



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه أحمد ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

(1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

- "A" تكوين لجنة تضم 3 رجال".
"B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين".
"C" تكوين لجنة تضم أحمد .
"D" تكوين لجنة تضم امرأة على الأقل .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة.

(أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

(ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases} : n \text{ عدد طبيعي } n \geq 0, u_0 = 2, v_0 = 1$$

(1) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$

(أ) اثبت أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_0 .

(ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.

(2) اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة و المتتالية (v_n) متزايدة .

ثم استنتج ان المتتاليتين (u_n) ، (v_n) متجاورتان .

(3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $T_n = 4u_n + 15v_n$

(أ) اثبت أن المتتالية (T_n) ثابتة واستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

(ب) باستعمال $w_n = u_n - v_n$ و $T_n = 4u_n + 15v_n$ وعبارة الحد العام w_n

- أوجد عبارة الحد العام u_n و v_n .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

$P(z) = (z - 3i)(z^2 - 8z + 25)$ كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة C حيث :

- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $P(z)=0$.
- 2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. A ، B ، C و D أربع نقط من هذا المستوي لواحقها على الترتيب $z_A = -1+2i$; $z_B = 4+3i$; $z_C = 3i$ و $z_D = 4-3i$
- ا) اكتب على الشكل الآسي العددين $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_B}$ و $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A}$
- ب) استنتج طبيعة المثلثين ACD و BCD .
- ج) بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة محددا نصف قطرها و لاحقة مركزها.
- 3) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن C و عن D لاحقتها و لتكن (γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من اجلها $\frac{z_C - z}{z_D - z}$ عددا تخيليا صرفا .
- . حدد طبيعة (γ) ثم أنشأها

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = ax - 1 + \frac{b \ln x}{x}$
- حيث a, b عدنان حقيقيان وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (انظر الشكل)
- الجزء الأول: بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1. عين $f(1)$ و $f'(1)$

2. عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم عند 0 من جهة اليمين

3. عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

الجزء الثاني: 1. أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ لدينا : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

2. أثبت أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعيته بالنسبة إلى (C)

3. ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda \geq 1$. احسب $A(\lambda)$ مساحة حيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيم (Δ)

و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = \lambda$ و $x = 1$

عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تكون $A(\lambda) > \frac{1}{2}$

الجزء الثالث: لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ حيث: $F(1) = -\frac{1}{2}$

وليكن (C_F) تمثيلها البياني في المستوي السابق . بدون حساب عبارة $F(x)$ اجب عما يلي :

1. حدد اتجاه تغير الدالة F

2. بين أن (C_F) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

3. بين أن معادلة (T) مماس المنحنى (C_F) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y = -\frac{1}{2}$

استنتج وضعية (C_F) بالنسبة إلى المماس (T)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

يضم كيس خمس كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 و ثلاث كرات حمراء مرقمة من 6 إلى 8 و كرتين خضراوين يحملان الرقمين 9 و 10 حيث ان الكرات لا نميز بينها باللمس نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

(1) ا) احسب احتمال حدوث الحوادث التالية :

(A) الكرتان تحملان رقمين فرديتين (B) الكرتان من نفس اللون .

(C) الكرتان تحملان رقمين فرديين ومن نفس اللون .

ب) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

(2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل رقما فرديا .

- اكتب قانون المتغير العشوائي X .

- احسب الأمل الرياضي E(X) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = -2 + \sqrt{x+2}$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

(1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على المجال $[-2; +\infty[$

والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

أ - أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل

الحدود ، u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 . دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .

ب - ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

(2) أ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 < u_n < 4$.

ب - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة، ثم استنتج تقاربها .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \ln(u_n + 2)$.

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب - عبّر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

(4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

ب) احسب بدلالة n الجداء P_n : $P_n = \frac{1}{u_0+2} \times \frac{1}{u_1+2} \times \dots \times \frac{1}{u_n+2}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- نعتبر كثير الحدود P للمتغير المركب z المعروف كما يلي: $P(z) = z^3 - 7z^2 + 24z - 18$
- (1) أ- أحسب $P(1)$ ، ثم اثبت أنه من أجل كل $z \in C$ لدينا: $P(z) = (z^2 + az + b)(z - 1)$ حيث a, b عددين حقيقيين يطلب تعيينهما.
- ب - حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z) = 0$ ، ثم أكتب الحلول على الشكل الأسى.
- (2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقاط D, C, B, A .
- المعرفة بلواحقها: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ ، $z_D = -z_B$ على الترتيب .
- بين أن النقاط D, C, B, A تنتمي إلى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
- (3) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_A)^n$ حقيقي سالب.
- (4) عين مجموعة النقاط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $z - z_B = z_A e^{i\theta}$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- الجزء I: نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2e^x - x - 2$
- (1) أحسب نهاية g عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين حقيقيين إحداهما 0، نسمي α الحل الثاني، بين أن: $-1,6 < \alpha < -1,5$
- (4) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x
- الجزء II: لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$
- 1 عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$
- 2 أحسب $f'(x)$ و عين اتجاه تغير الدالة f
- 3 بين أن: $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
- 4 شكل جدول تغيرات الدالة f
- 5 أرسم (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس، (الوحدة: 2cm)
- الجزء III: (1) نعتبر m عدد حقيقي سالب فسر بيانيا التكامل $\int_m^0 f(x) dx$
- (2) باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $\int_m^0 x e^x dx$ ثم إستنتج $\int_m^0 f(x) dx$.
- (3) أحسب نهاية $\int_m^0 f(x) dx$ لما m يؤول إلى $-\infty$.

انتهى الموضوع الثاني