



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين الموضوع الأول:

التمرين الأول (04 نقاط) :

أجب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة :

(1) $Z = 2 \left(\sin \frac{\pi}{3} + i \cos \frac{\pi}{3} \right)$ عدد مركب حيث

الشكل المثلثي للعدد المركب Z هو $Z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$.

(2) العبارة $Z' = 2iZ + 5 - i$ تعرف دوران مركزه Ω ذات اللاحقة $Z_{\Omega} = \frac{7}{5} + \frac{9}{5}i$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

(3) $Z_1 = 1 - i$ و $Z_2 = 1 + i$ هما حلان للمعادلة $Z^2 - 2Z + 2 = 0$.

(4) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث $|\bar{Z} + 1 - 3i| = |iZ - 2i|$ هي حامل محور الفواصل.

التمرين الثاني (04 نقاط) :

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان يحتوي U_1 على 5 كرات حمراء و 4 بيضاء ويحتوي U_2 على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء. (الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي زهرة نرد غير مزيفة إذا حصلنا على رقم مضاعف لـ 3 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة من U_2 .

نسمي الحدث A : "الحصول على رقم مضاعف لـ 3"

نسمي الحدث B : "الحصول على كرتين من نفس اللون"

(1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم اكملها.

(2) احسب $P(B)$.

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون. أحسب احتمال

أن يكونا من الصندوق U_2

(4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة العدد 2 في حال كانت الكرتين من نفس اللون ، والعدد 1- في حال كانت الكرتين مختلفتين في اللون.

• عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X ثم بين أن $E(X) = \frac{205}{441}$.

التمرين الثالث (04 نقاط) :

نعتبر المتتالية الهندسية (V_n) حدودها موجبة تماما و المعرفة على N كالآتي:

$$\begin{cases} v_0 = e^2 \\ v_4 - 9v_2 = 0 \end{cases}$$

(1) أ/ أثبت أن أساس المتتالية (V_n) $q = 3$ ثم أكتب v_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$.

ب/ أحسب بدلالة n كلا من S_n و P_n حيث :

$$P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n \quad \text{و} \quad S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$$

(2) نعتبر المتتالية العددية (W_n) المعرفة على N كالآتي $w_n = \ln(v_n)$.

أ/ برهن أن المتتالية (W_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ أكتب عبارة الحد العام للمتتالية (W_n) بدلالة n .

ج/ احسب المجموع $T_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الرابع (08 نقاط):

I (1) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$

1/ أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2/ أ/ بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم والآخر $-1.51 < \alpha < -1.52$.

ب/ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II (2) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm).

1/ أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$.

ج/ إستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$ ($f(\alpha) \approx 0.38$).

د/ عين دون حساب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2/ أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ثم أدرس وضعيته بالنسبة ل (C_f) .

ب/ بين أن للمنحنى نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتهما.

3/ أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

4/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة

$$(m-x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0 \text{ على المجال } [-2; +\infty[.$$

III (3) h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ ب:

$$h(x) = x + f(x) \quad \text{و} \quad H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$$

1/ عين الأعداد الحقيقية a , b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

$$A(\lambda) = \int_0^\lambda h(x) dx \text{ عدد حقيقي موجب تماما حيث:}$$

2/ أحسب التكامل $A(\lambda)$ وفسر النتيجة هندسيا.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (04 نقاط):

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها 2 كرية خضراء و 3 كريات حمراء

(1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق ونرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ/ تحقق أن $P(X = 0) = \frac{3}{10}$ ، ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي.

ب/ أحسب احتمال الحدث A : "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون"

(2) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي بالطريقة التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أما إذا كانت الكرية المسحوبة خضراء لا نعيدها.

نرمز للكرية الخضراء بالرمز V و الحمراء بالرمز R

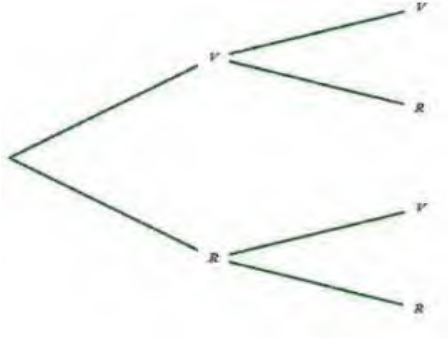
أ/ أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

ب/ أحسب احتمال الحادثين:

B : "الكرية المسحوبة الاولى خضراء"

C : "إحدى الكرتين المسحوبتين خضراء"

ج/ بين أن احتمال أن يبقى في الصندوق 2 كرية خضراء هو $\frac{9}{25}$.



التمرين الثاني (05 نقاط):

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على N كالآتي: $u_0 = 11$ و $u_{n+1} = 2 + \sqrt{u_n - 2}$

(1) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 \leq u_n \leq 11$

(2) أثبت أن (U_n) متناقصة و ماذا تستنتج؟ و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{2}(u_n - 3)$ ثم

إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n - 3 \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ و إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ بطريقة أخرى.

(4) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $v_n = \ln(u_n - 2)$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية، يطلب تحديد أساسها و حدها الأول v_0 ثم أكتب بدلالة n عبارة v_n ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ب) أكتب بدلالة n المجموع S_n و P_n حيث:

$$P_n = (u_0 - 2) \times (u_1 - 2) \times \dots \times (u_n - 2)$$

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

التمرين الثالث (04 نقاط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B و C

التي لواحقها على الترتيب: $Z_A = 1 + \sqrt{3}i$, $Z_B = -1 + \sqrt{3}i$, $Z_C = 2 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)$

(1) أ/ أكتب Z_A و $Z_E = \frac{Z_A}{1+i}$ على الشكل المثلثي.

ب/ أثبت أن $Z_C - Z_B = -\sqrt{3}i(Z_A - Z_B)$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) عين Z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; -1), (C; 1)\}$ ثم إستنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

(3) أ/ اكتب العدد Z_E على شكله الجبري ثم إستنتج القيم المضبوطة لـ $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

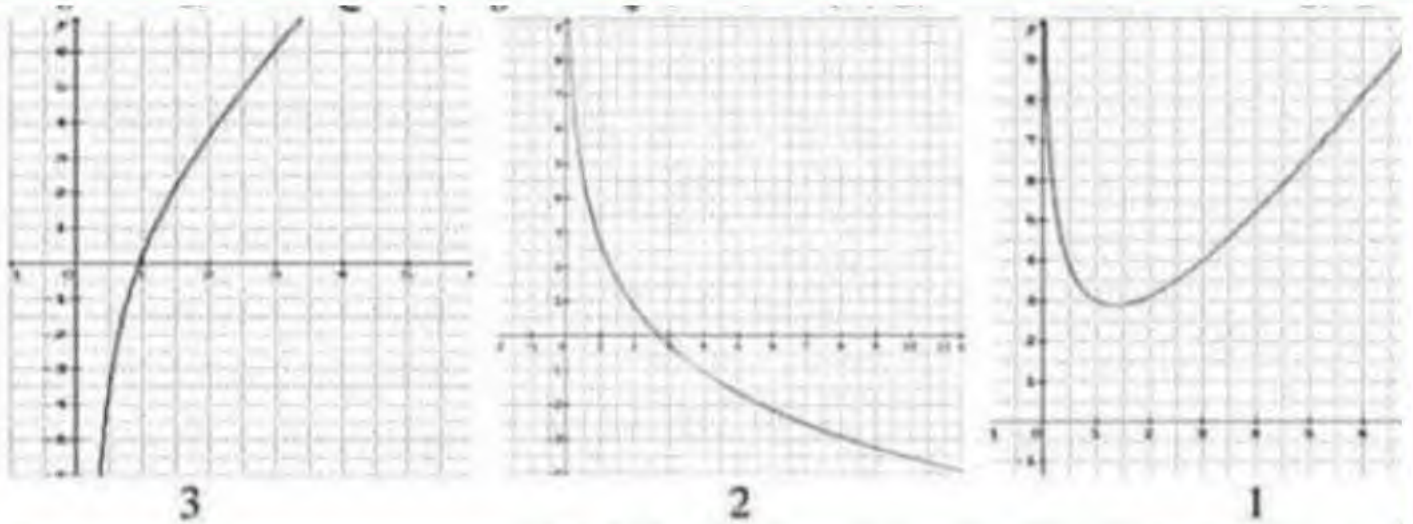
ب/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(\sqrt{2}Z_E)^n$ عددا حقيقيا.

ج/ عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث $\arg((1+i)Z - Z_A) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

التمرين الرابع (07 نقاط):

(I) الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$

1/ من بين التمثيلات البيانية الثلاثة عين (C) التمثيل البياني للدالة g' ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة g



2 / أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ، ثم إستنتج ان $g(x) > 0$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$

نسوي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2 / أ/ بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

ب/ استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3 / أ/ بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0.7 < \alpha < 0.8$.

ب/ (γ) هو المنحنى الممثل للدالة $\ln(x+1) \mapsto x$ في المعلم السابق.

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x+1)]$. فسر النتيجة بيانيا ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ) .

4 / أنشئ (γ) و (C_f) .

(III) h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; \frac{2}{3}[$ ب: $h(x) = f(-3x+2)$

دون حساب عبارة $h(x)$ حدد إتجاه تغير الدالة h على مجموعة تعريفها

بالتوفيق للجميع في شهادة البكالوريا