

المُدَّة : 90 دقيقة	الفرض رقم 1	علوم تجريبية (خاص) : 2020 - 2021
---------------------	-------------	----------------------------------

★ المسألة 1 (11p) : g دالة مُعرَّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.

1. أُحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
2. أُحسب $g'(x)$ ؛ أدرُس إتجاه تَغْيَر g . شَكْل جَدُول تَغْيَرَاتِهَا .
3. بَرِهْن أَن المُعَادَلَة $g(x) = 0$ تَقْبَل حَلِين ، أَحَدَهُمَا مَعْدُوم وَ الْآخَر $-1; 52 < \alpha < -1; 51$.
4. إِسْتَنْتِج إِيْشَارَة : $g(x)$ ، ثَم إِسْتَنْتِج إِيْشَارَة $-g(x)$.
5. الدَّالَة المُعَرَّفة على $\mathbb{R}$ كَمَايَلِي : $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$. (C) تَمَثِيلُهَا الْبَيَانِي فِي مَعْلَم مُتَعَامِد وَ مُتَجَانِس .
6. أُحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
7. بَرِهْن أَنَّ $f'(x) = -g(x)$ ، ثَم شَكْل جَدُول تَغْيَرَاتِهَا .
8. عَيِّن دُون حِسَاب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، فَسِّر النَتِيْجَة هُنْدَسِيَا .
9. بَرِهْن أَنَّ $y = -x$: (Δ) مُقَارِب مَائِل عِنْد $+\infty$ ، ثَم أدرُس الْوَضْع النَّسْبِي .
10. تَحَقَّق أَنَّ (C) يَقْبَل نُقْطَة إِنْعِطَاف ، ثَم أَرسُم الْمُنْحَنِي (C) عَلَى الْمَجَال $[-2, +\infty[$.
- * التَّمْرِين الثَّانِي (8p) : g الدَّالَة المُعَرَّفة عَلَى الْمَجَال $]-1; +\infty[$ كَمَايَلِي : $g(x) = \frac{-2x}{x+1} + \ln(x+1)$.

1. أُحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ ، فَسِّر النَتِيْجَة .
 2. أدرُس إتجاه تَغْيَر الدَّالَة g ثَم شَكْل جَدُول تَغْيَرَاتِهَا .
 3. بَرِهْن أَنَّ المُعَادَلَة $g(x) = 0$ تَقْبَل حَلِين أَحَدَهُمَا مَعْدُوم وَ الْآخَر $3, 9 < \alpha < 4$. إِسْتَنْتِج إِيْشَارَة $g(x)$.
 4. أُكْتُب مُعَادَلَة التَّمَّاس (T) لِلْمُنْحَنِي (C) عِنْد الْفَاصِلَة 0 .
 5. أَرسُم (C) وَ التَّمَّاس (T) .
 6. نَاقِش بَيَانِيَا حَسَب قِيَم m وَجُود وَ إِيْشَارَة حُلُول المُعَادَلَة : $g(x) = -x + |m|$.
 - * f دَّالَة مُعَرَّفة عَلَى $\mathbb{R}$ كَمَايَلِي : $f(x) = e^{-x} \times \ln(1 + e^{2x})$. (γ) تَمَثِيلُهَا فِي م . م . م .
 7. بَرِهْن أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُل x حَقِيقِي يَكُون $f'(x) = -e^{-x} \times g(e^{2x})$.
 8. أدرُس إِيْشَارَة $g(e^{2x})$ إِعْتِمَادَا عَلَى إِيْشَارَة $g(x)$ (ضَع $y = e^{2x}$ وَ اكْمِلْ) .
 9. بَرِهْن أَنَّ $f(\ln \sqrt{\alpha}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ ، ثَم جِد حَصْرًا لـ : $\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$.
- نِهَآيَة الْفَرْض -----

10. تَحَقَّق أَنَّ f لَهُ كِتَابَة أُوْلَى $f(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$ وَ لَهُ كِتَابَة ثَانِيَة $f(x) = e^x \times \frac{\ln(1+e^{2x})}{e^{2x}}$.
11. إِسْتَعْمَل الشَّكْل 1 لِحَسَاب النِّهَآيَة عِنْد $+\infty$ وَ الشَّكْل 2 لِحَسَاب النِّهَآيَة عِنْد $-\infty$ ثَم شَكْل جَدُول تَغْيَرَات f .

$$***** \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{\sqrt{x}} = 0 : \text{بَرِّهْنْ أَنَّ} *****$$

★ المسألة 2 (11p) : لِيَكُنْ الدَّالَّةُ g المَعْرِفَةُ عَلَى $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$.

1. أُحْسِبْ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
2. أُحْسِبْ $g'(x)$ ، ثُمَّ شَكْلَ جَدُولِ التَّغْيَرَاتِ .
3. بَرِّهْنْ أَنَّ المَعَادَلَةَ $g(x) = 0$ تَقْبَلُ حَلَّ وَحِيدَ α عَلَى $\mathbb{R}$ ، ثُمَّ تَحَقَّقْ أَنَّ : $1.68 < \alpha < 1.69$. ثُمَّ اسْتَنْتِجْ إِشَارَةَ $g(x)$.
- * f الدَّالَّةُ المَعْرِفَةُ عَلَى $\mathbb{R}$ كَمَا يَلِي : $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$.
4. 1. أُحْسِبْ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ ثُمَّ فَسِّرِ النَتَائِجَ .
5. بَرِّهْنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، ثُمَّ شَكْلَ جَدُولِ التَّغْيَرَاتِ .
6. بَرِّهْنْ أَنَّ : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، ثُمَّ أَوْجِدْ حَصْرًا لَهُ .
7. بَرِّهْنْ أَنَّ المُسْتَقِيمَ $(\Delta) : y = 4x - 1$ مُقَارِبٌ مَائِلٌ عِنْدَ $-\infty$. أَدْرُسِ الوُضْعَ النَّسْبِيَّ .
8. أُكْتُبْ مُعَادَلَةَ المَمَّاسِ (T) عِنْدَ $x_0 = 2$.
9. أَنْشِءِ المُنْحَنِيَّ (C) وَ المَمَّاسَ (T) .
10. نَاقِشْ حَسَبَ قِيَمِ الوَسِيطِ الحَقِيقِيِّ m عَدَدَ وَ إِشَارَةَ حُلُولِ المَعَادَلَةِ $me^x - 4x + m + 2 = 0$.

★ المسألة 2 (8.75p) : دَالَّةُ مُعْرِفَةٍ عَلَى المَجَالِ $]-1, +\infty[$ كَمَا يَلِي : $g(x) = 2 \ln(x + 1) - \frac{x}{x+1}$.

11. أُحْسِبْ $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. أُحْسِبْ $g'(x)$ ، ثُمَّ شَكْلَ جَدُولِ التَّغْيَرَاتِ .
12. تَحَقَّقْ أَنَّ المَعَادَلَةَ $g(x) = 0$ تَقْبَلُ حَلَيْنِ أَحَدَهُمَا مَعْدُومٌ وَ الْآخَرُ $-0.7 < \alpha < -0.8$. اسْتَنْتِجْ إِشَارَةَ $g(x)$.
- * f الدَّالَّةُ المَعْرِفَةُ عَلَى $]-1, +\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}, x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
13. أُحْسِبْ : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
14. بَرِّهْنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x \in]-1, +\infty[$ ، $x \neq 0$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(\ln(x+1))^2}$. شَكْلَ جَدُولِ تَغْيَرَاتِ f .
15. بَرِّهْنْ أَنَّ : $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha + 1)$. أُحْصِرْهُ .
16. أَدْرُسْ قَابِلِيَّةَ إِشْتِقَاقِ f عِنْدَ 0 ، ثُمَّ أُكْتُبْ مُعَادَلَةَ المَمَّاسِ (T) عِنْدَ الفَاصِلَةِ 0 .
17. بَرِّهْنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x > -1$: $x - \ln(x + 1) \geq 0$. ثُمَّ اسْتَنْتِجِ الوُضْعَ النَّسْبِيَّ بَيْنَ (C) وَ (T) .
18. عَيِّنْ مُعَادَلَةَ لِلْمُسْتَقِيمِ (T') المُوَازِي لـ (T) وَ الَّذِي يَشْمُلُ النِّقْطَةَ $A(3, f(3))$.
19. ارْصُمْ عَلَى المَجَالِ $]-1, 3[$ مِنْ (T) ، (T') ، (C) .