ثانوية: المجاهد صديقي نوري بالجلفة	**فرض الفصل الأول**	الموسـم الدراسي: 2021 / 2022
المستوى: 2 ثانوي - شعبة رياضيات	تنبيه: يمنع استعمال اللون الأحمر	الأستاذ: قويسم براهيم الخليل
يوم: 02 نوفمبر 2021		المـــدة: 1 سا و 10 د

◆ التمرين 01: [06 نقاط]

نعتبر كثيري الحدود P و Q

$$Q(x) = 2x^4 - 2x^2 - 4 \quad ; \quad P(x) = -2\alpha(x^4 - x^2 - 2) + 2x(x^4 - x^2 - 2)$$

حيث α عدد حقيقي

[1 ن] ❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x) = 0$

[2 ن] ❷ عيّن درجة كثير الحدود P، ثم بيّن أنّ α جذر لـ $P(x)$

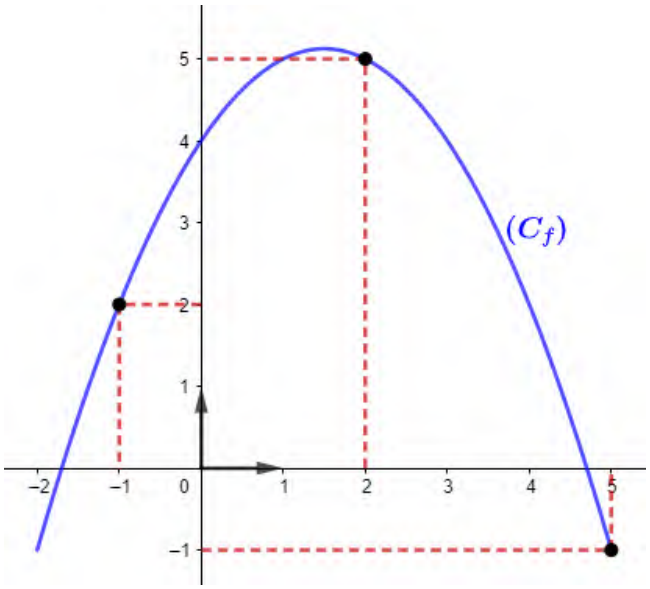
[2 ن] ❸ بيّن أنّ: $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$ ، ثم استنتج حلول المعادلة $P(x) = 0$

[1 ن] ❹ استنتج حلول المعادلة $P(|x| + 1) = 0$

◆ التمرين 02: [03 نقاط]

f دالة معرفة على المجال $[-2; 5]$ بتمثيلها البياني (C_f)

(الشكل المقابل)



[1 ن] ❶ احسب $(f \circ f \circ f)(2)$، ثم استنتج $\left(\underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{\text{2021 مرة}}\right)(2)$

[2 ن] ❷ أنشئ (C_g) و (C_h) التمثيل البياني للدالتين g و f ، حيث:

$$g(x) = f(-|-x|)$$
$$h(x) = |-f(-x)|$$

◆ التمرين 03: [11 نقطة]

I) f و g دالتان عدديتان معرفتان كما يلي: $f(x) = \frac{x}{x-1}$ و $g(x) = x$

[1 ن] ❶ عيّن D_f و D_g مجموعة تعريف كل من الدالتين f و g على الترتيب

[2 ن] ❷ تحقق أن $(f \circ f)(x) = g(x)$، ثم استنتج $(f \circ f \circ f)(2)$.

II) (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$:

❶ من أجل كل $x \neq 1$، عين العددين الحقيقيين a و b، بحيث:

[2 ن]
$$f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

[2 ن] ❷ فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v بسيطتين، يطلب تعيين عبارتيهما.

[1 ن] ❸ باستعمال اتجاه تغير مركب دالتين، بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$

[1 ن] ❹ من أجل $(2 - x) \in \mathbb{R}^*$، تحقق من أن النقطة $\omega(1; 1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

[2 ن] ❺ استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من دالة مرجعية، ثم أنشئه

يقول أحمد شوقي:

وما أخذ العلم بالتمني

ولكن تؤخذ الدنيا غلابا

DZPEN.COM | منـصـة الـقـلـم الـجـزائـري

◆ التمرين 01: [06 نقاط]

❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x)=0$:

لدينا: $2x^4-2x^2-4=0$

نضع: $x^2=t$ (0.5)

نجد: $2t^2-2t-4=0$

باستعمال المميز المختصر لدينا:

$$\begin{aligned}\Delta &= b'-ac\\ &=(-1)^2-(2)(-4)\\ &=9\end{aligned}$$

لدينا:

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta}}{a}$$

ومنه:

$$x=\frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2}=2 \quad \text{أو} \quad x=\frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2}=-1$$

لدينا: $x^2=t$

ومنه: $x^2=-1$ (مرفوض) أو $x^2=2$ (مقبول)

ومنه: $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}=$

إذن: $s=\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$ (0.5)

❷ تعيين درجة كثير الحدود P:

$$\begin{aligned}P(x) &= -2\alpha(x^4-x^2-2)+2x(x^4-x^2-2)\\ &=-2\alpha(x^4-x^2-2)+2x^5-2x^3-4x\end{aligned}$$

إذن درجة $P(x)$ هي 5 (1)

- **تبيين أنّ α جذر لـ $P(x)$:**

$$\begin{aligned}P(\alpha) &= -2\alpha(\alpha^4-x^2-2)+2\alpha(\alpha^4-\alpha^2-2)\\ &=0\end{aligned}$$ (1)

❸ تبيين أنّ: $P(x)=(x-\alpha)Q(x)$:

لدينا: α جذر لـ $P(x)$ و $P(x)$ من الدرجة 5 ومنه:

$$P(x)=(x-\alpha)(ax^4+bx^3+cx^2+dx+e)$$

ولدينا:

$$\begin{aligned}P(x) &= -2\alpha(x^4-x^2-2)+2x(x^4-x^2-2)\\ &=-2\alpha x^4+2\alpha x^2+4\alpha+2x^5-2x^3-4x\\ &=2x^5-2\alpha x^4-2x^3+2\alpha x^2-4x+4\alpha\end{aligned}$$ (0.5)

باستعمال التحليل او المطابقة أو القسمة الاقليدية أو جدول هورنر:

لدينا:

	2	-2α	-2	2α	-4	4α
a	0	$2a$	0	-2α	0	-4α
	2	0	-2	0	-4	0

نجد: $P(x)=(x-\alpha)(2x^4-2x^2-4)$ (0.5)

إذن: $P(x)=(x-\alpha)Q(x)$

- **استنتاج حلول المعادلة $P(x)=0$:**

لدينا: $P(x)=0$

معناه: $(x-\alpha)Q(x)=0$

ومنه: $x-\alpha=0$ أو $Q(x)=0$

إذن: $s=\{\alpha;-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$ (1)

❹ استنتج حلول المعادلة $P(|x|-1)=0$

لدينا: $P(|x|+1)=0$

معناه:

$$|x|+1=\begin{cases}\alpha\\ -\sqrt{2}\\ \sqrt{2}\end{cases}$$ (0.5)

ومنه:

$$|x|=\begin{cases}\alpha-1\\ -\sqrt{2}-1 \quad (\text{مرفوض})\\ \sqrt{2}-1\end{cases}$$

ومنه:

$$x=\begin{cases}\alpha-1\\ -\alpha+1\\ \sqrt{2}-1\\ 1-\sqrt{2}\end{cases}$$ (0.5)

إذن: $s=\{(1-\sqrt{2});(\sqrt{2}-1);(\alpha-1);(1-\alpha)\}$

◆ التمرين 02: [03 نقاط]

❶ حساب $(f\circ f\circ f)(2)$:

$$\begin{aligned}(f\circ f\circ f)(2) &= (f\circ f)(f(2))\\ &=(f\circ f)(5)\\ &=f(f(5))\\ &=f(-1) \quad (0.5)\\ &=2\end{aligned}$$

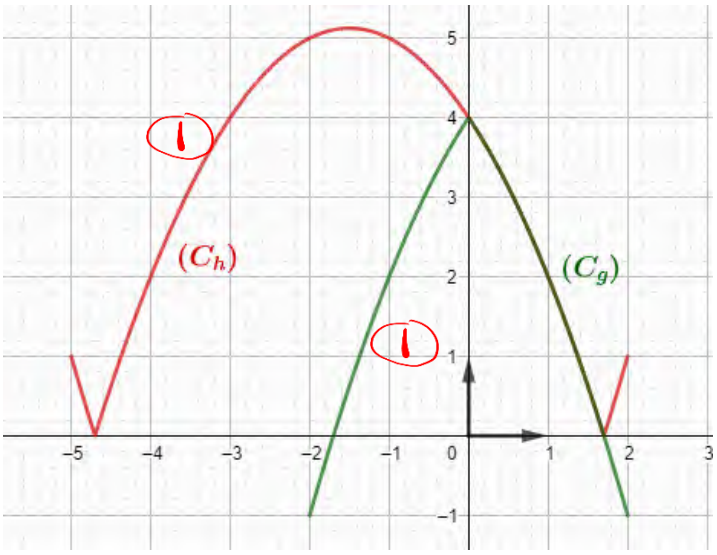
- **استنتاج $\underbrace{(f\circ f\circ\ldots\circ f)}_{\text{2021 مرة}}(2)$:**

لدينا: $2021=2+\underbrace{673\times 3}_{2019}$

إذن:

$$\begin{aligned}\underbrace{(f\circ f\circ\ldots\circ f)}_{\text{2021 مرة}}(2) &= \left(\underbrace{f\circ f}_{\text{2 مرة}}\circ\underbrace{f\circ f\circ\ldots\circ f}_{\text{2019 مرة}}\right)(2)\\ &=(f\circ f)(2)\\ &=f(f(2))\\ &=f(5) \quad (0.5)\\ &=-1\end{aligned}$$

❷ إنشاء (C_g) و (C_h):



◆ التمرين 03: [11 نقطة]

I)

❶ تعيين D_f و D_g:

الدالة f معرفة لما $x-1\neq 0$

ومنه $x\neq 1$

إذن: $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ (0.5)

ولدينا الدالة g دالة تآلفية

إذن: $D_g=\mathbb{R}$ (0.5)

❷ التحقق أن $(f\circ f)(x)=g(x)$:

$$(f\circ f)(x)=\frac{f(x)}{f(x)-1}=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1}=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x-x+1}{x-1}}$$

$$=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{1}{x-1}}=\frac{x}{x-1}\times\frac{x-1}{1}=x$$ (1)

• استنتاج $(f\circ f\circ f)(2)$:

$$(f\circ f\circ f)(2)=(f\circ f)\big(f(2)\big)$$
$$=g(2)$$ (1)
$$=2$$

II)

❶ تعيين العددين الحقيقين a و b:

$$f(x)=a+\frac{b}{x-1}$$
$$=\frac{ax-a+b}{x-1}$$

بالمطابقة نجد: (1) $\begin{cases}a=1\\-a+b=0\end{cases}$

ومنه: (1) $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$

إذن: $f(x)=1+\frac{1}{x-1}$

❷ تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v :

نضع: $f(x)=(u\circ v)(x)$ (1)

حيث: (1) $\begin{cases}u(x)=1+\frac{1}{x}\\v(x)=x-1\end{cases}$

❸ تبيين أن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$

لدينا:

• الدالة u متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$ لأنها عبارة عن دالة مرجعية (الدالة مقلوب) زائد 1 (1)

• الدالة v متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأنها دالة تآلفية معامل توجيها موجب

بما أن الدالة u و v متعاكستين في اتجاه التغير

فإن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$.

❹ التحقق من أن النقطة $\omega(1;1)$ مركز تناظر لـ (C_f):

لدينا $(2-x)\in\mathbb{R}^*$

ولدينا:

$$f(2-x)+f(x)=1+\frac{1}{2-x-1}+1+\frac{1}{x-1}$$
$$=2+\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x-1}$$
$$=2-\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-1}$$ (1)
$$=2$$

إذن ω مركز تناظر لـ (C_f).

❺ استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من دالة مرجعية:

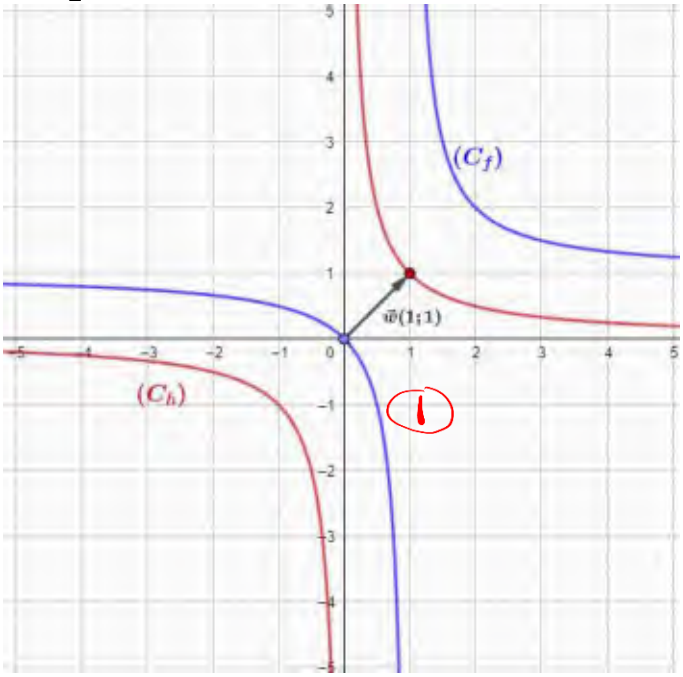
نضع:

$$h(x)=\frac{1}{x}$$

لدينا:

$$f(x)=1+\frac{1}{x-1}=h(x-1)+1$$ (1)

إذن (C_f) هو صورة منحنى الدالة جذر بانسحاب شعاعه $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$



DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري