

التمرين الأول

(04 نقاط) :

لكل سؤال توجد إجابة واحدة عيّنها مع التبرير :

1. a عدد حقيقي . الأعداد : a ، $a + 3$ ، $a + 9$ بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل :

- [أ] $a = 3$ [ب] $a = 5$ [ج] $a = -1$ [د] $a = 2$

2. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n المجموع : $S = e^{\ln 5} + e^{2\ln 5} + e^{3\ln 5} + \dots + e^{n\ln 5}$ فهو يساوي :

- [أ] $S = 5^{n+1} - 1$ [ب] $S = -\frac{5}{4}(1 - 5^n)$ [ج] $S = \frac{1}{4}(1 - 5^{n+1})$ [د] $S = \frac{5}{4}(5^{n+1} - 1)$

3. العدد $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$ بعد تبسيطه هو :

- [أ] $A = 0$ [ب] $A = 1$ [ج] $A = -1$ [د] $A = e$

4. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية العددية (v_n) المعرفة بحددها العام : $v_n = \ln(n + 2) - \ln(n + 1)$.

من أجل كل عدد طبيعي n ، المجموع $S_{2020} = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2020}$ يساوي :

- [أ] $-\ln 2022$ [ب] $\ln\left(\frac{2022}{2021}\right)$ [ج] $1 - \ln 2022$ [د] $\ln 2022$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة ب : $U_0 = e - 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = (1 + U_n)e^{-1} - 1$.

- أحسب الحدود : U_1 ، U_2 و U_3 .
- أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + U_n > 0$.
- بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة . برّر أنّ المتتالية (U_n) متقاربة ثمّ أحسب نهايتها.
- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 2(1 + U_n)$.
- أ . بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .
ب . أكتب U_n و V_n بدلالة n .
ج . أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \ln(V_0) + \ln(V_1) + \ln(V_2) + \dots + \ln(V_n)$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي صندوق على أربعة كرات بيضاء مرقمة ب : 1 ، 1 ، 2 ، 1- و أربع كرات حمراء مرقمة ب : 1 ، 2 ، 2 ، 1- و أربع كرات خضراء مرقمة ب : 1 ، 2 ، 1- ، 1- .

كل الكرات متجانسة و لا نميّز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد و نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على الألوان الثلاثة " ، B : " الحصول على نفس الرقم "

1. ما هو عدد الإمكانيات ؟

2. أ . أحسب كلا من $P(A)$ ، $P(B)$ ثم بيّن أنّ $P(A \cap B) = \frac{3}{110}$.

ب . هل الحدثان A و B مستقلان ؟ برّر إجابتك .

ج . استنتج $P_A(B)$ و $P_B(A)$.

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق .

عرف قانون الإحتمال للمتغير X ثم أحسب أمله الرياضيائي $E(X)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ بـ : $f(x) = x^2 - 3x + \frac{5}{2} \ln(2x + 3)$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} f(x)$ ثم فسّر هندسيا النتيجة الثانية .

2. أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$.

5. أحسب $f(0)$ و $f(3)$ ثم أرسم (T) و (C_f) .

6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x + 3 = e^{\frac{2}{5}(-x^2 + 3x + m)}$.

7. أ . تحقق أنّ الدالة $\frac{1}{2}[(2x + 3) \ln(2x + 3) - 2x]$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(2x + 3)$.

ب . أحسب مساحة حيز المستوي بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = -1$ و $x = 1$.

8. لتكن g دالة معرفة على المجال $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$ بـ : $g(x) = x^2 + 3|x| + \frac{5}{2} \ln(3 - 2|x|)$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ . أدرس شفعية الدالة g .

ب . إشرح كيفية رسم (C_g) اعتمادا على منحنى الدالة f ، ثم أرسمه بلون مغاير في نفس المعلم السابق.