الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الأول — يوم: 29 نوفمبر 2021

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

التمرين الأول: 03 نقاط

✓ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. المعادلة ذات المجهول x حيث $2(\ln x)^2 - \ln(x) - 1 = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ هما: 1 و e.

2. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0;1\}$ بـ $f(x) = (x-1)\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right) - \ln(|x|)$.

➢ من أجل $x \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ لدينا: $f(1-x) = f(x)$.

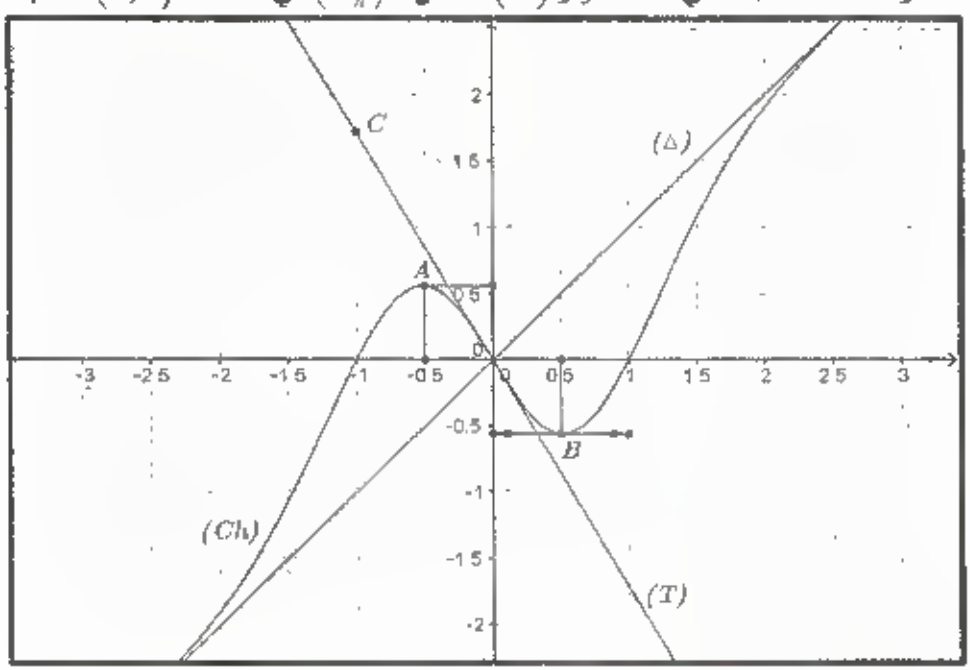
3. نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x: $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$.

➢ مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي: $]1;e[$.

التمرين الثاني: 07 نقاط

✓ في الشكل المقابل (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ و A، B، C ثلاث نقط حيث

$A\left(-\frac{1}{2};0,56\right)$، $B\left(\frac{1}{2};-0,56\right)$، $C(-1;e-1)$، و (Δ)، (T) مستقيمان حيث (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_h) عند $+\infty$ و $-\infty$ معادلة له هي $y = x$ و (T) المماس لـ (C_h) في النقطة $O(0;0)$ مبدأ المعلم.



I. بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة h.

2. حدد كلا من $h'\left(\frac{1}{2}\right)$ و $h'(0)$ ثم أكتب معادلة للمماس (T).

3. حدد شفعية الدالة h مع التبرير.

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

4. استنتج الوضع النسبي لـ (C_h) والمماس (T) ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. حدد حسب قيم x إشارة كلا من $h(x)$ و $h(x)-x$.

6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $h(x)=mx$.

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=-h(|x|)$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة g زوجية ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم حدد طريقة لرسم (C_g) انطلاقا من (C_h).

3. أعد رسم (C_h) ثم أرسم (C_g).

التمرين الثالث: 10 نقاط

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(1-x)e^{1-x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,42<\alpha<0,44$.

ب) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x-xe^{1-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بين أن $f(\alpha)=\alpha+1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

4. أ) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات.

5. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم أرسم (C_f) ناخذ $f(\alpha)=-0,33$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

6. أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-x)$ دون تعيين عبارتها.

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

التصحيح النموذجي لاختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة ثانوي الأقسام: ج ع ت + ج ر

الحاسبة:

حل التمرين الأول:

الحاسبة بدون حجج أو خطأ مع التبرير

أ) خطأ: 0,25

التبرير: 0,75

لدينا المعادلة $(\ln(x))^2 - \ln x - 1 = 0$ تكافئ

$\begin{cases} 2t^2 - t - 1 = 0 \quad (E) \\ t = \ln x \end{cases}$ بما أن $\Delta = 9$ فإن المعادلة (E) تقبل

حلين هما $t_1 = -\frac{1}{2}$ و $t_2 = 1$ ومنه من أجل $t = -\frac{1}{2}$ فإن $\ln x = -\frac{1}{2}$ أي $x = e^{-\frac{1}{2}}$

ومن أجل $t = 1$ فإن $\ln x = 1$ أي $x = e$

وبالتالي المعادلة (1) تقبل حلين هما: $x = e^{-\frac{1}{2}}$ و $x = e$

ب) برهان: 0,25

التبرير: 0,75

لدينا

$$f(1-x) = (1-x-1)\ln\left|\frac{1-x-1}{1-x}\right| - \ln|1-x|$$

$$= -x\ln\left|\frac{-x}{1-x}\right| - \ln|1-x|$$

$$= -x\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| - \ln|x-1|$$

$$= x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \ln\left|x\left(1-\frac{1}{x}\right)\right|$$

$$= x\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \ln|x| - \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

$$= (x-1)\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \ln|x| = f(x)$$

وبالتالي من أجل $x \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ فإن $f(1-x) = f(x)$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

3) حلول المعادلة (0,25) (0,75)

لدينا $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) = 0$ أي $2e^x - 2e = 0$ أو $e^{1-x} - 1 = 0$

$x = 1$ أي $e^{1-x} = e^0$ أي $e^{1-x} - 1 = 0$ أو $x = 1$ أي $2e^x - 2e = 0$

وعليه العبارة $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1)$ تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$2e^x - 2e$		$-$	0	$+$	
$e^{1-x} - 1$		$+$	0	$-$	
$(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1)$		$-$	0	$-$	

ومنه $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$ حلول المتراجحة في $\mathbb{R}$ هي

$S = \{\phi\}$ هي

حل التمرين الثاني:

I) الدراسة على المسألة هي الدالة h بالمعرفة:

1) تشكيل جدول تغيرات الدالة h:

(1)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$0,56$	↘	$-0,56$	↗	$+\infty$

2) تحديد الحصر لـ $h'(\frac{1}{2})$ و $h'(0)$:

(0,25) لأن المماس عند النقطة B موازي لحامل محور الفواصل $h'(\frac{1}{2}) = 0$

(0,75) $h'(0) = \frac{y_C - y_O}{x_C - x_O} = \frac{e-1}{-1} = 1-e$

(0,25) كتابة معادلة المماس (T):

$y = (1-e)x$

0,5

3) تحديد إشارة الدالة h مع التبرير:

0,5

الدالة h متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ حسب جدول تغيرات الدالة h

4) استنتاج الوضع النسبي لـ (C_h) و المماس (T)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_h) أسفل (T)		(C_h) يقطع (T)		(C_h) أعلى (T)

0,25

التفسير الهندسي للنتيجة:

نقول أن النقطة $O(0;0)$ نقطة انعطاف لـ (C_h)

5) حدد حسب قيم x إشارة كل من $h(x)$ و $h(x)-x$

0,5

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$h(x)$	$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$		

0,5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h(x)-x$	$+$	$\|$	0	$-$	

0,5x3

6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $h(x)=mx$

- من أجل $m\in]-\infty;1-e[$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد سالب.
- من أجل $m\in]1-e;1[$ فإن المعادلة تقبل ثلاث حلول حيث حلين مختلفين في الإشارة وحل معدوم
- من أجل $m\in[1;+\infty[$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد معدوم.

II) لدينا $g(x)=-h(|x|)$

0,5

1) تبيان أن الدالة g زوجية:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$ و $g(-x)=-h(|-x|)=-h(|x|)=g(x)$

وعليه الدالة g زوجية

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

التفسير الهندسي للنتيجة:

0,25 (C_g) متناظر بالنسبة للمحامل لمحور التراتيب.

ع) كتابة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

0,5 لدينا: $g(x) = \begin{cases} -h(x) ; & x \geq 0 \\ -h(-x) ; & x \leq 0 \end{cases}$

تحديد معادلة لـ (C_g) انطلاقا من (C_h):

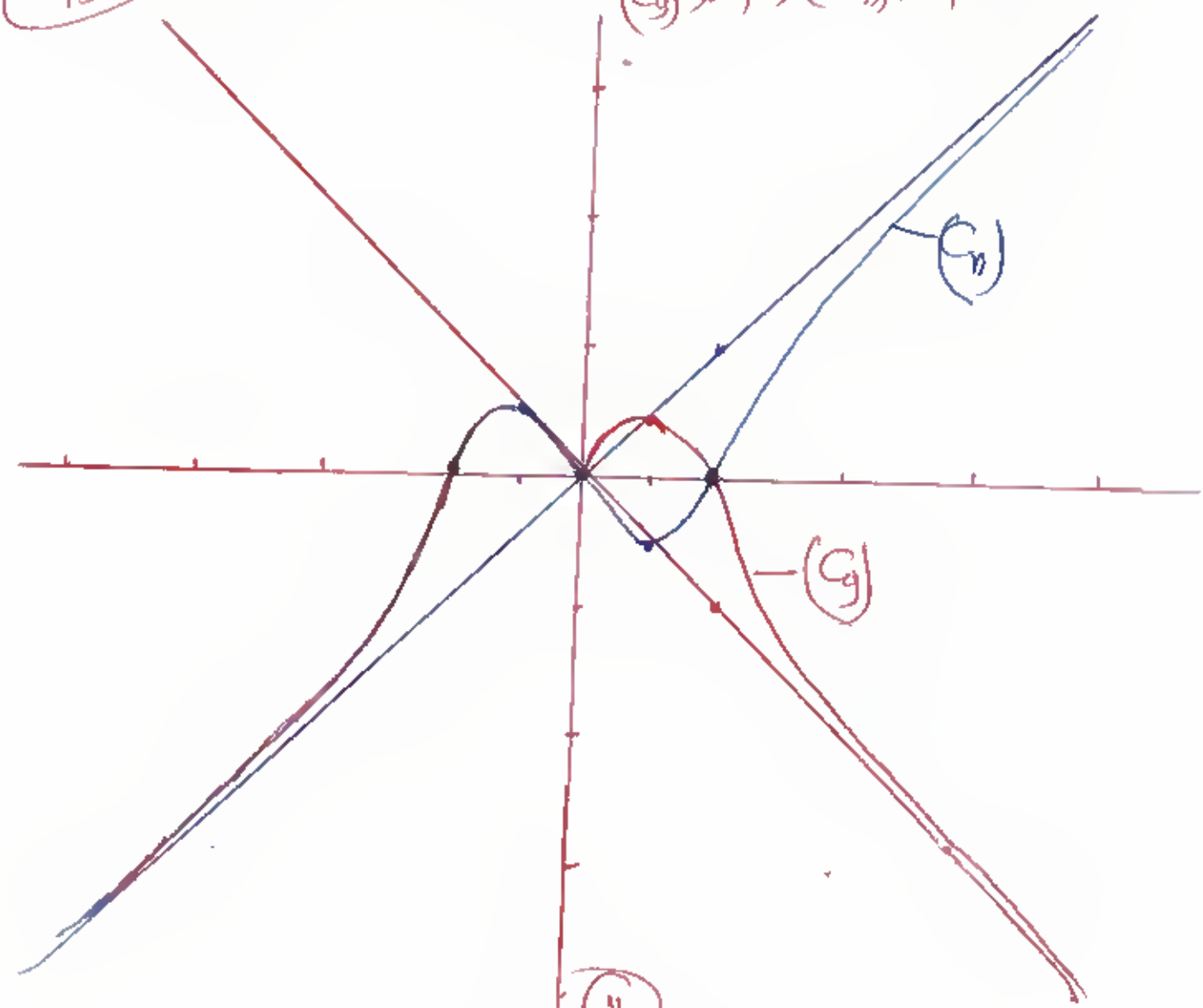
- من أجل $x \geq 0$ فإن $g(x) = -h(x)$ ومنه (C_g) نظير (C_h) بالنسبة

0,5 للمحامل لمحور الفواصل على المجال $[0, +\infty[$

ولما أن الدالة g زوجية فإن (C_g) نظير جزء من (C_g) المرسوم

في المجال $]0, +\infty[$ بالنسبة للمحامل لمحور التراتيب:

0,5 ع) إعادة رسم (C_h) ثم رسم (C_g)



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

حل التمرين الثالث:

الجزء الأول: لدينا $g(x) = 1 - (1-x)e^{1-x}$

1) دراسة تغيرات الدالة g:

النهايات:

(0,25) $\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} 1 - (1-x)e^{1-x} = +\infty$ (لأن $x \to -\infty$ و $e^{1-x} \to +\infty$)

(0,25) $\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} 1 - e^{1-x} + \frac{x}{e^x} \times e = 1$

حساب $g'(x)$:

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$:

(0,25) $g'(x) = e^{1-x} + (1-x)e^{1-x}$

(0,25) $g'(x) = (2-x)e^{1-x}$

ومنه

دراسة إشارة $g'(x)$:

لدينا $g'(x) = 0$ تكافئ $2-x=0$ أي $e^{1-x} \neq 0$ من أجل $x = 2$

وعليه إشارة $g'(x)$ تكون كالتالي:

(0,25)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

استنتاج اتجاه تغير الدالة g:

(0,25) الدالة g متزايدة على المجال $]-\infty; 2]$ ومتناقصة على المجال $[2; +\infty[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة g:

(0,25)

x	$-\infty$		α		2		$+\infty$
$g'(x)$			$+$	0	$-$		
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1+\alpha e^{1-\alpha}$	$\searrow$	1	$\searrow$	1

ج) 1) بيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,42 < \alpha < 0,44$

(0,75) لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]-\infty; 2]$ وبما أن $]0,42; 0,44[\subset]-\infty; 2]$ و $g(0,42) \times g(0,44) < 0$ فإن المجال $]0,42; 0,44[$ يقبل حلا وحيدا

وهذا حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,42 < \alpha < 0,44$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

د) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

0,25

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

الجزء الثاني: لدينا $f(x) = x - xe^{1-x}$

أ) حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

0,25 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x\left(1 - e^{1-x}\right) = +\infty$

0,25 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - e^{1-x}\right) = +\infty$

ه) إثبات أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

0,5 لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$:

$f'(x) = 1 - e^{1-x} + xe^{1-x}$

$f'(x) = 1 - (1-x)e^{1-x} = g(x)$ وبالتالي:

0,25 تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

0,5 د) تبيان أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha - 1}$

لدينا $f(\alpha) = \alpha - \alpha e^{1-\alpha}$ و $g(\alpha) = 0$ أي $e^{1-\alpha} = \frac{+1}{1-\alpha}$

$f(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ ومنه $e^{1-\alpha} = \frac{-1}{\alpha - 1}$ أي

$f(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha - 1 + 1}{\alpha - 1} = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ومنه

$f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ وبالتالي:

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

(0,5) اعطاء حصر لـ $f(\alpha)$:

لدينا $0,42 < \alpha < 0,44$ ومنه $1,42 < \alpha + 1 < 1,44$ ... (أ)

و $-0,58 < \alpha - 1 < -0,56$ ومنه $-1,79 < \frac{1}{\alpha - 1} < -1,72$ ... (ب)

بجمع (أ) و (ب) طرفا طرفا: $-0,37 < f(\alpha) < -0,28$

(0,25) ج) تعيين دون حساب $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$

لدينا $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = f'(\alpha) = g(\alpha) \neq 0$

ومنه $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \neq 0$

(0,25) 1) التحقق أن f هي الدالة المشتقة:

$(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α.

(0,5) 3) أ) تبيان أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها:

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ومنه $f''(x) = g'(x)$

وعليه انطلاقا من جدول تغيرات $g'(x)$ نستنتج أن النقطة ذات الفاصلة e أي $(e; f(e))$ أي $(e; e - e^{1-e})$ نقطة انعطاف لـ $(\mathcal{C}_f)$.

(0,25) ب) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$:

لدينا $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \to +\infty} -\frac{x}{e^x} \times e = 0$

ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$.

(0,5) دراسة الوضع النسبي لـ $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ):

لدينا $f(x) - x = 0$ يكافئ $x = 0$ لأن $e^{1-x} \neq 0$ وعليه الوضع النسبي

نلخص في جدول التالي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) - y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	$(\mathcal{C}_f)$ أعلى (Δ)		$(\mathcal{C}_f)$ يوقطع (Δ)		$(\mathcal{C}_f)$ أسفل (Δ)

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

0,75

ب) / تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلة له:

لدينا $f'(x) = 1$ تكافئ $g(x) = 1$ وتكافئ $1 - (1-x)e^{1-x} = 1$

أي $(1-x) = 0$ لأن $e^{1-x} \neq 0$ ومنه $x = 1$

وعليه (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة ذات الفاصلة 1

حيث معادلة له $y = x - 1$

د) تحديد الوضعية النسبية لـ (C_f) مع حاملها محور الفواصل:

لدينا $f(x) = 0$ تكافئ $x(1 - e^{1-x}) = 0$ أي $x = 0$ أو $1 - e^{1-x} = 0$

معناه $e^{1-x} = e^0$ ومنه $x = 1$ وعليه

0,25

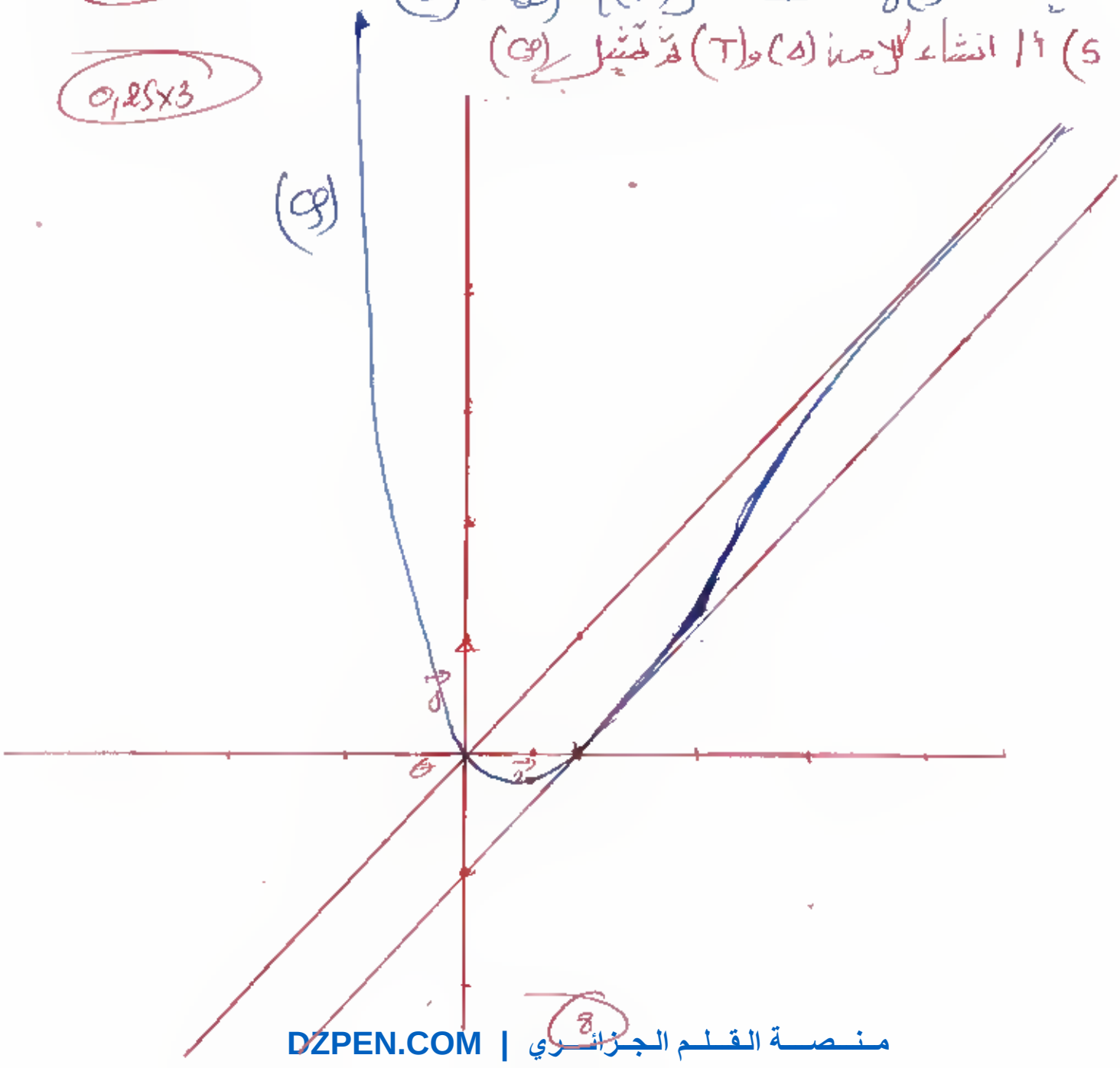
$(C_f) \cap (xx') = \{(0;0) ; (1;0)\}$

0,25

لدينا $f(0) = 0$ ومنه $(C_f) \cap (yy') = \{(0;0)\}$

0,25x3

5) أ/ انشاء المستقيمين (Δ) و (T) ثم تمثيل (C_f)



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

ب) أحسب بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m إذا كان من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ تقبل حلين متمايزين

لدينا من أجل $m \in]-1;0[$ فإن المعادلة (0,25) تقبل حلين متمايزين ($f(x)=x+m$ حوحيين).

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-x)$ دون أحسب نهايتها.

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$: $h'(x)=-f'(-x)$ وعليه $h'(x)=0$ (0,25)

تكافئ $-f'(-x)=0$ أي $g(-x)=0$ ومنه $-x=\alpha$ أي $x=-\alpha$

ولدينا $h'(x)>0$ تكافئ $-f'(-x)>0$ أي $g(-x)<0$ ومنه

$-x<\alpha$ أي $x>-\alpha$

وعليه إشارة $h'(x)$ تكون كالتالي:

(0,5)

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة h متناقصة على المجال $]-\infty;-\alpha]$ (0,25) ومتزايدة على المجال $[-\alpha;+\infty[$.

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري