



المستوى الثانية ثانوي رياضي

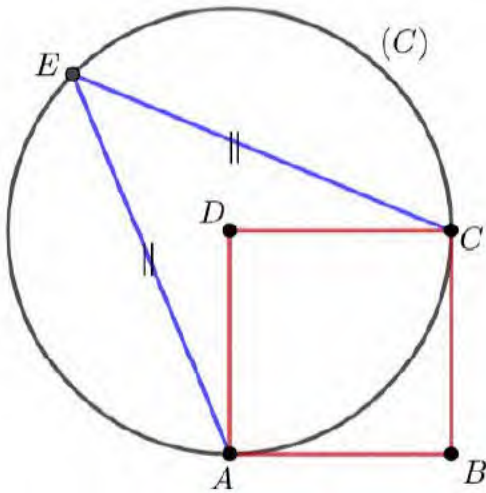
اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

2سا

يمنع منعاً باتاً الكتابة باللون الأحمر، التشطيب واستعمال المصحح

التمرين الأول (06 نقاط):

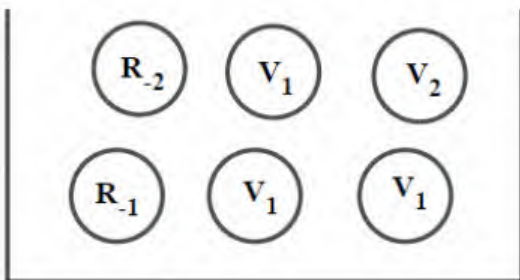
في المستوي الموجه، $ABCD$ مربع و ACE مثلث متساوي الساقين، (C) الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها DC كما في الشكل المقابل:

(1) عين قيساً لكل من الزاويتين الموجهتين $(\vec{DA}; \vec{DC})$ و $(\vec{EA}; \vec{EC})$ (2) بين أن المثلثين EDA و EDC متقايسان.(3) عين قيساً لكل من الزاويتين الموجهتين $(\vec{DC}; \vec{DE})$ و $(\vec{DE}; \vec{DA})$.(4) بين أن $(\vec{DB}; \vec{DC}) + (\vec{DC}; \vec{DE}) = \pi$ (5) ماذا يمكنك القول عن النقط E ، D و B ؟(6) حل في \mathbb{R} المعادلة التالية:

$$\sin x + \cos x = 1$$

(7) حل في المجال $]-\pi; \pi]$ المتراحة التالية:

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 \geq 0$$

التمرين الثاني (06 نقطة):

يحتوي صندوق على 6 كريات متجانسة، منها كرتين حمراوين تحملان العددين -2 و -1 ، البقية خضراء مرقمة بـ: 2 ، 1 ، 1 ، 1 ، نسحب من الكيس كرتان على التوالي دون إرجاع، ونسجل عددها الظاهر ولونها.

نعتبر الأحداث التالية:

A: "كرة واحدة على الأقل تحمل الرقم 1"، B: "كرة واحدة فقط تكون خضراء"
و C: "مجموع الأعداد المتحصل عليها معدوم".

(1) بواسطة مخطط توضيحي (شجرة أو جدول) عين المجموعة الشاملة Ω للتجربة العشوائية السابقة.

(2) أ- أحسب $P(\bar{A})$ ، ثم استنتج أن: $P(A) = \frac{4}{5}$.

ب- بين أن: $P(B) = \frac{8}{15}$ و $P(C) = \frac{4}{15}$.

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج من التجربة العشوائية السابقة مجموع الأعداد المكتوبة.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ب- عين قانون احتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث (08 نقطة):

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ- أثبت أن الدالة f فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

ج- ادرس تغيرات الدالة f .

(2) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ج- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$

ثم استنتج أن المستقيم (d') ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

(3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m^3$

(4) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

أ- بين أن الدالة g زوجية.

ب- انطلقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

التصحيح النموذجي

التمرين الأول (06 نقاط):

$$(1) \quad (\overrightarrow{EA}; \overrightarrow{EC}) = \frac{(\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC})}{2} = \frac{\pi}{4} \quad \text{و} \quad (\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}) = \frac{\pi}{2}$$

$$(2) \quad DC = AD \quad \text{و} \quad EA = EC \quad \text{مثلثان} EDA \quad \text{و} \quad EDC \quad \text{متقايسان}$$

$$(3) \quad (\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DA}) = \frac{3\pi}{4} \quad \text{و} \quad (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DE}) = \frac{3\pi}{4}$$

$$(4) \quad (\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DE}) = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$$

$$(5) \quad (\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DE}) = (\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DE}) = \pi \quad \text{النقط} D \quad \text{و} \quad B \quad \text{على استقامة واحدة.}$$

$$(6) \quad \text{حلول المعادلة} \quad \sin x + \cos x = 1 \quad \text{في} \quad \mathbb{R} \quad \text{هي} \quad S = \left\{ k\pi ; \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$(7) \quad \text{حلول المتراجحة} \quad 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) - 1 \geq 0 \quad \text{في المجال} \quad] - \pi ; \pi] \quad \text{هي:} \quad S = \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right]$$

التمرين الثاني (06 نقطة):

(1) باستعمال جدول توضيحي للتجربة العشوائية، نجد 30 إمكانية.

$$(2) \quad \text{أ-} \quad P(\overline{A}) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} \quad \text{ومنه} \quad P(A) = \frac{4}{5}$$

$$\text{ب-} \quad P(B) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15} \quad \text{و} \quad P(C) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

(3) أ- القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي: $3, 2, 1, 0, -1, -3$

$$\text{ب-} \quad P(X = 3) = \frac{6}{30}, \quad P(X = 2) = \frac{6}{30}, \quad P(X = -1) = \frac{6}{30}, \quad P(X = 0) = \frac{8}{30}, \quad P(X = 1) = \frac{2}{30}$$

$$P(X = 3) = \frac{6}{30}, \quad P(X = 2) = \frac{6}{30}$$

$$E(X) = \frac{2}{3}$$

التمرين الثالث (08 نقطة):

(1) أ- من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $-x \in \mathbb{R}$ لدينا $f(-x) = -f(x)$ ، الدالة f فردية

$$\text{ب-} \quad \text{من أجل كل عدد حقيقي} \quad x \quad \text{لدينا:} \quad f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

ج- $f'(x) > 0$ من أجل كل عدد حقيقي x ، الدالة f متزايدة تماماً على \mathbb{R}

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

(2) أ- معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 هي: $y = 2x$: (T)

ب- وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T):

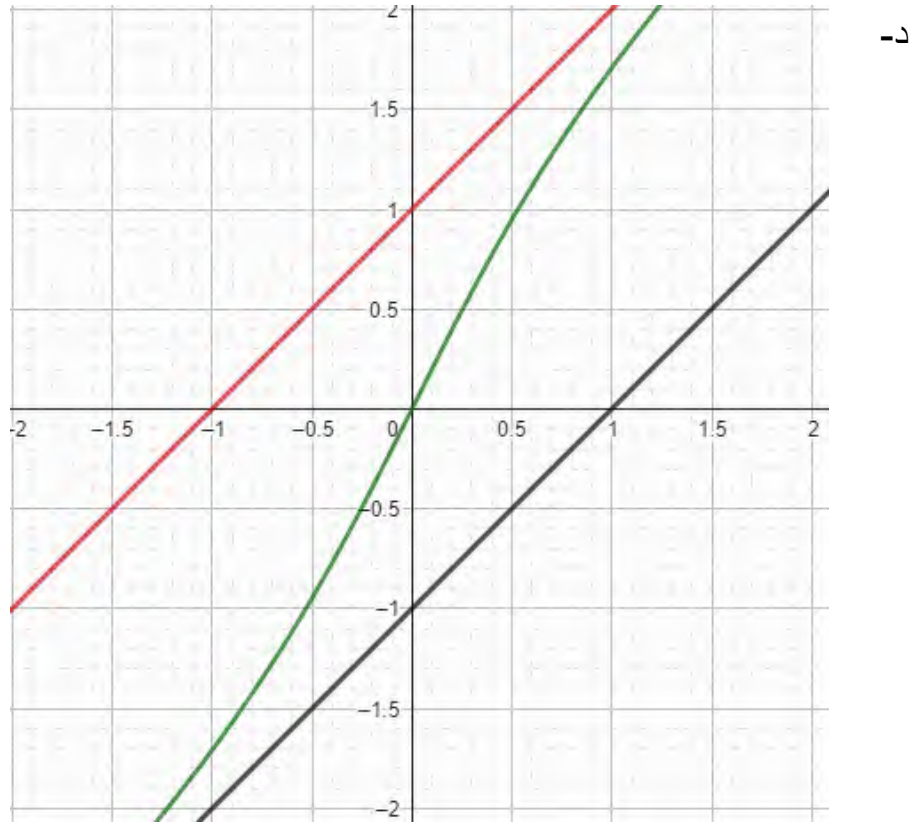
(C_f) يقع فوق (T) على المجال $]-\infty ; 0]$

(C_f) يقع تحت (T) على المجال $[0 ; +\infty[$

(T) يخترق المنحنى (C_f) عند النقطة 0

ج- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0$ وبما أن الدالة f فردية فإن:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$$



(3) حلول المعادلة $f(x) = x + m^3$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو

$$y = x + m^3$$

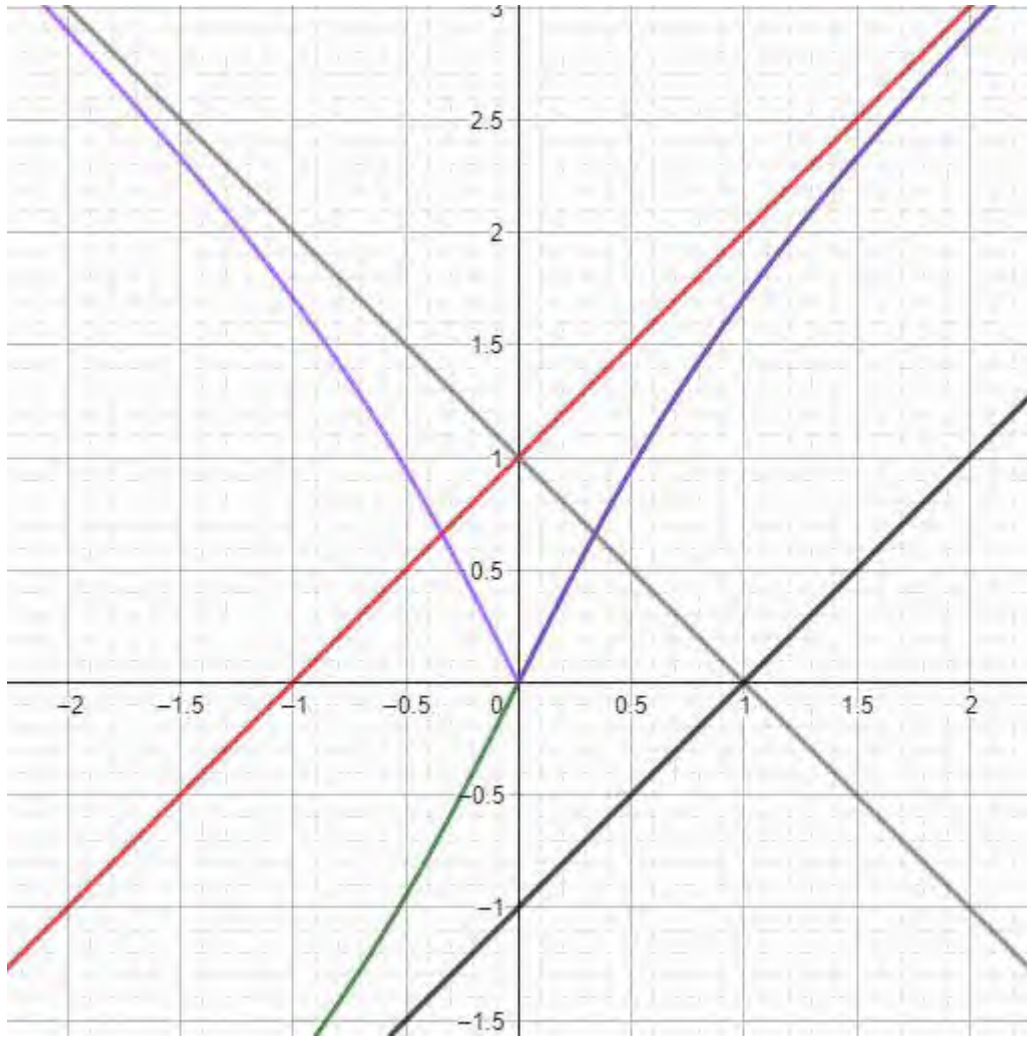
المعادلة $f(x) = x + m^3$ لا تقبل حلول

$m \in]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ تقبل حل وحيد معدوم

$m \in]-1 ; 0[$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ تقبل حل وحيد سالب

$m \in]0 ; 1[$ المعادلة $f(x) = x + m^3$ تقبل حل وحيد موجب

(4) أ- من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $-x \in \mathbb{R}$ لدينا $g(-x) = g(x)$ ، الدالة g زوجية



١٠