dx$

نضع $u(x) = -x$ ، $v'(x) = e^{2x}$

$u'(x) = -1$ $v(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

ومنه $A(\lambda) = \left[\frac{-x}{2}e^{2x}\right] - \int_{\lambda}^{0} -\frac{1}{2}e^{2x}\,dx$

$= \left[\frac{-x}{2}e^{2x}\right] + \left[\frac{1}{4}e^{2x}\right]$

$= \frac{\lambda}{2}e^{2\lambda} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{2\lambda}$

$= \frac{1 + (2\lambda - 1)e^{2\lambda}}{4}$ cm²

- حساب $\lim_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$ (0,5)

$\lim_{\lambda \to -\infty} A(\lambda) = \lim_{\lambda \to -\infty} \frac{1 + (2\lambda - 1)e^{2\lambda}}{4} = \frac{1}{4}$ cm²

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري