المادّة: الرياضيات
التّاريخ: 2024/03/07
المستوى: 2 علوم تجريبية
المدّة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل تصريح أدناه :

1. A و B نقطتان متمايزتان من المستوي , مجموعة النقط M التي تحقق:
$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$ هي محور القطعة $[AB]$.

2. القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $\frac{2023\pi}{2}$ هو $\frac{3\pi}{2}$.

3. إذ كان $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$ فإن $(-2\,\vec{u}\,;6\,\vec{v}) = \frac{3\pi}{2}$.

4. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$(1-2\sin^2 x)^2-(1-2\cos^2 x)^2 = 0$$

5. عدد حلول المعادلة $\sin(2x) = \cos(x+\pi)$ في المجال $[-5\pi;5\pi]$ هو 10 .

التمرين الثاني:(07 نقاط)

يوجد في كيس 6 كريات لا نفرّق بينها عند اللمس منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام 0, 1, -1 و 1 و كريتين حمراوين تحملان الرقمين 1 و -1 و كرية سوداء تحمل الرقم 0 , نسحب عشوائيا كريتان في آن وحد من الكيس.

1. عين بواسطة جدول عناصر مجموعة الإمكانيات الكلية Ω.
2. احسب احتمال الحوادث التالية:
   A : "سحب كريتان بيضاوان"
   B : "سحب كرية حمراء على الأكثر "
   C : "سحب كريتان مجموع رقميهما 0"
3. احسب $P(\bar{A})$, $P(\bar{C})$, $P(A\cap C)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$ و $P(A\cap\bar{C})$.
4. يدفع لاعب $\alpha\ DA$ مقابل اللعبة التالية : إذ سحب كريتين جداء رقميهما موجب تماما يربح $60DA$ و إذ سحب كريتين جداء رقميهما سالب تماما يخسر $30DA$ و إذ سحب كريتين جداء رقميهما معدوم يخسر ما دفعه ,
   نعرف X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بمقدار الربح أو الخسارة .
   - برر أن القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X هي $X=\{60-\alpha,-30-\alpha,-\alpha\}$ ثم عين قانون احتماله.
   - احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.
   - عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-1}$. حيث a , b و c أعداد حقيقية .

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$ لدينا : $f'(x)=\frac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$.

2. عين الأعداد a, b و c حيث منحنى الدالة g يقبل مماسا موازي لمحور الفواصل عند النقطة $A(3;4)$ و يقطع محور التراتيب عند -5 .

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بــــ: $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات دالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$ لدينا : $f(x)=x-1+\frac{4}{x-1}$.

3. بين أن مستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f), عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر (Δ') .

4. ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ).

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$ لدينا : $f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, ثم شكل جدول تغيراتها .

6. برهن على وجود مماسين (T) و $(\mathrm{T'})$ معامل توجيه كل منهما يساوي -3

7. بين أن النقطة $B(1;0)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

8. أرسم المماسين (T) و $(\mathrm{T'})$, المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

9. m وسيط حقيقي , ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2-(2+m)x+m+5=0$.

سؤال إضافي : (01 نقاط)

❖ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x لدينا : $\sin(x)\leq x$.

وفقكم الله ❀

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية

عليكي بشير

تصحيح اختبار الفصل الثاني

التمرين 1:

1) خطأ. لأن: I منتصف قطعة [AB]

$\|\vec{MA}+\vec{MB}\| = \|\vec{MA}-\vec{MB}\|$

$2MI = BA$ so $MI = \frac{BA}{2}$

ومنه مجموعة النقط هي دائرة مركزها I ونصف قطرها $BA/2$

2) خطأ:

$\frac{2023\pi}{2} = 1012\pi - \frac{\pi}{2}$

ومنه قيس الرئيسي هو $-\frac{\pi}{2}$.

3) خطأ:

$(-2\vec{u}, 6\vec{v}) = \pi + (\vec{u},\vec{v}) = \pi + \frac{3\pi}{2}$

$= 2\pi + \frac{\pi}{2}$

4) صحيح. لأن:

$$(1-2\sin^2(x))^2 - (1-2\cos^2(x))^2$$
$$= \left[-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)\right]\left[2 - 2\sin^2(x) - 2\cos^2(x)\right]$$
$$= \left[-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)\right]\left[2 - 2(\sin^2(x) + \cos^2(x))\right]$$
$$= \left[-2\sin^2(x) + 2\cos^2(x)\right]\left[2 - 2\right] = 0$$

5) خطأ:

$\sin(2x) = \cos(x+\pi)$

$-\sin(2x) = \cos(x)$

$\cos(\frac{\pi}{2} + 2x) = \cos(x)$

ومنه

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x = x + 2k\pi \\ \frac{\pi}{2} + 2x = -x + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

إيجاد قيم K.

$$\begin{cases} -5\pi \leq -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 5\pi \\ -5 \leq -\frac{1}{2} + 2k \leq 5 \\ -\frac{9}{2} \leq 2k \leq \frac{11}{2} \\ -\frac{9}{4} \leq k \leq \frac{11}{4} \end{cases}$$ so $-2{,}25 \leq k \leq 2{,}75$

ومنه $k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

حل ثاني:

$-5\pi \leq -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \leq 5\pi$

$-5 \leq -\frac{1}{6} + \frac{2k}{3} \leq 5$

$-\frac{29}{4} \leq k \leq \frac{31}{4}$

$-7{,}25 \leq k \leq 7{,}75$

ومنه $k \in \{-7, -6, \dots, 0, 1, 2, \dots 7\}$

ومنه عدد الحلول هو 20.

التمرين 2:

0,5

	B_0	B_{-1}	B_1	R_1	R_{-1}	N_0
B_0						
B_{-1}	B_0B_{-1}					
B_1	B_0B_1	$B_{-1}B_1$				
R_1	B_0R_1	$B_{-1}R_1$	B_1R_1			
R_{-1}	B_0R_{-1}	$B_{-1}R_{-1}$	B_1R_{-1}	R_1R_{-1}		
N_0	B_0N_0	$B_{-1}N_0$	B_1N_0	R_1N_0	$R_{-1}N_0$	

-3 $P(A)=\frac{3}{15}$, $P(B)=\frac{14}{15}$, $P(C)=\frac{5}{15}$

$P(\bar{A})=1-P(A)=\frac{12}{15}$; $P(\bar{C})=\frac{10}{15}$, $P(A\cap C)=\frac{1}{15}$

ومنه

$$\begin{cases} P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{14}{15} \\ P(A\cap \bar{C})=P(A)-P(A\cap C)=\frac{2}{15} \end{cases}$$

-4 $X=\{60-\alpha, -30-\alpha, -\alpha\}$

X_i	$60-\alpha$	$-30-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$

$E(X)=\sum x_i P(X=x_i)=-\alpha$.

$E(X)>0$ تكون اللعبة في صالح اللاعب.

ومنه $-\alpha>0$ معناه $\alpha<0$ مستحيل. إذن

لعبة خاسرة دوماً أو عادلة لما $\alpha=0$.

التمرين 3 :

$g(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-1}$

$g'(x)=\frac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$ و $\begin{cases} g(3)=4 \\ g'(3)=0 \\ g(0)=-5 \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=5 \end{cases}$

II) $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$. لأن $\lim\limits_{x\to 1} x^2-2x+5=4$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$. $\lim\limits_{x\to 1} x-1=0$

و $-\infty$ — 1 + $+\infty$

-2 لدينا $x-1+\frac{4}{x-1}=\frac{(x-1)^2+4}{x-1}=\frac{x^2-2x+5}{x-1}=f(x)$

-3 $\lim f(x)-y=\lim \frac{4}{\ldots}$

المستقيم مقارب مائل $x=1$ مستقيم مقارب عمودي.

-4

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	‖	$+$
الوضعية النسبية	(C_f) تحت (Δ)	‖	(C_f) فوق (Δ)

-5 تعيين f': $f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	4	↗	$+\infty$

-6 $f'(x)=-3$

ومنه $x^2-2x-3=-3(x-1)^2$

$x_1=0$, $x_2=2$.

$(T): y=-3x-5$; $(T'): y=-3x+11$.

-7 لدينا $x\neq 1$ ومنه $2-x\neq 1$.

و $f(2-x)+f(x)=0$

إذن $B(1,0)$ مركز تناظر.

-9 مناقشة $x^2-(2+m)x+m+5=0$

$\frac{x^2-2x+5}{x-1}=m$ معناه $f(x)=m$

مناقشة بيانية

$-4<m<4$ لا يوجد حلول.

$m\in\{-4,4\}$ يوجد حل وحيد مضاعف.

$|m|>4$ يوجد حلين مختلفين.

السؤال الإضافي :

نضع $g(x)=x-\sin(x)$ ، $D_g=\mathbb{R}^+$

ومنه $g'(x)=1-\cos(x)$ أي $g'(x)\geq 0$

إذن الدالة g متزايدة تماماً على D_g

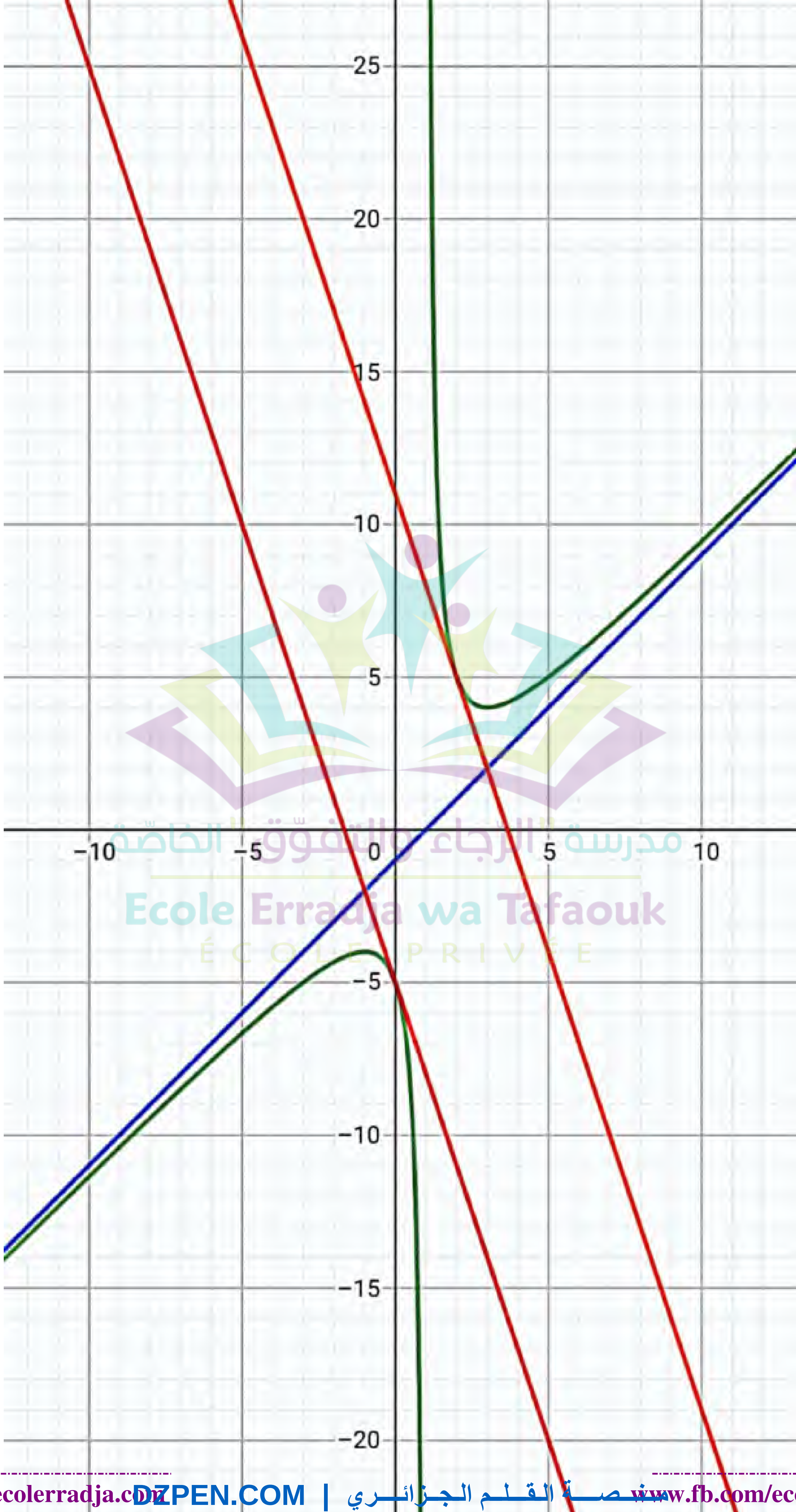
وبالتالي مهما يكون $x\in\mathbb{R}^+$.

$g(x)\geq g(0)$

$x-\sin(x)\geq 0$

$x\geq\sin(x)$ لما $x\geq 0$

وهو المطلوب.


25
20
15
10
5
0
−5
−10
−15
−20
−10
−5
5
10