

التمرين الأول: 08 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (3-x)e^x + 3$.

1. ادرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $3,1 < \alpha < 3,2$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{x^3}{e^x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
2. أ. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2 g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
ب. بين أن $f(\alpha) = \alpha^2(\alpha - 3)$ ثم اعط حصر $f(\alpha)$.
3. أ. اكتب معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) في النقطة $O(0;0)$.
ب. ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto x^3$ في المستوى السابق.
✓ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x^3$ ثم فسر النتيجة هندسيا و ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ) .
5. مثل بيانيا (C_h) ثم (C_f) .

6. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -\frac{|x|^3}{e^{|x|} + 1}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوى السابق.

- أ. بين أن الدالة h دالة زوجية، ثم فسر النتيجة هندسيا.
- ب. احسب $h(x) + f(x)$ من أجل $x \in [0; +\infty[$ ، ثم استنتج طريقة لرسم (C_h) انطلاقا من (C_f) وارسمه.

التمرين الثاني: 05 نقاط

1. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = e$ ومن أجل $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = \frac{eu_n}{u_n + e}$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{ex}{x + e}$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

2. أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = e - \frac{e^2}{u_n + e}$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n > 0$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج أنها متقاربة واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{e}{u_n}$.

1. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2. اكتب كلاما من v_n و u_n بدلالة n . ثم استنتج مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

3. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_n}$.

التمرين الثالث: 7 نقاط

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

الجزء الأول: الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g المعرفة

على المجال $I =]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 - 3\ln(x)$.

✓ احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g'(x)$.

الجزء الثاني: الدالة f معرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + \frac{5 + 6\ln x}{4x^2}$$

المنسوب إلى المعلم المتعاقد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in I$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. بين أنه من أجل $x \in I$: $f''(x) = \frac{9\ln(x)}{x^4}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) معادلة له $y = x + \frac{3}{4}e^{\frac{2}{3}}$.

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0,42 < \alpha < 0,4$.

5. أ) أنشئ كلاما من (Δ) و (T) ثم مثل بيانيا (C_f) .

ب) عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x) = x + \frac{3}{4}m$ حلان متميزان.

6. أ) بين أن الدالة F المعرفة على المجال I بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{11 + 6\ln x}{4x}$ دالة أصلية للدالة f على I .

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) وبالمستقيمت التي معادلاتها $x = 1$ ، $x = 2$ و $y = 0$.

