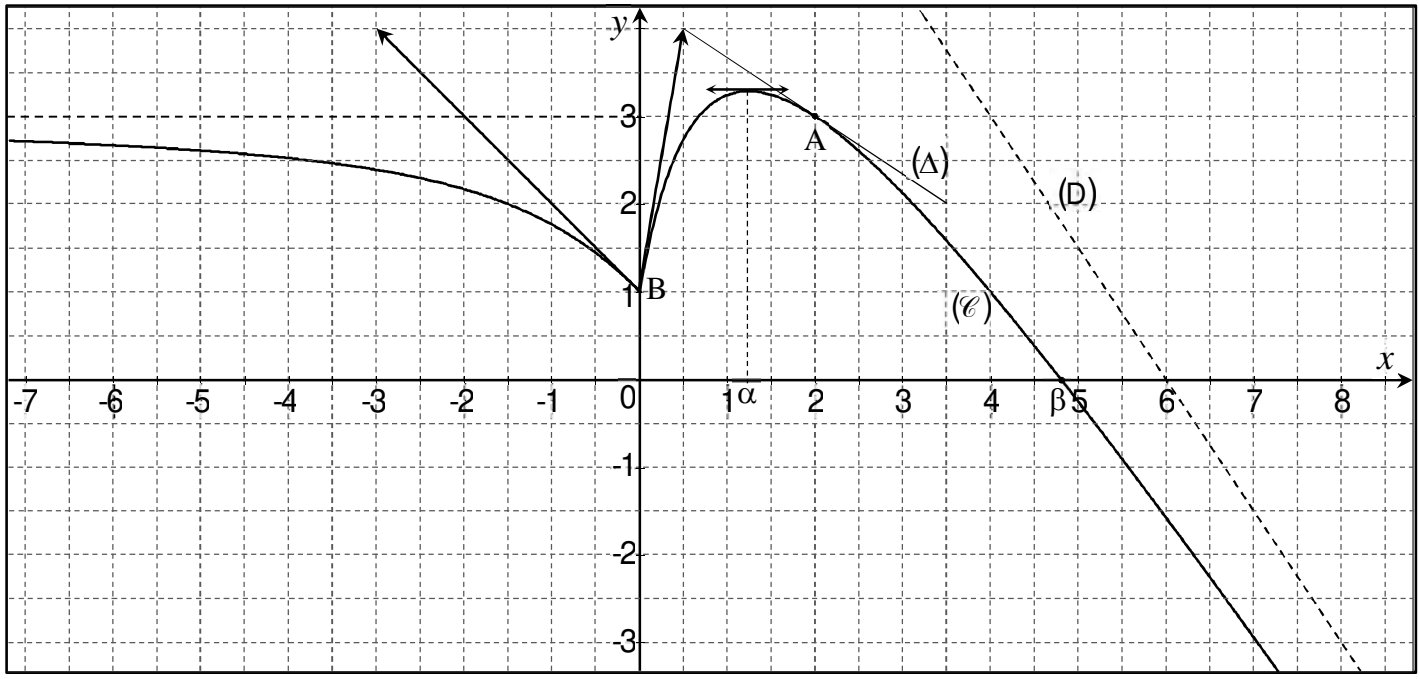
الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**فرض** **الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2022/2023م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ECOLE PRIVÉE

تمرين 1 (10 نقاط)

في الشّكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathscr{C})$ للدالة f المعرّفة والمستمرة على $\mathbb{R}$. (D) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathscr{C})$ في جوار $+\infty$، والمستقيم الذي معادلته $y=3$ مقارب لـ $(\mathscr{C})$ في جوار $-\infty$، (Δ) هو المماس لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة $A(2\,;3)$، كما يوجد نصفي مماسين عند النقطة $B(0\,;1)$، ومماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة α.



1) اكتب معادلة المستقيم المقارب المائل (D)، ومعادلة المماس (Δ).

2) عيّن النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{\sqrt{f(x)+1}}$، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+\dfrac{3}{2}x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)$.

3) عيّن النهايات التالية: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} \dfrac{f(x)-1}{x}$، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \dfrac{f(x)-1}{x}$، $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{f(-x+4)-3}{x-2}$.

4) بيّن أنّ الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند النقطة B. ماذا نسمي النقطة B ؟

5) أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

6) عيّن القيمة المقرّبة للعدد $f(2{,}001)$، باستعمال التقريب التآلفي للدالة f.

7) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β يطلب إعطاء حصرا له سعته $0{,}5$، ثم ادرس إشارة $f(x)$.

8) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m، حتى تقبل المعادلة $f(x)=m+1$ ثلاثة حلول متمايزة.

9) g الدالة العددية المعرّفة بـ: $g(x)=ax+b-\sqrt{x^2+c}$، حيث a، b و c ثلاثة أعداد حقيقية.

أ) عيّن قيم العدد الحقيقي c حتى تكون الدالة g معرّفة على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$، من أجل كل حالة مما يلي: $a<0$، $a=1$ و $a>1$.

ج) إذا علمت أنّ $f(x)=g(x)$ على المجال $]-\infty\,;0]$، وبالاستعانة بقيم $f(0)$، $f'_g(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، عيّن الأعداد الحقيقية a، b و c.

اقلب الورقة

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

تمرين2 (10 نقاط)

I - g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $g(x)=a+\dfrac{b}{x^2-2x-3}$ ، حيث a و b عددين حقيقيين.

1) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ ، فإنّ: $g'(x)=\dfrac{-2b(x-1)}{(x^2-2x-3)^2}$.

2) عيّن العددين الحقيقيين a و b، بحيث المنحنى الممثل للدالة g في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ يقبل عند النقطة $A(5;-4)$ مماسا موازيا للمستقيم الذي معادلته $2x-3y+1=0$.

II - f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-3x^2+6x-3}{x^2-2x-3}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

1) احسب النهايات عند حدود مجالات تعريف الدالة f.

2) اكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى $(\mathscr{C})$.

3) بيّن أنّ: من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;3\}$، $f'(x)=\dfrac{24x-24}{(x^2-2x-3)^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم $(\mathscr{D})$ الذي معادلته $y=1$ ، مع تحديد نقاط تقاطعهما.

5) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0=-3$.

6) أثبت أنّ المستقيم ذي المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحنى $(\mathscr{C})$.

7) احسب $f(-2)$ و $f(0)$ ، ثم ارسم المستقيمات المقاربة، المماس (Δ) والمنحنى $(\mathscr{C})$.

8) m وسيط حقيقي. استعمل $(\mathscr{C})$ لتعيين عدد وإشارة حلول المعادلة $(m+3)x^2-2(m+3)x-3(m-1)=0$.

III - h الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $h(x)=\dfrac{6x-3}{x^2-2x-3}$.

ليكن $(\mathscr{C}')$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ الدالة h متناقصة تماما على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$.

2) بيّن أنّه يوجد مماسا مشتركا بين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ يطلب تعيين معادلة له.

﴿بالتّوفيق﴾

تصحيح فرض الفصل الأول 2022م

أعد المطلب "

تمرين 1:

1) (D): $y=ax+b$ يشمل $C(6;0)$ و $D(4;3)$

بمعنى: $0=6a+b$ و $3=4a+b$

ومنه: $(D): y=-\frac{3}{2}x+9$

(Δ): $y=ax+b$ يشمل $A(2;3)$ و $E(\frac{1}{2};4)$

بمعنى: $3=2a+b$ و $4=0{,}5a+b$

ومنه: $(\Delta): y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{f(x)+1}}=\frac{1}{\sqrt{3+1}}=\frac{1}{2}$$

بما أن: $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+\frac{3}{2}x-9\right)=0$ فإن (D) مستقيم مقارب مائل، إذن $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+\frac{3}{2}x\right)=9$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)+x)=\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}x\right)=9-\frac{1}{2}\lim_{+\infty}x=-\infty$$

3) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=f'_g(0)=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{4-1}{-3-0}=-1$

(معامل توجيه نصف المماس عند 0 من اليسار)

$\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=f'_d(0)=\frac{4-1}{0{,}5-0}=6$

(معامل توجيه نصف المماس عند 0 من اليمين)

$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=0$

(المماس يوازي حامل محور الفواصل)

من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ نضع: $h(x)=f(-x+4)$

$h(2)=f(2)=3$ و $h'(x)=-f'(-x+4)$

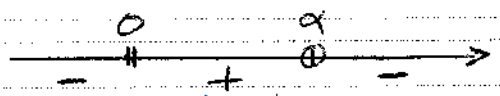
$\lim_{x\to2}\frac{f(-x+4)-3}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{h(x)-h(2)}{x-2}=h'(2)=\frac{2}{3}$

4) $f'_g(0)\neq f'_d(0)$ ومنه f غير قابلة للاشتقاق عند 0. B تسمى نقطة زاوية.

5) إشارة $f'(x)$:

لدينا: $f'(\alpha)=0$، لأن المماس يوازي (Ox).

ومنه:



x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	+	0	−	
$f(x)$	3	↘		↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$
			1				

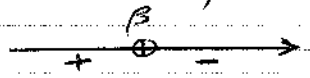
6) لما يكون x قريبا من 2:

$f(x)\simeq f'(2)(x-2)+f(2)=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$:(Δ)

$f(2{,}001)\simeq-\frac{2}{3}(2{,}001)+\frac{13}{3}\simeq2{,}999$

7) f مستمرة ومتناقصة تماما على $[4{,}5;5]$، $f(5)<0$ و $f(4{,}5)>0$، منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β.

إشارة $f(x)$:



8) $1<m+1<3$ ومنه $0<m<2$

9) أ) حتى تكون g معرفة على $\mathbb{R}$ يجب:

$D_g=\mathbb{R}$ $c\geq0$

ب) $a<0$: $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

$a=1$:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+b-\sqrt{x^2+c}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x-\sqrt{x^2+c})(x+\sqrt{x^2+c})}{x+\sqrt{x^2+c}}+b$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-c}{x+\sqrt{x^2+c}}+b\right)=b$$

$a>1$:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(ax+b-\sqrt{x^2+c}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[x\underbrace{\left(a-\sqrt{1+\frac{c}{x^2}}\right)}_{>0}+b\right]=+\infty$$

ج) $f'_g(0)=-1$ و $f'(x)=a-\frac{x}{\sqrt{x^2+c}}$ ومنه:

$a=-1$ ومنه:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(-x+b-\sqrt{x^2+c}\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{(-\sqrt{x^2+c}-x)(-\sqrt{x^2+c}+x)}{-\sqrt{x^2+c}+x}+b\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{c}{-\sqrt{x^2+c}+x}+b\right)=3$$

$b=3$ ومنه:

$f(0)=b-\sqrt{c}=1$

$g(x)=-x+3+\sqrt{x^2+4}$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري