

الفرض المحروس الأول في مادة الرياضيات

* التمرين الأول : (04 نقاط)

حدد صحة أو خطأ كل عبارة من العبارات التالية مع التبرير

(1) من اجل كل عدد طبيعي n اذا كان : $S_n = 6[1 + e^{Ln7} + e^{2Ln7} + e^{3Ln7} + + e^{nLn7}] - 1$ فإن $S_n = 7^{n+1} - 1$

(2) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق عند كل a من IR فإن : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a} = f(a) - af'(a)$

(3) المعادلة التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ والتي حل لها $f(x) = 3e^{-2x} + 4$ هي : $y' + 2y = 8$

* التمرين الثاني : (07 نقاط)

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على المجال $\square$ ب : $g(x) = (2-x)e^x - 2$

(1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أ - بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين احدهما معدوم والآخر α حيث $1,5 < \alpha < 1,6$

ب - إستنتج إشارة $g(x)$ على $\square$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\square$ ب :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ - برهن ان الدالة f مستمرة على $\square$

ب - بين ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 ، ثم اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند المبدأ

(2) برهن ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ و فسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 0$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) أ - بين أن : $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ، ثم استنتج حصراً لـ $f(\alpha)$

(5) (γ) المنحنى البياني الذي معادلته $y = -x^2$

أ - احسب $f(x) + x^2$ واستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (γ)

ب - بين ان $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x^2 = 0$

(6) ارسم (Δ) و (γ) ثمانئى المنحنى (C_f)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

* إذا أردت ان تحلق مع النصور فلا تضيع و قتك مع الدجاج

* **الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات ***

* **التمرين الأول: (03 نقاط)**

الدالة f المعرفة والقابلة للاشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ ، يعطى جدول تغيراتها التالي

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$

أذكر صحة أو خطأ العبارات التالية مع التعليل

(1) من اجل كل x من $]0, +\infty[$: $f(x) \leq 1$

(2) على المجال $]0, 1]$: $f'(x) \leq 0$

(3) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين في المجال $]0, +\infty[$

(4) المستقيم الذي معادلة له : $y = 1$ هو مماس لمنحنى الدالة f

في النقطة ذات الفاصلة 1

* **التمرين الثاني: (07 نقاط)**

المتتالية (U_n) العددية معرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} - \frac{2}{3}U_n = \frac{2}{3} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

1- احسب الحدين U_1, U_2 .

2- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 2$.

3- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{3}(U_n - 2)$ ، ثم استنتج ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما

4- المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n = U_n - 2$

أ- برهن ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول.

ب- عبر عن V_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n .

ج- احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.



* إذا أردت ان تحلق مع النصور فلا تضيع و قتك مع الدجاج