

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

⚠️ تجنب الشطب واستعمال الصمغ.

☆ التمرين الأول: (06 نقاط)

(I) يحتوي كيس على 7 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كرات بيضاء B_1 ، B_2 و B_3 وأربع كرات خضراء V_1 ، V_2 ، V_3 و V_4 .

نسحب كرتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد الكرة الأولى قبل السحب الثاني.

① مثل النتائج بمخطط (أو شجرة)، ثم عين مجموعة الإمكانات Ω .

② احسب احتمال الأحداث التالية: الحدث A "سحب كرتين مختلفتين في اللون".

الحدث B "سحب كرتين من نفس اللون".

الحدث C "سحب كرة بيضاء على الأكثر".

(II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب αDA (α عدد طبيعي)، فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ وإذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه.

وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة العدد الطبيعي α .

① عين القيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله.

② أ - بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α يعطي بـ: $E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$.

ب - أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

☆ التمرين الثاني: (06 نقاط)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعاقد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط $A(1;2)$ ، $B(-8;-1)$ و $C(3;4)$.

و H نقطة معرفة كما يلي: $\vec{AH} = \frac{3}{2}\vec{AC}$.

① بين أن النقطة H هي مرجح النقطتين A و C ، المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعيينهما.

② لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1); (B;-1); (C;-3)\}$.

أ - احسب إحداثيي النقطة G .

ب - بين أن النقط B ، H و G في استقامة.

③ لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M من المتسوي حيث: $||\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|| = 3(k+1)^2$ مع $k \in \mathbb{R}$.

أ - عبر عن الشعاع $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب - عين قيم k حتى تكون (Γ_1) دائرة نصف قطرها 1 يطلب تعيين مركزها.

④ عين، ثم أنشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المتسوي حيث: $2||\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}|| = 3||\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MC}||$.

☆ التمرين الثالث: (08 نقاط)

لكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{x + 2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$.

② احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

③ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f'(x) = \frac{x(x+4)}{(x+2)^2}$.

④ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

⑤ أ - بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$.

ب - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

⑥ تحقق أن النقطة $A(-2; -1)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

⑦ ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f) .

☆ انتهى الاختبار ☆

إذا أنت لم تزرع وأبصرت حاصدا ☆☆ ندمت على التفريط في زمن البذر

أستاذ المادة: فرائية الصفرظ I

الدرجة الإجابة الإجابة الإجابة

١ قانون الاحتمال الكمي العشوائي X:

① $P(X=100-\alpha) = P(\{BB\}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$
 $P(X=50-\alpha) = P(\{BV, VB\}) = P(A)$
 $= \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{24}{49}$
 $P(X=-\alpha) = P(\{VV\}) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

$X=x_i$	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{49}$	$\frac{24}{49}$	$\frac{16}{49}$

② - نبي أن: $E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$

① $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P_i$
 $= (100-\alpha) \times \frac{9}{49} + (50-\alpha) \times \frac{24}{49} - \alpha \times \frac{16}{49}$
 $= \frac{900-9\alpha+1200-24\alpha-16\alpha}{49}$
 $= \frac{2100-49\alpha}{49} = \frac{2100}{49} - \frac{49}{49}\alpha$

$E(X) = \frac{300}{7} - \alpha$

③ - نبي أكبر قيمته α حتى تكون

① اللعبة في صالح اللاعب:

$E(X) > 0$ اللعبة في صالح اللاعب معناه

$\frac{300}{7} > \alpha$ معناه $\frac{300}{7} - \alpha > 0$

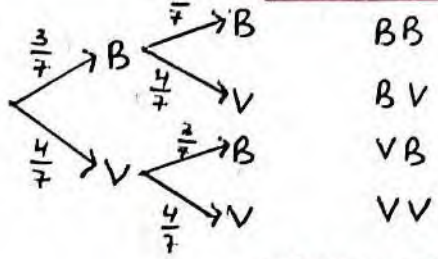
اذن أكبر قيمته α حتى تكون اللعبة

في صالح اللاعب هي $\alpha = 42$

(لان $\frac{300}{7} \approx 42.86$)

١ حل التمرين الاول:

١- تمثيل الشجرة:



٢- مجموعة الإمكانيات:

$\Omega = \{BB, BV, VB, VV\}$

٣- حساب احتمال الأحداث:

①, ⑤ $P(A) = P(\{BV, VB\}) = \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{7}$
 $= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} = \frac{24}{49}$

$P(B) = P(\{BB, VV\}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$
 $= \frac{9}{49} + \frac{16}{49} = \frac{25}{49}$ (أو: $P(B) = 1 - P(A)$)

$P(C) = P(\{BV, VB, VV\})$
 $= \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$
 $= \frac{12}{49} + \frac{12}{49} + \frac{16}{49} = \frac{40}{49}$

١- ١- نبي قيم الكمي العشوائي X:

لدينا في حالة الحصول على BB $X=100-\alpha$
 في حالة الحصول على BV, VB $X=50-\alpha$

في حالة الحصول على VV $X=-\alpha$

اذن $X = \{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$

- حل التمرين الثاني :

①. نثبت أن H مرجع التقاطع A و B :

① لدينا $\vec{AH} = \frac{3}{2} \vec{AC}$ معناه $2\vec{AH} = 3\vec{AC}$

معناه $2\vec{AH} - 3\vec{AC} = \vec{0}$

معناه $2\vec{AH} - 3\vec{AH} - 3\vec{HC} = \vec{0}$

معناه $-\vec{AH} - 3\vec{HC} = \vec{0}$

معناه $\vec{HA} - 3\vec{HC} = \vec{0}$

وضف $1-3 = -2$ إذ أن H مرجع التقاطع

A و B المرفقين بالكمالتين 1 و 3 - على الترتيب

②. 1- حساب إحداثيات النقطة G :

$$x_h = \frac{1 \times 1 + (-1)(-8) + (-3)(3)}{1 - 1 - 3} = \frac{9 - 9}{-3} = 0$$

$$y_h = \frac{1 \times 2 + (-1)(-1) + (-3)(4)}{1 - 1 - 3} = \frac{-9}{-3} = 3$$

وضف إحداثيات G هي $G(0, 3)$

2. نثبت أن النقطة B, H و G هي استقامة :

لدينا G مرجع المحلة $\{(A, 1), (B, -1), (C, -3)\}$

و H مرجع المحلة $\{(A, 1), (1, -3)\}$

حسب خاصية التجميع فإن G مرجع المحلة

$\{(H, 1-3), (B, 1)\}$

إذن النقطة B, H و G على استقامة.

③. 1. التعبير عن الشعاع بدلالة الشعاع $\vec{MA}$:

لدينا G مرجع المحلة $\{(A, 1), (B, -1), (C, -3)\}$

فإنه من أجل كل نقطة M من المستوى لدينا

$$\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC} = (1 - 1 - 3)\vec{MA} = -3\vec{MA}$$

2. تعيين قيم K حتى تكون (G) دائرة

نصف قطرها 1 :

$$\|\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}\| = 3(k+1)^2 \quad \text{لدينا}$$

$$\| -3\vec{MA} \| = 3(k+1)^2 \quad \text{معناه}$$

$$3MA = 3(k+1)^2 \quad \text{معناه}$$

$$MA = (k+1)^2$$

① ومنه (G) دائرة مركزها النقطة G

ونصف قطرها $(k+1)^2$

$$(k+1)^2 = 1 \quad \text{إذن}$$

$$-k-1 = 1 \quad \text{أو} \quad k+1 = 1$$

$$k = -2 \quad \text{أو} \quad k = 0$$

إذن قيم K هي 0 و -2 . $K = \{0, -2\}$

④. تعيين (G) مجموعة القيم M :

① لدينا $2\|\vec{MA} - \vec{MB} - 3\vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - 3\vec{MC}\|$

ولدينا H مرجع المحلة $\{(A, 1), (C, -3)\}$

وضف من أجل كل نقطة M

$$\vec{MA} - 3\vec{MC} = (1-3)\vec{MH} = -2\vec{MH}$$

$$2\| -2\vec{MH} \| = 3\| -2\vec{MH} \| \quad \text{إذن}$$

$$2 \times 3 \times MH = 3 \times$$

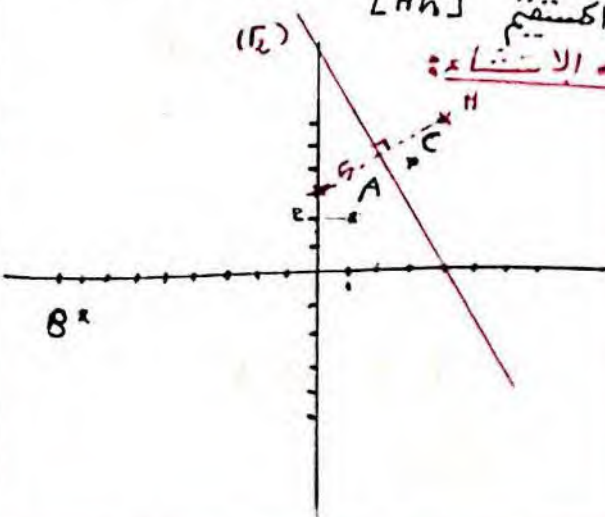
$$6MH = 6MH$$

$$MH = MH$$

وضف للمجموعة (G) هي محور قطعة

اكستيم $[HG]$

الاستقامة :



حل التمرين الثالث :

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{x+2}$$

① - نعين الأعداد الكهفية a, b, c حيث

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$$

لدينا صابج $x \neq -2$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$$

$$= \frac{(ax+b)(x+2) + c}{x+2}$$

$$= \frac{ax^2 + (b+2a)x + 2b+c}{x+2}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=4 \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} a=1 \\ b+2a=3 \\ 2b+c=6 \end{cases}$$

$$f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+2}$$

② - حساب نهايات الدالة f :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$		$-$	$+$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$$

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 6 &\rightarrow 4 \\ x+2 &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad \text{لأن كما } x \rightarrow -2 \text{ فإن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$$

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 6 &\rightarrow 4 \\ x+2 &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad \text{لأن كما } x \rightarrow 2 \text{ فإن}$$

③ - نثبت أنه صابج $x \neq -2$: $f'(x) = \frac{x(x+4)}{x+2}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$f'(x) = \frac{(2x+3)(x+2) - (x^2+3x+6)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 3x + 6 - x^2 - 3x - 6}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{(x+2)^2}$$

④ - إسبايح إيجاد تغير الدالة f :

$$\text{لدينا } f'(x) = 0 \text{ معناه } x(x+4) = 0$$

$$\text{معناه } x = 0 \text{ و } x = -4$$

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

وهذه الدالة في متزايدة عموماً على المجال

$[-\infty, -4]$ والمجال $[0, +\infty[$

وهذه الدالة في متزايدة عموماً على المجال

$[-4, -2]$ والمجال $[2, +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$

⑤ - أ. نثبت أن f (cf) بفعل مستقيمين مقارنين :

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$$

وهذه (cf) بفعل مستقيم مقارب كموديا

$$x = -x$$

①

Ch. 5

$$= \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+2} = 0$$

ب. درایست و صغیت (م) بالست ل (Δ):

- ندرس! شارة الفرق: $f(n) - y$

$$f(n) - y = x+1 + \frac{4}{x+2} - (x+1) = \frac{4}{x+2}$$

وصلة إشارة الفرق من إشارة $x + 2$

x	$-\infty$	$-\varepsilon$	$+\infty$
$\tilde{x} + \varepsilon$	-	0	+
$f(x) - y$	-		+
وضع النقطة	(C_f) (Δ)		(C_f) (Δ)

(6) - الدفعة أن $A(-1, -1)$ هي نقطة تقاطع

اکسپنشن - اکٹھا، شد :

لدينا معادته الأكسجين الكفاري، المحو ديا هي $n = 9$

ومعادلة الكسب المائل $y = x + 1$

$$y = -2 + 1 = -1, \quad x = -2 \quad \text{is}$$

اذا نقطه تلا مع المستقيم هي $A(-2, -1)$

و نیز آن $A(-2, -1)$ مرکز شش‌ضلعی است؛

لنا ضابطا $-2-x \neq -2$ و $-2-x \neq -2$

Q.5 $f(-2+x) + f(-2-x) =$

$$= -2+x+1 + \frac{4}{-2+x+2} - 2-x+1 + \frac{4}{-2-x+2}$$
$$= -x + \frac{4}{x} - \frac{4}{x}$$
$$= -4+2 = -2 = 2(-1)$$

ومن البقعة (1-2-1) A مركز سافر
ل (4)