

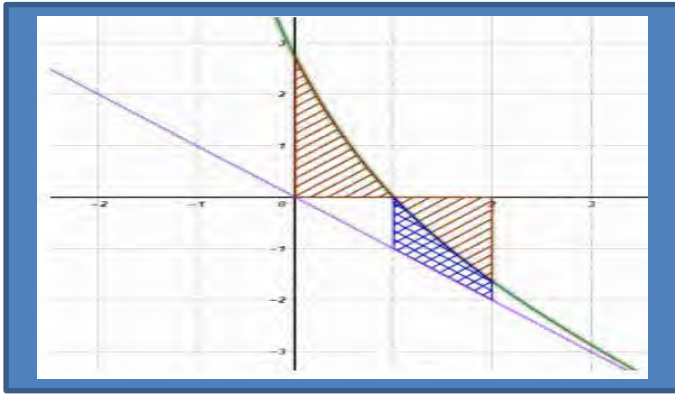


اختر أحد الموضوعين وأجب عنه

الموضوع الأول (20 نقطة)

التمرين الأول: (06 ن)

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + e^{-x+1}$ نسمي (S_1) مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=2$ ونسمي (S_2) مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = -x$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=2$



أجب بصح أو خطأ مع التبرير:

$$S_1 = \int_0^2 f(x) dx \quad (u.a) \quad 1.$$

$$S_2 = \int_0^2 -e^{-x+1} dx \quad 2.$$

$$3. \text{ من اجل كل عدد حقيقي } \alpha \text{ نضع: } I(\alpha) = \int_1^\alpha f(x) dx \text{ ومنه: } I(\alpha) = -\frac{\alpha^2}{2} - e^{-\alpha+1} + e$$

$$4. \quad S_1 = \left(e - 1 + \frac{1}{e}\right)(u.a) \quad \text{و} \quad S_2 = \left(1 - \frac{1}{e}\right)(u.a)$$

التمرين الثاني: (06 ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e$ و $u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}$

1. عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $u_n = a + \frac{b}{u_n + e}$

2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq e$

3. أدرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج انها متقاربة.

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1}\right)^{n+1}$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
ب- هل (v_n) متقاربة؟ علل.

ج- بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$5. \text{ أحسب بدلالة } n \text{ المجموع: } s_n = \frac{1}{u_{1441} + 1} + \frac{1}{u_{1442} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{2020} + 1}$$

(I) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = x^2 - \ln x^2$

أدرس اتجاه تغير الدالة h ، استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x) > 0$.

(II) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\ln(x^2)}{x} - x - \frac{2}{x} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $2x^2 f'(x) = -h(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

د) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(3) أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ و $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$. ماذا تستنتج؟ فسّر النتيجة بيانياً.

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]0.3; 0.4[$.

** استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً آخر β يطلب تعيين حصر له.

(4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادليهما.

ب) أنشئ (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

ج) ناقش بيانياً وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = -\frac{1}{2}x + m$ (E)

(5) لتكن k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $k(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} - (x+1) - \frac{2}{x+1} \right) + 2$ ، (C_k) تمثيلها البياني

** بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول المنحنى (C_f) إلى المنحنى (C_k) (الإنشاء غير مطلوب)

(6) أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}[\ln(x^2)]^2 - 2\ln|x| \right)$ هي دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}^*$

ب) أوجد الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم من أجل $x = 1$.

ج) λ عدد حقيقي حيث: $\lambda > 1$. أحسب التكامل التالي: $A(\lambda) = -\int_1^\lambda f(x) dx$ وفسّر النتيجة هندسياً.

** أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(2-x) = -2 - f(x)$ حيث (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ فإن المنحنى (C_f) يقبل:

المستقيم ذي المعادلة $y=-1$ كمحور تناظر	النقطة $\Omega(-1; 1)$ كمركز تناظر	النقطة $\Omega(1; -1)$ كمركز تناظر
---	------------------------------------	------------------------------------

2. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-2x+1)$ هي :

أ- $-\infty$	ب- -2	ج- 2
--------------	---------	--------

3. إذا كان f حلا للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ حيث : $f(0)=4$ فإن :

أ- $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$	ب- $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$	ج- $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$
-----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

4. النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ تساوي

أ- 0	ب- 1	ج- $+\infty$
--------	--------	--------------

5. لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$ من أجل كل عدد حقيقي x :

أ- $f(-x) = 1 - \frac{4}{1+e^x}$	ب- $f(-x) = \frac{4}{1+e^x} - 1$	ج- $f(-x) = 1 + \frac{4e^{-x}}{1+e^{-x}}$
----------------------------------	----------------------------------	---

6. لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{e^{2x} - e^x + 1}{e^x - 1}$ الدالة الأصلية للدالة f والتي تحقق $F(\ln 2) = 2$ هي :

أ- $F(x) = e^x - \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$	ب- $F(x) = e^x + \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$	ج- $F(x) = e^x - \ln\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right) + \ln 2$
---	---	---

التمرين الثاني (06ن):

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الشكل

موضح في الوثيقة المرفقة) وليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته : $y = x$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1. أ- باستعمال المنحنى (C) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

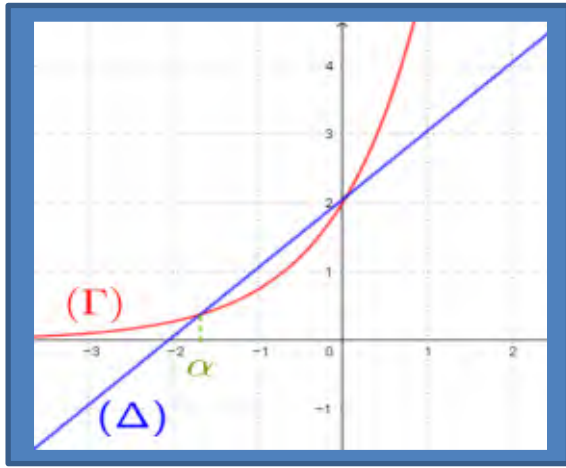
ب- أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها .

2. برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$

3. بين ان (u_n) متزايدة . ماذا تستنتج ؟

4. أ- بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3 - u_n)$

ب- استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 - u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$



(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 (Γ) التمثيل البياني للدالة: $x \rightarrow 2e^x$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x + 2$.
 α و 0 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ) حيث $-1.6 < \alpha < -1.5$

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$.

(2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = -2e^x + x + 2$$

* حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2(ex - 3) + (x + 3)e^{-x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$

ج) عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة: $y = 2(ex - 3)$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلها β حيث: $-2.4 < \beta < -2.3$

(3) أنشئ كل من (D) ، (C_f) . نأخذ $f(-3) \approx -22.31$ ، $f(\alpha) \approx 4.15$

(4) أ) أوجد العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة $x \rightarrow (ax + b)e^{-x+1}$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow (x + 3)e^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$

ب) أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتيهما:

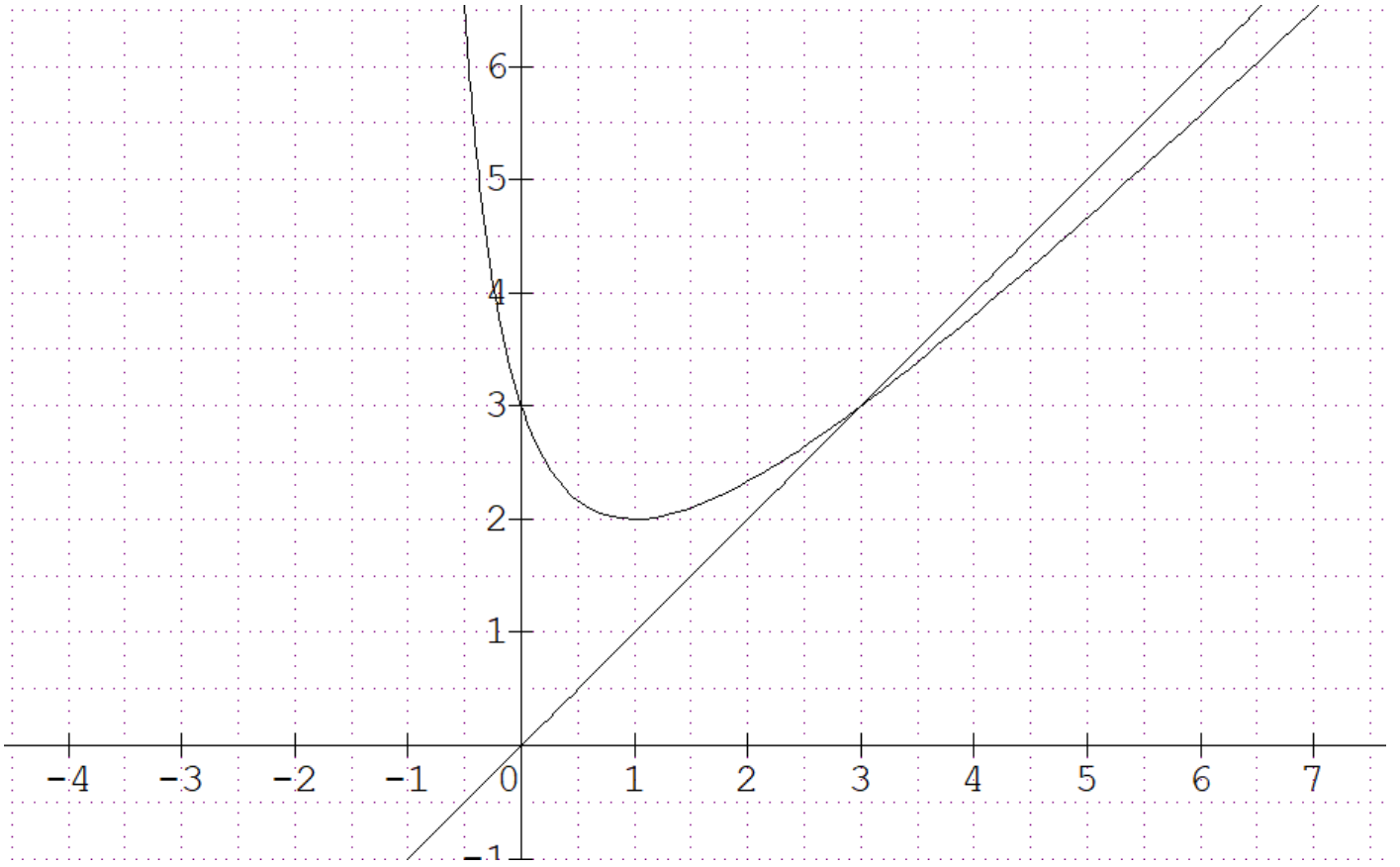
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$$

حيث $x = n$; $x = 1$ عدد طبيعي $(n > 1)$ ، ثم أحسب I_n

مع تمنيات أستاذة المادة مباركي . ف لكم بالتوفيق

انتهى الموضوع الثاني

.....:الاسم واللقب



.....

.....:الاسم واللقب

