الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية باتنة
امتحان البكالوريا التجريبي | دورة: ماي 2024
شعبة: التقني رياضي | ثانوية عياش مقلاتي الحاسي
اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 05 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = e+1 \\ u_{n+1} = e+1-\dfrac{e}{u_n} \end{cases}$ و $v_n = \ln\left(\dfrac{u_n - 1}{u_n - e}\right)$.

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n > e$.
   ب) بين أن (u_n) متناقصة تماما و برر تقاربها.
2. أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 < u_{n+1} - e < e^{-1}(u_n - e)$.
   ب) استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 < u_n - e < e^{-n}$، ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.
3. أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 1 يطلب حساب حدها الأول.
   ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.
4. نعتبر المجموع S_n بحيث: $S_n = \dfrac{e-1}{u_0 - 1} + \dfrac{e-1}{u_1 - 1} + \ldots + \dfrac{e-1}{u_n - 1}$.

✓ تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $\dfrac{e-1}{u_n - 1} = 1 - \dfrac{1}{e^{v_n}}$. ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = n + 1 + \dfrac{e^{-n-1} - 1}{e - 1}$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: $-a, a, a, 0$ و ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: $-a, 0, 0$ و كرية خضراء مرقمة بـ: 0 بحيث $a \in \mathbb{Z}^*$ و الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات و نعتبر الحادثتين: A: الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى.

B: الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم.

1. أ) احسب كلا من $P(A)$ و $P(B)$:
   ب) بين أن $P(A \cap B) = \dfrac{1}{14}$، ثم استنتج $P(A \cup B)$.
2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة.
   أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي: $\{-2a; -a; 0; a; 2a\}$، ثم عرف قانون احتماله.
   ب) احسب كلا من الأمل الرياضياتي $E(X)$ و $V(X)$.
   ج) عين قيم العدد الصحيح a التي من أجلها يكون $V(14X) = A_7^3$.

منـــصـــة القـــلـــم الـجـزائـــري | DZPEN.COM

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر المعادلة $(E)\ldots\ldots 11x-17y=1$ بحيث x و y عددان صحيحان.

1. أ) عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) والذي يحقق $y_0-x_0=1$.

ب) بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $\{(17k+14;11k+9);k\in\mathbb{Z}\}$.

2. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 11.

ب) بين أن $\beta\equiv 3[11]$ بحيث $\beta=2018^{2x+y}$.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $(4\beta+4)^{2024}\times 5^n-3\equiv 0[11]$.

3. العدد الطبيعي N يكتب $\overline{\lambda\,5}$ في النظام ذي الأساس a و $\overline{\gamma\,6}$ في النظام ذي الأساس b بحيث $\lambda=11$ و $\gamma=17$.

✓ عين العددين a و b علما أن $|a-b|\leq 11$، ثم اكتب N في النظام العشري.

التمرين الرابع: 07 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ بحيث: $g(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x-1}{x+1}$.

✓ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0,44<\alpha<0,46$، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\ln(x^2+1)-x$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1. بين أن الدالة f فردية وأن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x^2)$.

ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-\sqrt{\alpha}]$ و $[\sqrt{\alpha};+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[-\sqrt{\alpha};\sqrt{\alpha}]$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في مبدأ المعلم. ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) وفسر النتيجة هندسيا.

4. أ) عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) انشئ (T) ثم ارسم (C_f) على المجال $[-\sqrt{e-1};\sqrt{e-1}]$، يعطى $f(\sqrt{\alpha})\simeq -0,42$.

ج) ارسم (C_{-f}) التمثيل البياني للدالة $-f$، موضحا طريقة رسمه انطلاقا من (C_f).

5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=\dfrac{1}{2}\left((x^2+1)\ln(x^2+1)-2x^2\right)$ دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=\sqrt{\alpha}$ و $x=-\sqrt{\alpha}$.

✓ بين أن $A(\alpha)=4(3\alpha-1)cm^2$.

انتهـــــــــى الموضوع الأول

منـــصـــة الـقـلـم الـجـزائـــري | DZPEN.COM

الموضـــــوع الثانـــــي

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + \ln(n) \end{cases}$ و $v_n = e^{u_n}$.

1. أ) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \ln\left[(n-1)!\right]$،

2. استنتج عبارة الحد العام v_n بدلالة n، ثم تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $\frac{v_{n+1}}{v_n} = n$.

3. بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \ln\left(\frac{v_3}{v_2}\right) + \ldots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right) = u_n$.

4. نعتبر الجداء P_n بحيث : $P_n = 2025^{\frac{v_2}{v_1}} \times 2025^{\frac{v_3}{v_2}} \times \ldots \times 2025^{\frac{v_{n+1}}{v_n}}$.

أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $P_n = 45^{n(n+1)}$.

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $P_n = 2025^{2016}$.

التمرين الثاني: 05 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الأعداد الطبيعية a، b، A، B و d بحيث $a = 4n+3$، $b = 3n+1$، $A = 8n^2+10n+3$ و $B = 6n^2+5n+1$ و $d = PGCD(a;b)$ مع $n \in \mathbb{N}$.

1. أ) بين أن $d = 1$ أو $d = 5$.

ب) بين أنه إذا كان $d = 5$ فإن $n \equiv 3[5]$.

2. بين أن A و B يقبلان القسمة على $2n+1$، ثم عين تبعا لقيم n وبدلالة n : $PPCM(A;B)$.

الجزء الثاني: نعتبر العدد الطبيعي λ بحيث $\lambda = \left(1962^a + 2024^a\right)^{2025}$.

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.
2. بين أن $\lambda \equiv 2[5]$، ثم استنتج $PGCD(4\lambda+3;3\lambda+1)$.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $A \equiv B[5]$.

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ النقط $A(z_A = -2+2i)$، $B(z_B = -2z_A)$ و $C(z_C = 4+8i)$.

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

1. أ) بين أن $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي الذي يحول C إلى B محددا عناصره المميزة.

2. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right)^n$ حقيقي موجب تماما.

3. بين أن مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $(z-4-2i)(\overline{z}-4+2i)=36$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

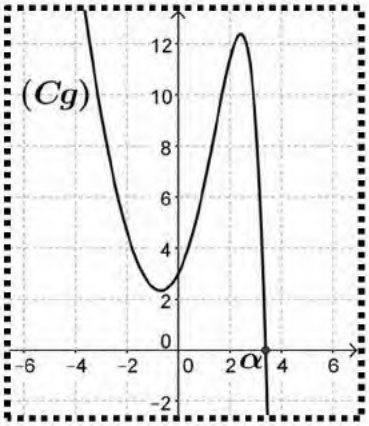
4. نعتبر التحويل النقطي h الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ بحيث: $z' = -z + 8 + 4i$.

أ) بين أن h تحاكي يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب) عين لاحقة النقطة D صورة A بالتحاكي h، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$.

التمرين الرابع: 07 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.



الجزء الأول: في الشكل المقابل (C_g) هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-(x-3)e^x$، و العدد الحقيقي α هو فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و حامل محور الفواصل بحيث: $3,38 < \alpha < 3,4$.

✓ بقراءة بيانية حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^3}{x^2+e^x}$ و (C_f) تمثيلها البياني بحيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

2. أ) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x^2 g(x)}{(x^2+e^x)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بين أن $f(\alpha)=\alpha-1-\frac{2}{\alpha-2}$، ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. أ) تحقق أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f(x)=x-\frac{xe^x}{x^2+e^x}$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

4. أ) بين أن (C_f) يقبل مماسين يشملان مبدأ المعلم أحدهما حامل محور الفواصل و الآخر (T) معادلة له هي: $y=\frac{4}{4+e^2}x$.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و حامل محور الفواصل، ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T)، ثم ارسم (C_f). نأخذ $f(-0,59)\simeq -0,23$، $f(\alpha)\simeq 0,95$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=mx$ أربع حلول متمايزة.

انتهـــــــى الموضـــــوع الثاني

منـــصـــة الـقـلـم الـجـزائـــري | DZPEN.COM