

التمرين الأول: (06 ن)

أجب بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. دالة أصلية على المجال $]0; +\infty[$ للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x^3 + 2}{2x^2}$ هي الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{x}$.
2. دالة سالبة تماما على $[1; 3]$. إذا كانت F دالة أصلية على $[1; 3]$ فإن: $F(2, 1) > F(2, 2)$.
3. دالة أصلية للدالة $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ على $]0; +\infty[$ هي الدالة G المعرفة بـ: $G(x) = \ln \frac{x}{x+1}$.
4. مجموعة حلول المتراجحة $x \ln(0, 2) - 5 \geq 0$ هي: المجال $\left] -\infty; \frac{5}{\ln(0, 2)} \right]$.
5. إذا كانت $f(x) = x \ln x$ فإن $f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$.
6. الدالة $f: x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ متناقصة تماما على $]1; +\infty[$.
7. المعادلة $\ln x^2 = \ln(3x + 4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني: (06 ن)

1. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n}$.

1. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$.
2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)(u_n - 1)}{5 - u_n}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.
4. بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $u_{n+1} - 1 \leq \frac{4}{5}(u_n - 1)$.
5. بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

- II. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$.

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ ثم أحسب v_0 .
2. أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$.

3. أكتب u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
4. أحسب بدلالة n المجاميع: $S_n = \frac{2}{u_0-3} + \frac{2}{u_1-3} + \dots + \frac{2}{u_n-3}$ و $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$
5. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$

التمرين الثالث: (08ن)

- I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty; 2[$ حيث: $g(x) = 1 - \frac{x^2}{2-x}$
- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
 - أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 - حل في $]-\infty; 2[$ المعادلة $g(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
 - استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty; 2[$
- II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[$ بـ: $f(x) = x^2 + 6x - 2 + 8 \ln(2-x)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
 - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2[$ فإن: $f'(x) = 2g(x)$
 - استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty; 2[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 - بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.
 - أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0; -2 + 8 \ln 2)$
 - بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في المجال $]1.7; 1.8[$.
 - أنشئ (C_f) و (T) .
 - أ- برهن أن الدالة $x \mapsto (x-2) \ln(x-2) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-2)$
- ب- استنتج قيمة $\int_0^1 f(x) dx$
- III. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-2; 2[$ بـ: $h(x) = x^2 + 6|x| - 2 + 8 \ln(2-|x|)$
- بين أن الدالة h زوجية، ماذا تستنتج بيانيا؟
 - أكتب h دون رمز القيمة المطلقة، ثم اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق

انتهى الموضوع