المادّة: الرياضيات
المستوى: 2 علوم تجريبية

التّاريخ: 2022/04/28
المدّة: ساعتين

فرض الفصل الثّالث

التّمرين الأول: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأول $u_0=-3$ وبالعلاقة: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$.

I. (Δ) و (Δ') مستقيمان معادلتهما على التّرتيب $y=x$ و $y=\frac{1}{3}x+2$.

1. ارسم المستقيمين (Δ) و (Δ') في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

2. مثّل الحدود u_0، u_1 و u_2 على محور الفواصل وذلك دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء.

3. اعط تخمينا حول اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

II. (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n=\alpha-u_n$. (α عدد حقيقي)

1. عين قيمة α حتّى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

في باقي التّمرين نفرض أنّ $\alpha=3$.

2. اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج u_n بدلالة n.

3. احسب نهاية المتتالية (u_n)، ماذا تستنتج؟

4. احسب بدلالة n المجموعين: $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+.....+u_n$.

5. استنتج حساب المجموع: $S''_n=u_0^2+u_1^2+.....+u_n^2$.

التّمرين الثّاني: (07 نقاط)

نعتبر العبارة $A(x)$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $A(x)=\sin(\pi-x)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sin(\frac{3\pi}{2}-2x)$.

1. بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ: $A(x)=\cos(2x)$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية:

أ) $A(x)=-1$ **ب)** $A(x)=\cos(x+\frac{5\pi}{6})$ **ج)** $A(x-\frac{\pi}{4})=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$.

3. حل في المجال $[0;2\pi]$ المعادلات التّالية:

أ) $\tan(x)=1$ **ب)** $\cos^2(x)-\frac{1}{2}=0$ **ج)** $-2\cos^2(x)-4\sin(x)+2=0$.

4. حل في المجال $[-\pi;\pi]$ المتراجحتين التّاليتين:

أ) $2\sin(x)-\sqrt{3}\geq 0$ **ب)** $2\cos(x)+1<0$.

التّمرين الثّالث: (06 نقاط)

(الأجزاء I ، II و III مستقلة عن بعضها)

I. (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما معرّفة بحدّها الأول $u_0 = 6$ وبما يلي: $u_1^2 - 2u_2 + 3u_3 = 152$.

1. بيّن أنّ أساس هذه المتتالية هو $r = 5$ ، ثمّ احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .

2. اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n)، ثمّ عيّن ثلاث حدود متتابعة منها مجموعها يساوي 1443.

II. (v_n) متتالية هندسية متزايدة تماما معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_1 = 4$ و $v_3 = 16$.

1. بيّن أنّ أساس هذه المتتالية هو $q = 2$.

2. اكتب v_n بدلالة n، ثم احسب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$.

III. (t_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = 2n + \cos(n\pi)$.

1. ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (t_n) ثم احسب نهايتها، ماذا تستنتج؟

2. احسب المجموع S حيث: $S = t_0 + t_1 + ... + t_{1443}$.

سؤال إضافي: (نصف نقطة إضافية)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. بيّن أنّ $u_1 + u_2 + ... + u_{100} = \frac{100}{101}$.

إعداد: الأستاذ بن مسعود