

الاختبار الثاني في الرياضيات

التمرين الأول

يحتوي صندوق على 8 كرات متماثلة منها n كرة حمراء و البقية خضراء اللون

حيث n عدد طبيعي و $2 \leq n \leq 6$ ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد

① أحسب بدلالة n كلا من : أ- الإحتمال P_1 للحصول على كرتين من لونين مختلفين

ب- الإحتمال P_2 للحصول على كرتين من نفس اللون

② عين قيمة n حتى يكون P_2 أصغريا ، ثم أحسبه

③ نأخذ $n = 4$ وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي 3^K حيث K هو عدد الكرات الحمراء المسحوبة

❖ عين قيم X ، و حدد قانون إحتماله

❖ إستنتج قانون إحتمال X^2 ثم أحسب $E(X^2)$ و $P(C_5^X = 10)$

التمرين الثاني : I - 1 / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1} \quad / \quad a \neq 1$$

2 / عين العدد الطبيعي n بحيث : $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 65535$

3 / X, Y, Z حدود متعاقبة في متتالية حسابية متزايدة

أ- أثبت أن : $2^X, 2^Y, 2^Z$ هي حدود متعاقبة في متتالية هندسية أساسها أكبر من 1

ب- عين الأعداد X, Y, Z حيث : $\begin{cases} X + Y + Z = 9 \\ 2^X + 2^Y + 2^Z = 42 \end{cases}$

II- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n = \int_{n-1}^n 2^{-x} dx$ (تذكر : $2^{-x} = e^{-x \ln 2}$)

1- برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم n : $u_n > 0$

2- أحسب u_n بدلالة n ، ثم بين أن (u_n) متتالية هندسية

3- نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

*- برهن أن : $S_n = \int_0^n 2^{-x} dx$ ، ثم أحسب S_n بدلالة n و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثالث : ① g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات g

2 - إستنتج إشارة $g(-x)$ و $g'(-x)$ على $\mathbb{R}$

3 - تحقق أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإن : $1 + (x + 1) e^x > 0$

4 - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$

② f الدالة العددية المعرفة كإيلي : $f(x) = \ln(e^{-x} + x + 1)$

أ- برّر أن f معرفة على $\mathbb{R}$

ب- أدرس تغيرات f ، (لاحظ أن : $f'(x) = \frac{-g(-x)}{g(-x)}$)

ج- أثبت أن : $f(x) = -x + \ln[(x + 1)e^x + 1]$

د- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + f(x)) = 0$

هـ- إستنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$

و- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ي- أكتب معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ)

③ نضع من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $h(x) = \ln x$

1/ أثبت أنه من أجل $x > 0$ لدينا : $f(x) > h(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

2/ أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - h(x))$ ، ماذا تستنتج ؟

3/ أنشئ كلا من (T) و (Δ) و (C_f) و (C_h)

4/ ناقش بيانها و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارات حلول المعادلة :

$$f(x) = -x + 1 - 2m$$

بالتوفيق والنجاح



BAC 2 0 2 2 BAC 2 0 2 2 BAC 2 0 2 2 B