وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية مستغانم | ثانوية: احمد بومهدي– سيدي لخضر

المستوى: 2تع 2 | السنة الدراسية: 2024/2023

الإختبار الثاني في مادة الرياضيات | المدة: 02 سا

التمرين الأول: (06 نقاط)

✓ اوجد القيس الرئيسي للزاويتين الموجهتين التي قياسهما $\frac{2024\pi}{3}$ و $\frac{2020\pi}{6}$ ، ماذا تستنتج ؟ (01)

✓ علما أن قيس الزاوية الموجهة $(\vec{u},\vec{v})$ هو $\frac{\pi}{2}$ عين قيس الزوايا الموجهة التالية : (01)

$(2\vec{u},\vec{v})$ ، $(\vec{u},-\vec{v})$

✓ اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : (01)

$$Sin\left(\frac{5\pi}{2}+x\right)-2Cos\left(\frac{21\pi}{2}-x\right)-3Sin(x-3\pi)+Sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=Sinx$$

✓ حل في المجال $[0;2\pi]$ المعادلة : $2Cos^2x=3Sin\,x$ (تذكر أن $cos^2x+sin^2x=1$) (01)

✓ حل في المجال $[-\pi;\pi]$ المعادلة : $Cos\,x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (01)

- استنتج حلول المتراجحة التالية : $Cos\,x\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$ (01)

التمرين الثاني: (07 نقاط)

المستوي المنسوب الى م م م $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ *نعتبر النقط* $A(2;3)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(5;0)$ *و لتكن* E *نقطة* تحقق العلاقة : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}=0$ و النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,-1);(C,2)\}$

✓ بين أن النقطة E هي مرجح للنقطتين A و B بمعاملين يطلب تعيينهما . (01)

✓ عين احداثيي النقطتين E و G (01)

✓ علم النقط A ، B ، C ، E و G (01)

✓ اعتمادا على خاصية التجميع بين أن G منتصف القطعة $[EC]$ (01)

✓ عين ثم انشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=12$ (1.5)

✓ عين ثم انشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : (1.5)

$$\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=2\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$$

<u>التمرين الثالث</u>: (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$ ، (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

- ✓ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (0.5)
- ✓ احسب $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 1}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{< \\ x\to 1}} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا. (01)
- ✓ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فأن : $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ (0.5)
  - ▪ ادرس اشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f (1.5)
  - ▪ شكل جدول تغيرات الدالة f (0.5)
- ✓ عين الاعداد a ، b و c حيث : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ (0.5)
- ✓ بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) معادلته $y=x-2$ بجوار $(-\infty،+\infty)$ (01)
- ✓ ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (d) (0.5)
- ✓ ارسم (C_f) و مستقيميه المقاربين. (01)

الرياضيات ليست إبرة تحقن في جسمك في بداية السنة لتصبح ممتازا فيها

الرياضيات = حبها + التركيز + المرافقة اليومية

التصحيح النموذجي لاختبار مادة الرياضيات الثلاثي الثاني

العلامة	التصحيح

التمرين الاول:

✓ ايجاد القيس الرئيسي للزاويتين الموجهتين التي قياسهما $\frac{2024\pi}{3}$ و $\frac{2020\pi}{6}$ ، ماذا تستنتج ؟

لدينا : $\frac{2024\pi}{3} = \frac{(674\times3+2)\pi}{3} = 674\pi + \frac{2}{3}\pi$ اذن القيس الرئيسي $\frac{2}{3}\pi$

لدينا : $\frac{2020\pi}{6} = \frac{(336\times6+4)\pi}{6} = 336\pi + \frac{2}{3}\pi$ اذن القيس الرئيسي $\frac{2}{3}\pi$

نستنتج أن القيسان $\frac{2024\pi}{3}$ و $\frac{2020\pi}{6}$ هما قيس لنفس الزاوية الموجهة .

✓ علما أن قيس الزاوية الموجهة $(\vec{u},\vec{v})$ هو $\frac{\pi}{2}$ عين قيس الزوايا الموجهة التالية :

لدينا : $(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\pi}{2}$ اذن : $(\vec{u},-\vec{v}) = (\vec{u},\vec{v}) + \pi = \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3}{2}\pi$

و $(2\vec{u},\vec{v}) = (\vec{u},\vec{v}) = \frac{\pi}{2}$

✓ اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون :

$$Sin\left(\frac{5\pi}{2}+x\right) - 2Cos\left(\frac{21\pi}{2}-x\right) - 3Sin(x-3\pi) + Sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) = Sinx$$

لدينا : $Sin\left(\frac{5\pi}{2}+x\right) = Sin\left(2\pi+\frac{\pi}{2}+x\right) = Sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -Cosx$

و $Cos\left(\frac{21\pi}{2}-x\right) = Cos\left(10\pi+\frac{\pi}{2}-x\right) = Cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = Sinx$

و $Sin(x-3\pi) = -Sin(\pi-x) = -Sinx$

و $Sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) = Sin\left(\pi+\frac{\pi}{2}+x\right) = -Sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = Cosx$

بالتعويض: $-Cosx - 2Sinx + 3Sinx + Cosx = Sinx$

✓ حل في المجال $[0;2\pi]$ المعادلة : $2Cos^2x = 3Sin\,x$

نعلم أن : $cos^2x + sin^2x = 1$ اذن : $2Cos^2x = 3Sin\,x$ تكافئ $2 - 2Sin^2x = 3Sin\,x$ اي $-2Sin^2x - 3Sin\,x + 2 = 0$

بوضع $y = Sinx$ نحصل على معادلة من الدرجة الثانية $-2y^2 - 3y + 2 = 0$

حساب Δ : $\Delta = (-3)^2 - 4(-2)(2) = 25$ و منه $y = \frac{-3\pm5}{-4}$

اذن: $Sinx = -2$ مرفوض او $Sinx = -\frac{1}{2}$ وبالتالي $x = \frac{7\pi}{6}$ او $x = \frac{11\pi}{6}$

- حل في المجال $[-\pi\,;\pi]$ المعادلة : $Cos\,x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$Cos\,x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ تكافئ $Cos\,x = Cos\frac{\pi}{6}$ ومنه : $x = \frac{\pi}{6}$ او $x = -\frac{\pi}{6}$

- استنتج حلول المتراجحة التالية : $Cos\,x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

حلول المتراجحة التالية : $Cos\,x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ هي : $S = \left[-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{6}\right]$

التمرين الثاني :

المستوي المنسوب الى م م م $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ *نعتبر النقط* $A(2;3)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(5;0)$ *و لتكن* E *نقطة*

تحقق العلاقة : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}=0$ و النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,-1);(C,2)\}$

- ✓ تبيان أن النقطة E هي مرجح للنقطتين A و B بمعاملين يطلب تعيينهما .

لدينا : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}=0$ باستعمال علاقة شال نجد: $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}=0$

اذن : $3\overrightarrow{EA}-\overrightarrow{EB}=0$ ومنه : النقطة E هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,-1)\}$

- ✓ تعيين احداثيي النقطتين E و G

$$\begin{cases} x_E=\frac{3x_A-x_B}{2}=4 \\ y_E=\frac{3y_A-y_B}{2}=4 \end{cases} \quad ، \quad \begin{cases} x_G=\frac{3x_A-x_B+2x_C}{4}=4.5 \\ y_G=\frac{3y_A-y_B+2y_C}{4}=2 \end{cases}$$

- ✓ تعليم النقط A ، B ، C ، E و G
- ✓ اعتمادا على خاصية التجميع بين أن G منتصف القطعة $[EC]$

لدينا $E=\{(A,3);(B,-1)\}$ و $G=\{(A,3);(B,-1);(C,2)\}$

اذن حسب خاصية التجميع $G=\{(E,2);(C,2)\}$ ومنه: G منتصف القطعة $[EC]$

- ✓ تعيين ثم انشاء (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=12$$

لدينا: $\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|4\overrightarrow{MG}\|=4MG$ ومنه ينتج : $MG=3$

وبالتالي (Γ_1) مجموعة النقط M هي دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها $r=3$

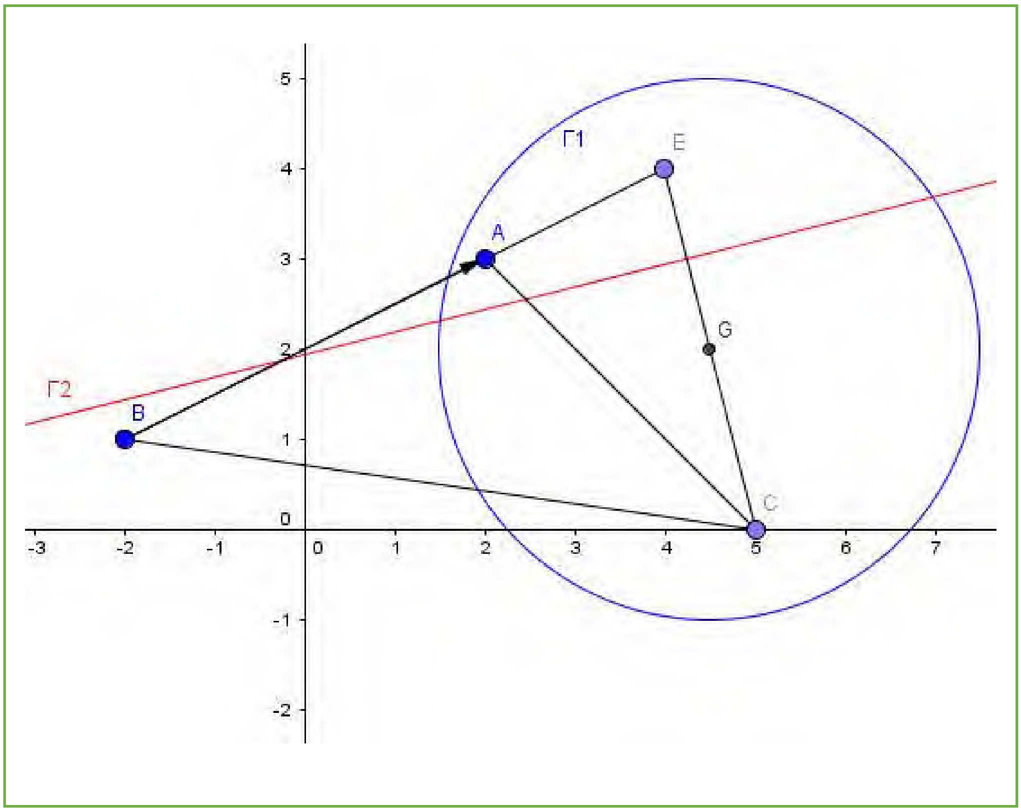
- ✓ تعيين ثم انشاء (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=2\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$$

لدينا: $\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|4\overrightarrow{MG}\|=4MG$ و $2\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|=4ME$

ومنه : $MG=ME$ وبالتالي (Γ_2) مجموعة النقط M هي المستقيم المحوري للقطعة $[EG]$

الانشاء:



التمرين الثالث:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$ ، (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

✓ حساب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)=-\infty$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي موازي لمحور التراتيب معادلته $x=1$

✓ تبيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فأن : $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$ ودالتها المشتقة f' حيث:

$$f'(x)=\frac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+3)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

- دراسة اشارة $f'(x)$

لدينا المقام موجب تماما اذن اشارة $f'(x)$ من اشارة البسط

نحل المعادلة $x^2-2x=0$ اذن : $x=0$ او $x=2$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

استنتاج اتجاه تغير الدالة f

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$

الدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $[0;1[$ و $]1;2]$

- شكل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

✓ تعيين الاعداد a ، b و c حيث : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

لدينا : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1} = \frac{ax^2+(b-a)x+c-b}{x-1}$ و $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$

بالمطابقة نجد: $a = 1$ ، $b = -2$ ، $c = 1$

ومنه : $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x-1}$

✓ تبيان أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) معادلته $y = x - 2$ بجوار $(\pm\infty)$

لدينا : $\lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - (x-2)] = 0$ اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) معادلته $y = x - 2$ بجوار $(\pm\infty)$

✓ الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (d)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - (x-2)$	$-$	‖	$+$
الوضع النسبي	المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (d)	‖	المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (d)

✓ ارسم (C_f) و مستقيميه المقاربين.