



المستوى الثانية ثانوي علوم تجريبية

المدة: 2 سا

اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول (5 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $U_n = -3n + 4$

(1) أثبت أن (n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

(2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

(3) هل العدد -19 حدا من حدود المتتالية (U_n) ؟

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{2n+3}$

التمرين الثاني (8 ن):

لتكن f دالة معرفة على المجال $[0; 2]$ بـ: $f(x) = 3 - \frac{3}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ:
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

(1) على الوثيقة المرفقة، مثل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل و بدون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

(2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (n) و تقاربها

(3) (n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = \frac{U_{n-2}}{U_n}$

• أثبت أن (n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول

(4) اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

(5) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

(6)

أ. بين أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $V_n = 1 - \frac{2}{n}$

ب. احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = \frac{2}{U_0} + \frac{2}{U_1} + \dots + \frac{2}{U_n}$

التمرين الثالث (7 ن):

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

(V_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $V_n = U_n + \alpha$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

(1) عين قيمة α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

(2) في ما يلي نضع $\alpha = -3$:

(أ) اكتب عبارة n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

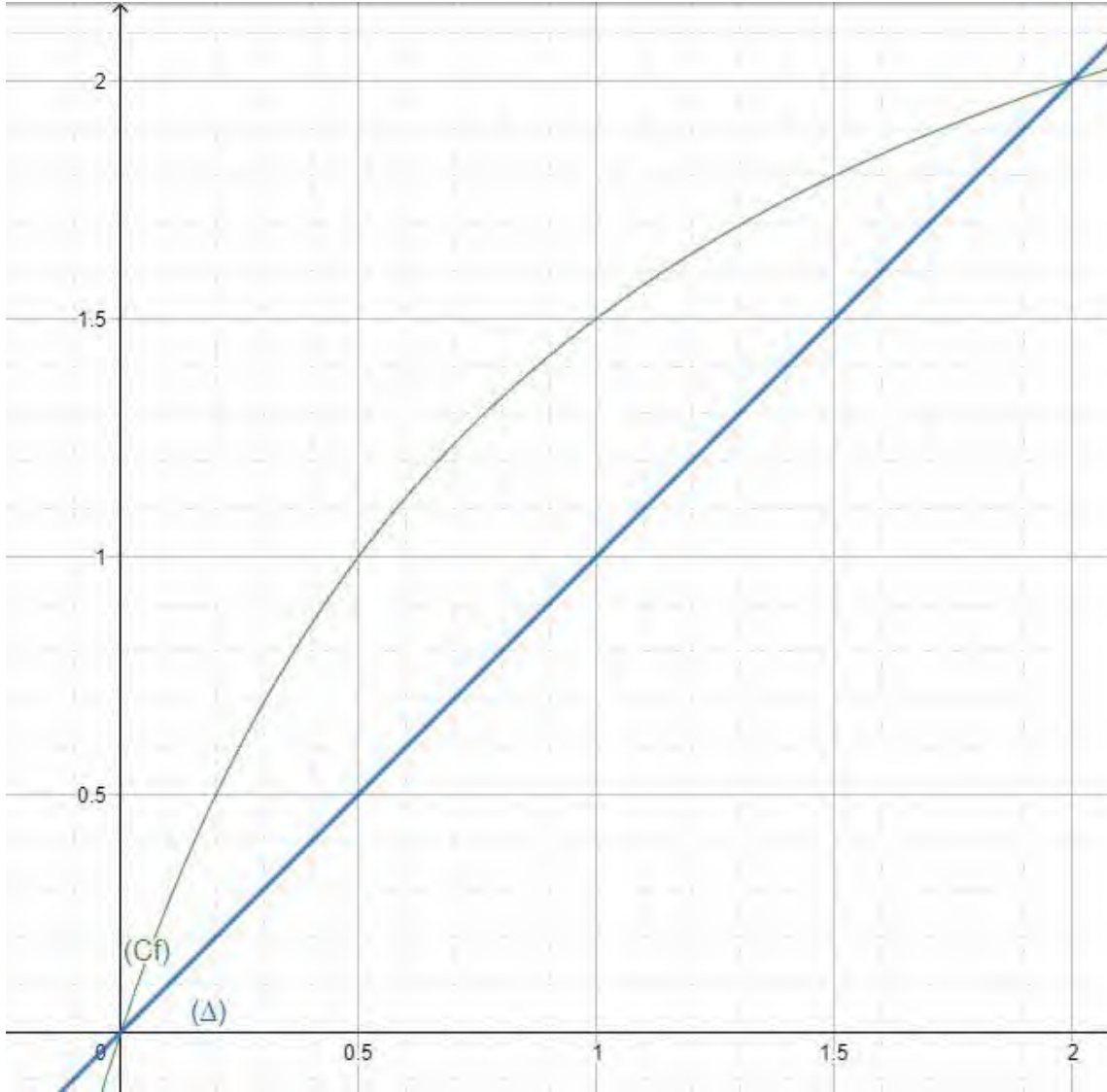
(ب) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. ماذا تستنتج؟

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

(4) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$

الاسم واللقب:

القسم:



(ملاحظة: الوثيقة المرفقة تسلم مع ورقة الاختبار)

التصحيح النموذجي:

التمرين الأول (5 ن):

(1) المتتالية (U_n) حسابية أساسها 3- و حدها الأول $U_0 = 4$

(2) المتتالية (U_n) متناقصة

(3) 19- ليس حد من حدود المتتالية لان $n = \frac{23}{3} \notin \mathbb{N}$

$$S_n = (-6n - 1) \times \frac{2n+4}{2} = -(6n + 1)(n + 2) \quad (4)$$

التمرين الثاني (8 ن):

(1) تمثيل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3

(2) نؤمن أن المتتالية (U_n) متزايدة و متقاربة

(3)

$$\leftarrow \text{لدينا من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} : V_n = \frac{U_{n-2}}{U_n} = 1 - \frac{2}{n}$$

ب. (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $V_0 = -1$

ت. (V_n) متقاربة لان $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$.

$$U_n = \frac{2}{1-V_n} = \frac{2}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^n} \quad \text{و} \quad V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (4)$$

$$S_n = -\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \quad \text{حيث: } S_n \text{ المجموع } n \quad (5)$$

$$S'_n = (n+1) - S_n = (n+1) + \frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \quad \text{حيث: } S'_n \text{ المجموع } n \quad (6)$$

التمرين الثالث (7 ن):

(1) لما $\alpha = -3$ تكون (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $V_0 = -1$

$$U_n = V_n + 3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3 \quad \text{و} \quad V_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (2)$$

(3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$. نستنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة

(4) حساب بدلالة n المجموع n حيث: $S_n = -\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} = -\frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

(5) حساب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = (-1)^{n+1} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{0+1+\dots+n} = (-1)^{n+1} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$