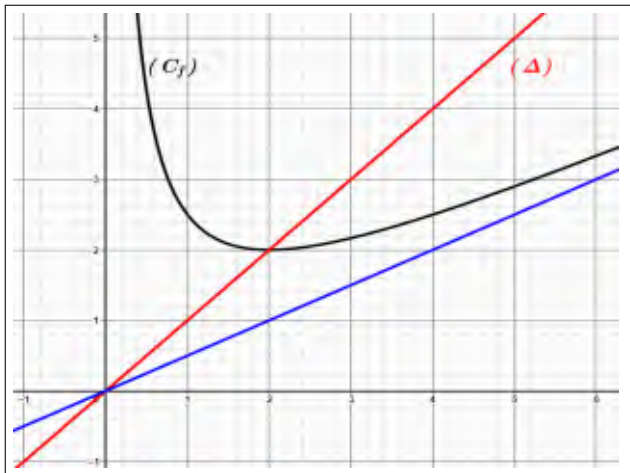




2024

30 03 :

(04) :



في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x}$ والمستقيم $y = x$ ذو المعادلة

① (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أ _ أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الاجابة ثم مثل دون حساب على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n)

ب _ ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها

ج _ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 2$

د _ أثبت أن (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

② (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln\left(\frac{u_n - 2}{u_n + 2}\right)$

أ _ يبين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول v_0

ب _ اكتب v_n ثم u_n بدلالة n ، واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ج _ احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = \left(1 - \frac{4}{u_0 + 2}\right) \times \left(1 - \frac{4}{u_1 + 2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{4}{u_n + 2}\right)$

(04) :

نعتبر الاعداد المركبة a ، b و c حيث : $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ، $b = 1 + i\sqrt{3}$ و $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

① تحقق أن $ac = 4b$ و $b\bar{c} = a$ ($\bar{c}$ مرافق c)

② أ _ اكتب العددين المركبين b و c على الشكل المثلثي ثم استنتج أن $\alpha = 4\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$

ب _ عيّن القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

③ المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

لتكن النقط B ، C و D التي لواحقها على الترتيب : b ، c و a^4 ، وليكن R الدوران الذي مركزه مبدأ المعلم O وزاويته $\frac{\pi}{12}$ والذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها Z النقطة M' ذات اللاحقة Z'

أ _ تحقق أن $Z' = \frac{1}{4}aZ$ ثم جد صورة النقطة C بالدوران R

ب _ استنتج طبيعة المثلث OBC

ج _ يبين أن $a^4 = 128b$ ثم استنتج أن النقط B ، O و D في استقامية

د _ عيّن (Δ) مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها العدد $\frac{Z - Z_B}{Z - Z_D}$ عدداً حقيقياً سالبا تماماً

2024

/

:

/

:

(05) :

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس منها أربع كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 و 2 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 و 2

* ن سحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس
نعتبر الاحداث التالية :

A : " الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم "

B : " الكريات المسحوبة تحمل نفس اللون "

C : " الكريات المسحوبة أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

① _ احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الاحداث A ، B و C على الترتيب

ب _ يبين أن $P(B \cap C) = \frac{1}{28}$ ثم استنتج $P_B(C)$ و $P(B \cup C)$

ج _ هل الحدثين B و C مستقلين ؟ برر إجابتك

② ليكن X المتغير العشوائي الذي يُرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل الرقم 1

أ _ عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

ب _ استنتج $E(2024X + 1445)$

ج _ احسب $P(e^{2X} - (e + 1)e^X + e = 0)$

(07) :

I _ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - (2x + 1)e^{2x}$

① ادرس تغيرات الدالة g

② احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II _ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

② أ _ يبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

ب _ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

③ أ _ أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة ديكارتية له

ب _ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

④ أثبت أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيها

⑤ أ _ يبين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3.1 < \alpha < -3$ و $0.7 < \beta < 0.8$

ب _ احسب $f(1)$ ثم ارسم (Δ) و (C_f)

ج _ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = f(m)$

⑥ أ _ باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto xe^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x = 0$

ب _ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$

2024

/

:

/

:



(05) :

✎ (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 1$ ، $u_1 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

① احسب u_2 ثم تحقق أن المتتالية (u_n) ليست حسابية ولا هندسية

② نعتبر المتتاليتان (v_n) و (w_n) المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_{n+1} - u_n$ و $w_n = \ln(v_n)$

أ - يبين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول ثم اكتب v_n بدلالة n

ب - يبين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ثم اكتب w_n بدلالة n

③ عيّن اصغر عدد طبيعي n يحقق $v_n < 10^{-5}$

④ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

أ - عبّر عن S_n بدلالة n

ب - استنتج أن $u_n = 3 - \frac{1}{2^{n-1}}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

⑤ نعتبر المجموع S'_n حيث : $S'_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

* حدد قيمة العدد الطبيعي التي من أجلها يكون $S'_n = -55 \ln 2$

(04) :

I _ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : $(Z^2 + 4)(Z^2 - 6Z + 10) = 0$

II _ المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

لتكن النقط A ، B ، C ، D و E التي لواحقها على الترتيب :

$$Z_E = 2 + 3i \text{ و } Z_D = 3 + i , Z_C = 3 - i , Z_B = -2i , Z_A = 2i$$

① اكتب Z_A على الشكل المثلثي ثم يبين أن $Z_A^{2024} + Z_B^{2024} = 2^{2025}$

② أ - اكتب العدد المركب $\frac{Z_A - Z_E}{Z_D - Z_E}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي واستنتج طبيعة المثلث ADE

ب - استنتج أن A صورة D بتحويل نقطي يطلب ذكره مع تعيين عناصره المميزة

ج - اكتب معادلة ديكارتية للدائرة المحيطة بالمثلث ADE

③ نسعي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث : $\arg(iZ - 1 - 3i) = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

* تحقق أن $A \in (\gamma)$ ثم عيّن المجموعة (γ)

(04) :

✍ يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها أربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، وثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرية واحدة خضراء تحمل الرقم 1
 ◀ نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون ارجاع

① احسب احتمال كل من الاحداث A ، B و C حيث :

A " الكريات المسحوبة من نفس اللون "

B " من بين الكريات المسحوبة كرية واحدة تحمل الرقم 1 "

C " ظهور كرية بيضاء في السحبة الأولى "

② بيّن أن $P(B \cap C) = \frac{23}{168}$ ثم استنتج $P_C(B)$

③ نعيد الكيس إلى وضعيته السابقة، ثم نسحب منه عشوائيا أربع كريات في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المتحصل عليها

* عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب الامل الرياضي $E(X)$

(07) :

I _ نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3 - 2 \ln x$

① ادرس تغيرات الدالة g

② أ _ عيّن إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

ب _ استنتج أنّه من أجل كل x من $] -1; +\infty[$: $g(x + 1) > 0$

II _ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$: كما يلي : $f(x) = x - \frac{1 - 2 \ln(x + 1)}{x + 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

① احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر هندسيا النتيجة الأخيرة

② أ _ بيّن أنّه من أجل كل x من $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x + 1)}{(x + 1)^2}$

ب _ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

③ أ _ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f)

ب _ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

④ بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$

⑤ ارسم بعناية المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

⑥ احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهم $x = 1$ و $x = e - 1$