

★ التمرين الأول (6p) : أوجد دالة أصلية في كل حالة على D :

$$k(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$$

$$h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$$

$$g(x) = 3x - 1$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$t(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

$$s(x) = \frac{2 \ln(x+2)}{x+2}$$

★ التمرين الثاني (7p) : (u_n) متتالية مُعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\begin{cases} u_0 = -1, u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

1. أحيب u_2, u_3 ، ضع تخمين حول اتجاه تغير (u_n) هل هي حسابية أم هندسية .

* نضع $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

2. برهن أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يُطلب حساب حدّها الأول v_0 .

3. أكتب بدلالة n عبارة v_n .

4. أحيب المجموعين : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، ثم $S'_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^n v_n$ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

5. نضع $w_n = \frac{u_n}{v_n}$. برهن أن (w_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$ ثم أحيب w_0 .

7. أكتب بدلالة n عبارة w_n ثم استنتج عبارة u_n ، برهن أن : $u_n = \frac{2n-1}{2^n}$.

★ التمرين الثالث (7p) : g دالة مُعرّفة على $]0, +\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^3 - x - 2 \ln(x) + 3$$

1. أحيب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g . $[(3x^3 - x - 2) = (x - 1)(3x^2 + 3x + 2)]$. ثم شكل جدول تغيراتها . استنتج إشارة $g(x)$

3. لتكن f دالة مُعرّفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$. (C) تمثيلها في م م م $\|\vec{i}\| = 2cm, \|\vec{j}\| = 2cm$

3. أحيب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتائج

4. h دالة مُعرّفة على $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x - 1 + \ln(x)$. أدرس تغيرات h ثم استنتج إشارتها $(h(1) = 0)$.

5. برهن أن $y = x - 1$: (Δ) مُقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$. يُطلب تعيين الوضع النسبي .

6. برهن أن $\forall x \in]0, +\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

7. أنشئ كل من $(\Delta), (C)$.

8. باستعمال التكامل بالتجزئة ، أوجد دالة أصلية لـ $x \rightarrow \frac{\ln(x)}{x^2}$.

9. أحيب مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحدد بـ (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين مُعادلتيهما : $x = 1, x = \lambda, \lambda > 1$.

10. أحيب : $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

★ وَاجِب مَنَزِلِي (+3p) : أَجِب عَن مَائِلِي :

1. المُتتَالِيَةُ $(u)_n$ المَعْرِفَةُ عَلَى $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \frac{1}{2} \times 3^n$ هِيَ : * حِسَابِيَّة ** هَنْدَسِيَّة *** لَا حِسَابِيَّة لَا هَنْدَسِيَّة
2. المَجْمُوع : $S = 1962 + 1963 + 1964 \dots 2022 + 2023$ يُسَاوِي : * 123534 ** 123535 *** 123587
3. $(U)_n$ مُتتَالِيَةُ مُعْرِفَةُ $U_{n+1} = \ln(2U_n + 3)$ وَ $U_0 = \alpha$. قِيَمَةُ α كَيْ تَكُون (U_n) ثَابِتَةً هِيَ : * 1 ** 2 *** 3
4. القِيَمَةُ المَتَوَسِّطَةُ لِلدَّالَّةِ f حَيْثُ : $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ عَلَى المَجَالِ $[0, 6]$ هِيَ
5. حَلُّ المَعَادَلَةِ التَّفَاضُلِيَّةِ : $[x \ln(x)]y' - 1 = 0$ وَ $y_e = 0$ هُوَ ...
6. f دَالَّةٌ مُعْرِفَةُ بـ: $f(x) = \int_0^x (te^t - 2t + 1) dt$. عِبَارَةُ المَشْتَقَّةِ $f'(x) = \dots$

★ هَدِيَّة : أَحْسِب التَّكَامُلَ: $I = \int_0^\infty e^{t^2} dt$

*****END*****END*****

الرياضيات - عِلْم - لُغَة - فَن