الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني
أركان الجيش الوطني الشعبي
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2023 / 2024
اختبار الثلاثي الثالث
المستوى: الثالثة ثانوي. الشعبة: علوم تجريبية

المادة: رياضيات
المدة : 03 ساعات و نصف

على المترشح اختيار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول(04نقاط):

يحتوي صندوق U_1 على خمس كرات ثلاث منها تحمل الرقم 2 و كرتان تحملان الرقم 3 ويحتوي صندوق U_2 على خمس كرات منها ثلاثة بيضاء واثنتان حمراوين.(الكرات لانفرق بينها عند اللمس).

- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 ونسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الصندوق U_2 حيث n يمثل الرقم المسجل على الكرة المسحوبة من الصندوق U_1.

1) أ- أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة العشوائية .

ب- بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء هو $\frac{1}{25}$.

ج- ما هو احتمال الحصول على كرتان حمراوان علما أن الكرة المسحوبة من U_1 تحمل رقم 3.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد كرات الحمراء المسحوبة.

أ- بين ان: $P(X=0)=\frac{11}{50}$.

ب- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضياتي.

التمرين الثاني(04نقاط):

1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 وأساسها r.

أ- عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=210 \end{cases}$.

ب- أكتب u_n بدلالة العدد الطبيعي n .ثم أحسب بدلالة المجموع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=e^{11-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النيبري.

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ماذا تستنتج ؟ .

ج- أحسب بدلالة n المجموع : $T_n=v_{n-1}+v_n+...+v_{2n+1}$ و الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times...\times v_n$.

د- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين الثالث (05نقاط):

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)=z^3-12z^2+48z-128$.

أ- بين أن العدد 8 هو جذر لـ $P(z)$.

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $P(z)=0$.

لاحظ C ، B ، A

$z_A=2-2i\sqrt{3}$

$z_B=\overline{z_A}$; $z_C=8$

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

ج- أحسب العدد Z حيث : $Z = \dfrac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

د- عين إحداثيي النقطة G مرجح الجملة $\{(A;|Z_A|),(B;|Z_B|),(C;|Z_C|)\}$ ثم علمها في نفس المعلم السابق.

هـ- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الرابع(07نقاط):

I. g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ واستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\left\|\vec{i}\right\| = 2cm$

1) أ- بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

ب- بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له.

د- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = x - 1$.

2) أ- بين انه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$. ($f'$ هي مشتقة الدالة f).

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_1 و x_2 حيث : $-0.52 < x_1 < -0.51$ و $1.36 < x_2 < 1.37$.

3) أ- أرسم المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ب- عين الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

ج- أحسب بالسنتيمتر المربع المساحة S للحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ و $x = -\dfrac{1}{2}$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الاول.

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04نقاط):

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ,منها خمس كريات حمراء مرقمة : 1,1,0,2,2
وخمس كريات خضراء مرقمة : 2,2,1,0,0
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كريات من هذا الصندوق

1) أحسب احتمال كل من الاحداث التالية:
   A" الحصول على 4 كريات من نفس اللون "
   B "الحصول على 4 كريات مجموع أرقامها يساوي مجموع أرقام العدد 2024 "
   C"الحصول على ثلاث كريات حمراء"
2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب 4 كريات الرقم الأكبر بين الأرقام الأربعة
   أ. عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله
   ب. أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X
   ج. احسب احتمالالحدث : $"|X-1|=(-1)^n"$ حيث n عدد طبيعي.

التمرين الثاني (04نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_n^{n+1} e^{2-x}dx$

1) أحسب u_0 ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$
2) أكتب u_n بدلالة العدد الطبيعي n ثم أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها.
3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها .
5) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_0+\ldots+u_{n-1}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث (05نقاط):

أ. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-6z+10=0$
   - استنتج حلول المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(\bar{z}+2)^2-6(\bar{z}+2)+10=0$

2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A,B,C و D التي لواحقها على الترتيب:
$z_D=1-i;z_C=1+i;z_B=3+i;z_A=3-i$

أ. أكتب كلا من z_C و z_D على الشكل الأسي .ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n=i$

ب. عين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ج. لتكن النقطة E التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران R
   - تحقق أن لاحقة F هي : $z_F=5+3i$
   - استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.

د. عين المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $K\in\mathbb{R}_+^*$

ه. عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

التمرين الرابع (07 نقاط):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1+xe^x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. لتكن الدالة f العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x+e^x}{e^x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

2) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(e^x-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-0.6<\alpha<-0.5$

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الي المستقيم (Δ)

7) ارسم (Δ) و (C_f)

8) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $f(x)=m$ حلان مختلفان في الاشارة.

9) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=\dfrac{|x|+e^{|x|}}{e^{|x|}-1}$

أ. بين أن الدالة h زوجية

ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

انتهى الموضوع الثاني

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــــاع الوطـــــني
أركـــان الجيش الوطني الشعبـــي
مديرية مدارس أشبال الأمـــــة

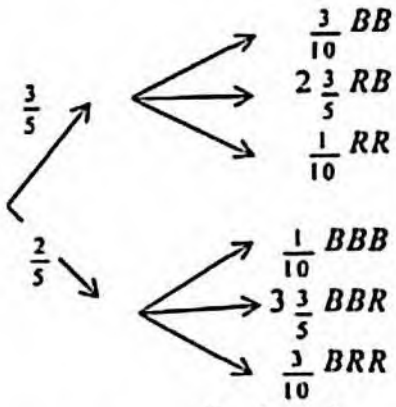
الموسم الدراسي: 2024/2023
الثلاثي: الثالث
المستوى: 3ثانوي شعبة علوم تجريبية

التصحيح النموذجي للاختبار الثالث في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) أ- شجرة الاحتمال



ب- $P(BBB)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{25}$ — 0.50

ج- $P=\frac{3}{5}$ — 0.5

2) أ- $P(X=0)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{11}{50}$ — 1

ب-

X_i	0	1	2
P_i	$\frac{11}{50}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{9}{50}$

0.5

$E(X)=\sum_{i=0}^{1} X_i P_i=\frac{24}{25}$.

التمرين الثاني:

1) من العلاقة الأولى نجد $U_2=8$ أي $U_0=8-2r$ — 0.5

نعوضها في لعلاقة الثانية نجد $r^2=9$ — 0.25

إما $r=-3$ مقبولة أو $r=3$ مرفوضة

نعوض نجد $U_0=14$. — 0.25

ب- $U_n=14-3n$ ، — 0.5

$S_n=\frac{n+1}{2}(14+14-3n)=\frac{1}{2}(n+1)(28-3n)$. — 0.5

2) أ- $V_{n+1}=e^{14-3(n+1)}=e^{-3}V_n$ — 0.5

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=e^{-3}$ وحدها الأول — 0.25

$V_0=e^{14}$.

ب- $\lim_{n\to+\infty} V_n=\lim_{n\to+\infty}(e^{14-3n})=0$ — 0.25

نستنتج أن (V_n) متتالية متقاربة. — 0.25

ج- $T_n=V_{n-1}\frac{e^{-3(n+3)}-1}{e^{-3}-1}=e^{17}e^{-3n}\frac{e^{-3(n+3)}-1}{e^{-3}-1}$ — 0.5

$P_n=e^{S_n}=e^{\frac{1}{2}(n+1)(28-3n)}$ — 0.5

د- $\lim_{n\to+\infty} P_n=0$. — 0.25

التمرين الثالث:

1) أ- $P(8)=0$ إذن 8 جذرا لـ $P(z)$ — 0.25

بالقسمة الاقليدية نجد:

$P(z)=(z-8)(z^2-4z+16)$ — 0.5

$P(z)=0$ يكافئ: $z-8=0$ أو $z^2-4z+16=0$ — 0.25

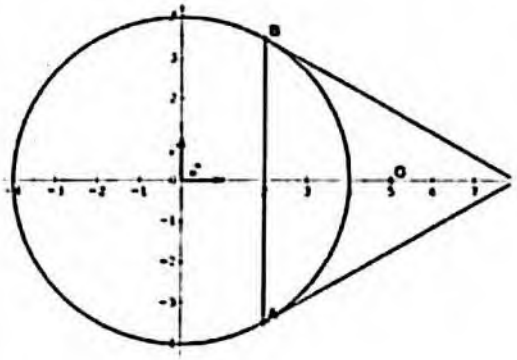
$\Delta=-48=(i4\sqrt{3})^2=(-i4\sqrt{3})^2$ أي $z=8$ أو — 0.25

$z_1=2-2i\sqrt{3}$ أو $z_2=2+2i\sqrt{3}$. — 0.25

إذن مجموعة حلول المعادلة هي:

$S=\{8,2-2i\sqrt{3},2+2i\sqrt{3}\}$.

2) أ- $Z_A=4(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3}))$. — 0.5



1

ب- $(Z_n)^n=4e^{\frac{n\pi}{3}i}$ يكون عدد حقيقي موجب إذا كان : — 0.5

$n=6k$ أي $\frac{n\pi}{3}=2k\pi$ حيث k عدد طبيعي.

ج- $Z=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ — 0.25

$|Z|=1$ و $\arg(Z)=\frac{\pi}{3}$ إذن: ABC مثلث متقايس الأضلاع — 0.25

منـــصـــة الـقـلـم الـجـزائـــري | DZPEN.COM

د- $Z_{II}(5;0)$ إذن: $Z_{II} = \frac{4Z_A + 4Z_B + 8Z_C}{16} = 5$ 0.25

هـ- $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MC}\right\|$

أي $\left\|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right\| = \left\|4\overrightarrow{MG}\right\|$ أي $MG = 3$ 0.5

إذن مجموعة النقط M هي دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها 3. 0.25

التمرين الثالث:

I. 1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ ولدينا:

$g'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)^2 + 1}{x+1}$. 0.25

$g'(x) > 0$ من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ 0.25

إذن: الدالة g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$. 0.25

جدول تغيرات:

x	-1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0.25

2) $g(0) = 0$ 0.25

إشارة $g(x)$:

x	-1		0		$+\infty$
$g(x)$	‖	-	0	+	

0.25

II. 1) أ- لدينا: بوضع $X = x$

تزايد المقارن $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} = \lim_{X\to+\infty} \frac{\ln X}{X} = 0$ 0.25

و $\lim_{x\to+\infty}(x-1) = +\infty$ إذن: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. 0.25

$\lim_{x\to-1} f(x) = +\infty$ 0.25

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x = -1$. 0.25

ب- لدينا:

$\lim_{x\to+\infty}(f(x) - (x-1)) = \lim_{x\to+\infty}(-\frac{\ln(x-1)}{x-1}) = 0$ 0.25

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = x - 1$ بجوار $+\infty$. 0.25

ج- دراسة الوضع النسبي:

ندرس إشارة الفرق $f(x) - (x-1) = -\frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

x	-1		0		$+\infty$
$x+1$	‖	+	+		
$\ln(x+1)$	‖	-	0	+	
$f(x) - y$	‖	+	0	-	
الوضعية	‖ (C_f) يقع فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $(0;-1)$	(C_f) يقع أسفل (Δ)	

0.5

2) أ- تبيان أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$. 0.5

ب- إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ لأن المقام موجب 0.25

ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-1;0]$ ومتزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$. 0.25

جدول تغيرات:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	↗	$+\infty$
		-1		

0.25

ج- الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]-0.52;-0.51[$

و $f(-0.51) = 0.054$ و $f(-0.52) = 9.1\times10^{-3}$. 0.5

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيد x_1 في المجال $]-0.52;-0.51[$.

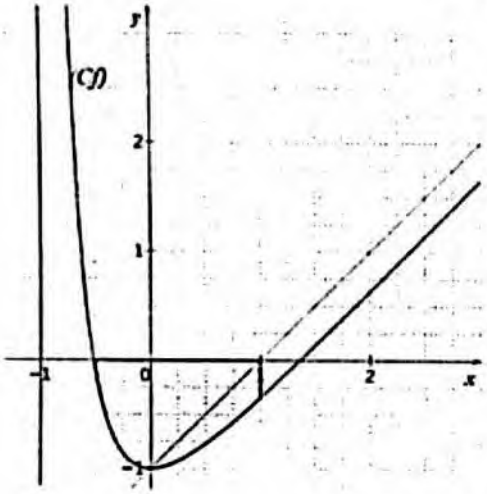
- الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]1.36;1.37[$

و $f(1.37) = 5.9\times10^{-3}$ و $f(1.36) = -3.8\times10^{-3}$. 0.5

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيد x_2 في المجال $]1.36;1.37[$.

أي المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_1 و x_2.

3) أ- الرسم:



0.25 + 0.5

ب- الدوال الأصلية للدالة f هي:

$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}[\ln(x+1)]^2 + C$. 0.5

حيث $C \in \mathbb{R}$.

ج- $S = \int_{\frac{1}{2}}^{1} -f(x)dx = -[F(x)]_{\frac{1}{2}}^{1}$

$S = \frac{9}{8}\times4 = \frac{9}{2}cm$. 0.25

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

عناصر الاجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (4)(نقاط)		
1) حساب احتمال الحوادث		
A " الحصول على 4 كريات من لون واحد " $P(A)=\frac{C_5^4+C_5^4}{C_{10}^4}=\frac{5+5}{210}=\frac{1}{21}$	0.5	01.5
B "الحصول على 4 كريات مجموع أرقامها يساوي مجموع أرقام العدد 2024 " $P(B)=\frac{C_1^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{210}$	0.5	
C " الحصول على ثلاث كريات حمراء " $P(C)=\frac{C_5^3C_5^1}{C_{10}^4}=\frac{50}{210}=\frac{5}{21}$	0.5	
2) قيم المتغير العشوائي X هي : $\{1;2\}$	0.25	0.25
الكرات الأربع لا تحمل الرقم 2: $P(X=1)=\frac{C_9^4}{C_{10}^4}=\frac{15}{210}=\frac{1}{14}$	0.5	01
سحب على الأقل كرة تحمل الرقم 2: $P(X=2)=1-P(X=1)=1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$	0.5	
حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X : $E(X)=1\times\frac{1}{14}+2\times\frac{13}{14}=\frac{27}{14}$	0.25	0.25
حساب احتمال الحادثة "$|X-1|=1$" ومنه : $|X-1|=1$ أو $X-1=-1$ أي: $X=0$ أو $X=2$	0.5	01
$P(|X-1|=1)=P(X=0)+P(X=2)=0+\frac{13}{14}=\frac{13}{14}$	0.5	
التمرين الثاني: (4)(نقاط)		
1) حساب u_0:		
لدينا $u_0=\int_0^1 e^{2-x}$ منه $u_0=\left[-e^{2-x}\right]_0^1=e^2-e^1$	0.5	01
من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $e^{2-x}>0$ و $n+1>n$ منه $u_n>0$	0.5	
2) إيجاد عبارة u_n	0.5	01
$u_n=\int_n^{n+1} e^{2-x}=\left[-e^{2-x}\right]_n^{n+1}=e^{2-n}-e^{1-n}=e^{1-n}(e-1)$		
أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها	0.5	
لدينا $u_n=e^{1-n}(e-1)$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=e^{-n}(e-1)$ أي $u_{n+1}=e^{-1}u_n$		
3) $u_{n+1}-u_n=\int_{n+1}^{n+2} e^{2-x}-\int_n^{n+1} e^{2-x}=e^{-n}\left(-1+2e^1-e^2\right)=-e^{-n}\left(1-e^1\right)^2$ ومنه:	0. 5	0.5
$u_{n+1}-u_n<0$		
من أجل كل عدد طبيعي n (u_n) متناقصة تماما		
4) بما أن (u_n) متناقصة تماما و محدودة من الأسفل $u_n>0$ فهي متقاربة	0.5	0.75
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$	0.25	

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

0.75	0.5 0.25	$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ $= \left[-e^{1-0}\right] + \left[-e^{1-1}\right] + \left[-e^{1-2}\right] + \dots + \left[-e^{1-n}\right]$ (5 $= e^1 - e^{1-n}$ $= e^1\left(1-e^{-n}\right)$ $\lim_{n\to+\infty} s_n = e^1$
		التمرين الثالث: (5النقاط)
0.75	0.25 +0.25+0.25	1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$: $\Delta = -4 = 4i^2$ ومنه $\Delta = -4 = 4i^2$ $z_2 = 3-i$ و $z_1 = 3+i$
0.5	0.25 0.25	استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\bar{z}+2)^2-6(\bar{z}+2)+10=0$ $\bar{z}+2 = 3+i$ ومنه $z = 1-i$ $\bar{z}+2 = 3-i$ ومنه $z = 1+i$
01	0. 5 0. 5	2. كتابة كلا من z_C و z_D على الشكل الأسي: $z_D = 1-i = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C = 1+i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
0.75	0.25 0.25 0.25	1. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n = i$ $\left(\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{2}+2k\pi$ ومنه $n = 1+4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$
0.5	0.25 0.25	3. تعيين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ $z'-z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$ ومنه $z'-z_A = i(z-z_A)+z_A$ ومنه $z' = i(z-3+i)+3-i$ ومنه $z' = iz-4i+2$ ومنه $z' = iz-3i-1+3-i$
	0.25	4. التحقق أن لاحقة F هي: $z_F = 5+3i$ $z' = i(7-3i)-4i+2 = 7i+3+2-4i = 5+3i = z_F$
0. 5	0.25 0.25	▪ استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير لدينا $z_F-z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_E-z_A)$ يكافئ $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ لدينا $\left\lvert\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}\right\rvert = 1$ ومنه $FA = EA$ و $Arg\left(\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}\right) = i\frac{\pi}{2}$ اي $(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه المثلث AFE قائم في A ومتساوي الساقين
01	0.5 0.5	5. تعيين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z = 1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$ مجموعة النقط M هي نصف المستقيم $[DM)$ باستثناء المبدأ D ومعاملة $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\lvert z-1-i\rvert = \lvert z-1+i\rvert$ $\lvert z-1-i\rvert = \lvert z-1+i\rvert$ يكافئ $\lvert z-(1+i)\rvert = \lvert z-(1-i)\rvert$ يكافئ $\lvert z-z_C\rvert = \lvert z-z_D\rvert$ ومنه $CM = DM$ مجموعة النقط M هي محور القطعة $[CD]$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

التمرين الرابع: (7 نقاط)

1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي: $g'(x)=e^x(1+x)$	0.25	01
من أجل كل x من $\mathbb{R}$ تكون إشارة $g'(x)$ من اشارة $(1+x)$ وعليه	0.5	
x | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ $g'(x)$ | $-$ | 0 | $+$		
الدالة g متزايدة تماما على المجال $[-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$	0.25	
2)		0.5
x | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ $g(x)$ | $+\infty$ | $g(-1)$ | $+\infty$	0.25	
$g(-1)>0$ ومنه $g(x)>0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$	0.25	
3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x\left(\frac{x}{e^x}+1\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)}=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$	0.25+0.5	01.75
$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)=-\infty$	0.25+0.25	
$x=0$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f) و $y=1$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$	0.25+0.25	
4) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ودالتها المشتقة هي: $f'(x)=\dfrac{(1+e^x)(e^x-1)-e^x(x+e^x)}{(e^x-1)^2}=\dfrac{g(x)}{(e^x-1)^2}$	0.25	0.5
	0.25	
إشارة $f'(x)$ من اشارة $-g(x)$ وعليه $f'(x)<0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$	0.25	0.5
الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها	0.25	
x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ $f(x)$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | 1	0.25	0.25
5) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$	0.25	0.25
$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(-x))=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x+e^x}{e^x-1}+x\right)$		
من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{g(x)}{e^x-1}\right)$		
$=0$		

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري