

اختبار الفصل الثاني في مادة: الرياضيات

التمرين الأول :

يحتوي كيس على 4 كريات تحمل الرقم 1 وكرتين تحملان الرقم 2 لا نفرق بينها عند اللمس نسحب وبدون إرجاع 3 كريات على التوالي من هذا الكيس.

(1) أحسب احتمال الحادثة A : الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها يساوي 4.

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب ثلاث كريات مجموع أرقام هذه الكريات.

(أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X وأحسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثاني :

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ،
$$u_{n+1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} \left(u_n^2 - u_n + \frac{1}{2} \right)}$$

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} \left(u_n - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{8}}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

(3) أدرس رتبة المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة؟

(II) لتكن (v_n) متتالية المعرفة على كما يلي: $v_n = u_n^2 - u_n$

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأولى

(2) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

(3) أحسب S_n بدلالة n المجموع حيث: $S_n = (u_0 - u_0^2) + (u_1 - u_1^2 + 1) + (u_2 - u_2^2 + 2) + \dots + (u_n - u_n^2 + n)$

التمرين الثالث :

1. a و b عددان طبيعيين مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل $a = \overline{201}$ و $b = \overline{100}$

أكتب العددين a و b في النظام العشري.

2. x ، y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $ax - by = 3$

(أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 0[3]$

(ب) استنتج حلا خاصا $(x_0; y_0)$ حيث $0 \leq x_0 < 5$. ثم حل المعادلة (E) .

3. نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x; y)$ حل للمعادلة (E) .

(أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

(ب) بين أن $\text{pgcd}(x, y) = \text{pcgd}(y, 3)$.

(ج) عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $\frac{y}{x}$ كسرا قابلا للاختزال.

الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$

ب / احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ج/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتهما: $y = x - e$

و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D') .

ج/ بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $x = \frac{1}{2} \ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

(3) أرسم (D) ، (D') و (C_f)

(4) نضع: $I = \int_{\ln \sqrt{2}+e}^{\ln \sqrt{3}+e} [f(x) - (x - e)] dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln(1 + X^n) dx$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1 .

ب/ بين أن: $0 \leq I_n \leq \ln 2$

ج/ عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(5) بين أن من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ لدينا: $\ln(1 + x) \leq x$ ،

أ/ استنتج أن $0 \leq I + I_1 \leq -1 + \ln 4 + \int_{\ln \sqrt{2}+e}^{\ln \sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)} dx$

ب/ أعط حصرًا للعدد $I + I_1$