المادّة: الرياضيات
المستوى: 2 علوم تجريبية

التّاريخ: 2024/03/07
المدّة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل تصريح أدناه :

1. A و B نقطتان متمايزتان من المستوي , مجموعة النقط M التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$ هي محور القطعة $[AB]$.
2. القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $\frac{2023\pi}{2}$ هو $\frac{3\pi}{2}$.
3. إذا كان $(\vec{u};\vec{v})=\frac{3\pi}{2}$ فإن $(-2\,\vec{u}\,;6\,\vec{v})=\frac{3\pi}{2}$.
4. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :
$$(1-2\sin^2 x)^2-(1-2\cos^2 x)^2=0$$
5. عدد حلول المعادلة $\sin(2x)=\cos(x+\pi)$ في المجال $[-5\pi;5\pi]$ هو 10 .

التمرين الثاني:(07 نقاط)

يوجد في كيس 6 كريات لا نفرّق بينها عند اللمس منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام $1,0-$ و 1 و كريتين حمراوين تحملان الرقمين 1 و $1-$ و كرية سوداء تحمل الرقم 0 , نسحب عشوائيا كريتان في آن وحد من الكيس.

1. عين بواسطة جدول عناصر مجموعة الإمكانيات الكلية Ω.
2. احسب احتمال الحوادث التالية:
A : "سحب كريتان بيضاوان"
B : "سحب كرية حمراء على الأكثر "
C : "سحب كريتان مجموع رقميهما 0"
3. احسب $P(\bar{A})$, $P(\bar{C})$, $P(A\cap C)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$ و $P(A\cap\bar{C})$.
4. يدفع لاعب $\alpha\ DA$ مقابل اللعبة التالية : إذ سحب كريتين جداء رقميهما موجب تماما يربح $60DA$ و إذ سحب كريتين جداء رقميهما سالب تماما يخسر $30DA$ و إذ سحب كريتين جداء رقميهما معدوم يخسر ما دفعه , نعرف X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بمقدار الربح أو الخسارة .
   - برر أن القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X هي $X=\{60-\alpha,-30-\alpha,-\alpha\}$ ثم عين قانون احتماله.
   - احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.
   - عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-1}$. حيث a , b و c أعداد حقيقية.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f'(x)=\frac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$.

2. عين الأعداد a, b و c حيث منحنى الدالة g يقبل مماسا موازي لمحور الفواصل عند النقطة $A(3;4)$ و يقطع محور التراتيب عند -5.

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـــ: $f(x)=\frac{x^2-2x+5}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات دالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f(x)=x-1+\frac{4}{x-1}$.

3. بين أن مستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f), عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر (Δ').

4. ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ).

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ لدينا: $f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, ثم شكل جدول تغيراتها.

6. برهن على وجود مماسين (T) و (T') معامل توجيه كل منهما يساوي -3

7. بين أن النقطة $B(1;0)$ مركز تناظر لـ (C_f).

8. أرسم المماسين (T) و (T'), المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

9. m وسيط حقيقي, ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2-(2+m)x+m+5=0$.

سؤال إضافي: (01 نقاط)

❖ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x لدينا: $\sin(x) \leq x$.

وفقكم الله

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية

الأستاذ: علي بن بشير

تصحيح اختبار
الفصل الثاني

التمرين 1:

1) خطأ. لأن: I منتصف القطعة [AB] تعني:

$\|\vec{MA}+\vec{MB}\| = \|\vec{MA}-\vec{MB}\|$

$2MI = BA \Leftrightarrow MI = \frac{BA}{2}$

ومنه مجموعة النقط M هي دائرة مركزها I ونصف قطرها $BA/2$.

2) خطأ:

$\frac{2023\pi}{2} = 1012\pi - \frac{\pi}{2}$

ومنه قيس الزاوية هو $-\frac{\pi}{2}$.

3) خطأ:

$(-2\vec{u}, 6\vec{v}) = \pi + (\vec{u},\vec{v}) = \pi + \frac{3\pi}{2}$

$= 2\pi + \frac{\pi}{2}$.

4) تصحيح. لأن:

$(1-2\sin^2(x))^2 - (1-2\cos^2(x))^2$

$= \left[-2\sin^2(x)+2\cos^2(x)\right]\left[2-2\sin^2(x)-2\cos^2(x)\right]$

$= \left[-2\sin^2(x)+2\cos^2(x)\right]\left[2-2(\sin^2(x)+\cos^2(x))\right]$

$= \left[-2\sin^2(x)+2\cos^2(x)\right][2-2] = 0$

5) خطأ:

$\sin(2x) = \cos(x+\pi)$

$-\sin(2x) = \cos(x)$

$\cos(\frac{\pi}{2}+2x) = \cos(x)$

ومنه

$\begin{cases} \frac{\pi}{2}+2x = x+2k\pi \\ \frac{\pi}{2}+2x = -x+2k\pi \end{cases} \quad k\in\mathbb{Z}$

$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3} \end{cases} \quad k\in\mathbb{Z}$

إيجاد حسب k.

$\begin{cases} -5\pi \le -\frac{\pi}{2}+2k\pi \le 5\pi \\ -5 \le -\frac{1}{2}+2k \le 5 \\ -\frac{9}{2} \le 2k \le \frac{11}{2} \\ -\frac{9}{4} \le k \le \frac{11}{4} \end{cases}$ $\Leftrightarrow -2{,}25 \le k \le 2{,}75$

ومنه $k\in\{-2,-1,0,1,2\}$.

حل ثاني:

$-5\pi \le -\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3} \le 5\pi$

$-5 \le -\frac{1}{6}+\frac{2k}{3} \le 5$

$-\frac{29}{4} \le k \le \frac{31}{4}$

$-7{,}25 \le k \le 7{,}75$

ومنه $k\in\{-7,-6,\dots,0,1,2,\dots,7\}$

ومنه عدد الحلول هو 20.

التمرين 2:

	B_0	B_{-1}	B_1	R_1	R_{-1}	N_0
B_0						
B_{-1}	B_0B_{-1}					
B_1	B_0B_1	$B_{-1}B_1$				
R_1	B_0R_1	$B_{-1}R_1$	B_1R_1			
R_{-1}	B_0R_{-1}	$B_{-1}R_{-1}$	B_1R_{-1}	R_1R_{-1}		
N_0	B_0N_0	$B_{-1}N_0$	B_1N_0	R_1N_0	$R_{-1}N_0$	

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE
www.ecolerradja.com DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري www.fb.com/ecolerradja

- لاجل $x = 1$ مستقيم مقارب للمنحنى

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)-y$	$-$		$+$		
الوضعية	تحت (Δ)		فوق (Δ)		

4- $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ 5- تحقق

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

6- $f'(x) = -3$

ومنه $x^2-2x-3 = -3(x-1)^2$

$x_1 = 0$ ، $x_2 = 2$

$(T): y = -3x-5$ ؛ $(T'): y = -3x+11$

7- لدينا $x+1$ ومنه $2-x+1$

$f(2-x)+f(x) = 0$

ب- $B(1,0)$ مركز تناظر.

8- مناقشة $x^2-(2+m)x+m+5=0$

$\dfrac{x^2-2x+1}{x-1} = m$ أو $f(x) = m$

مناقشة بيانية

$-4 < m < 4$ لا يقبل حلول.

$m \in \{-4, 4\}$ يقبل حل وحيد مضاعف.

$|m| > 4$ يقبل حلين مختلفين.

سؤال إضافي:

$D_g = \mathbb{R}^+$ ، $g(x) = x - \sin(x)$ نضع

ومنه $g'(x) = 1 - \cos(x)$ أي $g'(x) \geq 0$

أ- الدالة g متزايدة تماما على D_g

وبالتالي مهما يكون $x \in \mathbb{R}^+$

$g(x) \geq g(0)$

$x - \sin(x) \geq 0$

$x \geq \sin(x)$ أو $x \geq 0$

وهو المطلوب.

3- $P(A) = \dfrac{3}{15}$ ، $P(B) = \dfrac{14}{15}$ ، $P(C) = \dfrac{5}{15}$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \dfrac{12}{15}$ ؛ $P(C) = \dfrac{10}{15}$ ، $P(A \cap C) = \dfrac{1}{15}$

ومنه

$\begin{cases} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{14}{15} \\ P(A \cap \bar{C}) = P(A) - P(A \cap C) = \dfrac{2}{15} \end{cases}$

4- $X = \{60-\alpha, -30-\alpha, -\alpha\}$

x_i	$60-\alpha$	$-30-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\dfrac{2}{15}$	$\dfrac{4}{15}$	$\dfrac{2}{15}$

$E(X) = \sum x_i P(X=x_i) = -\alpha$.

$E(X) > 0$ تكون اللعبة في صالح اللاعب

ومنه $-\alpha > 0$ أو $\alpha < 0$ مستحيل. إذن

اللعبة خاسرة دوما أو عادلة إذا $\alpha = 0$.

تمرين 3:

$g(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}$

$\begin{cases} g(3) = 4 \\ g'(3) = 0 \\ g(0) = -5 \end{cases}$ ، $g'(x) = \dfrac{ax^2-2ax-b-c}{(x-1)^2}$

ومنه $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases}$

$f(x) = \dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$

II

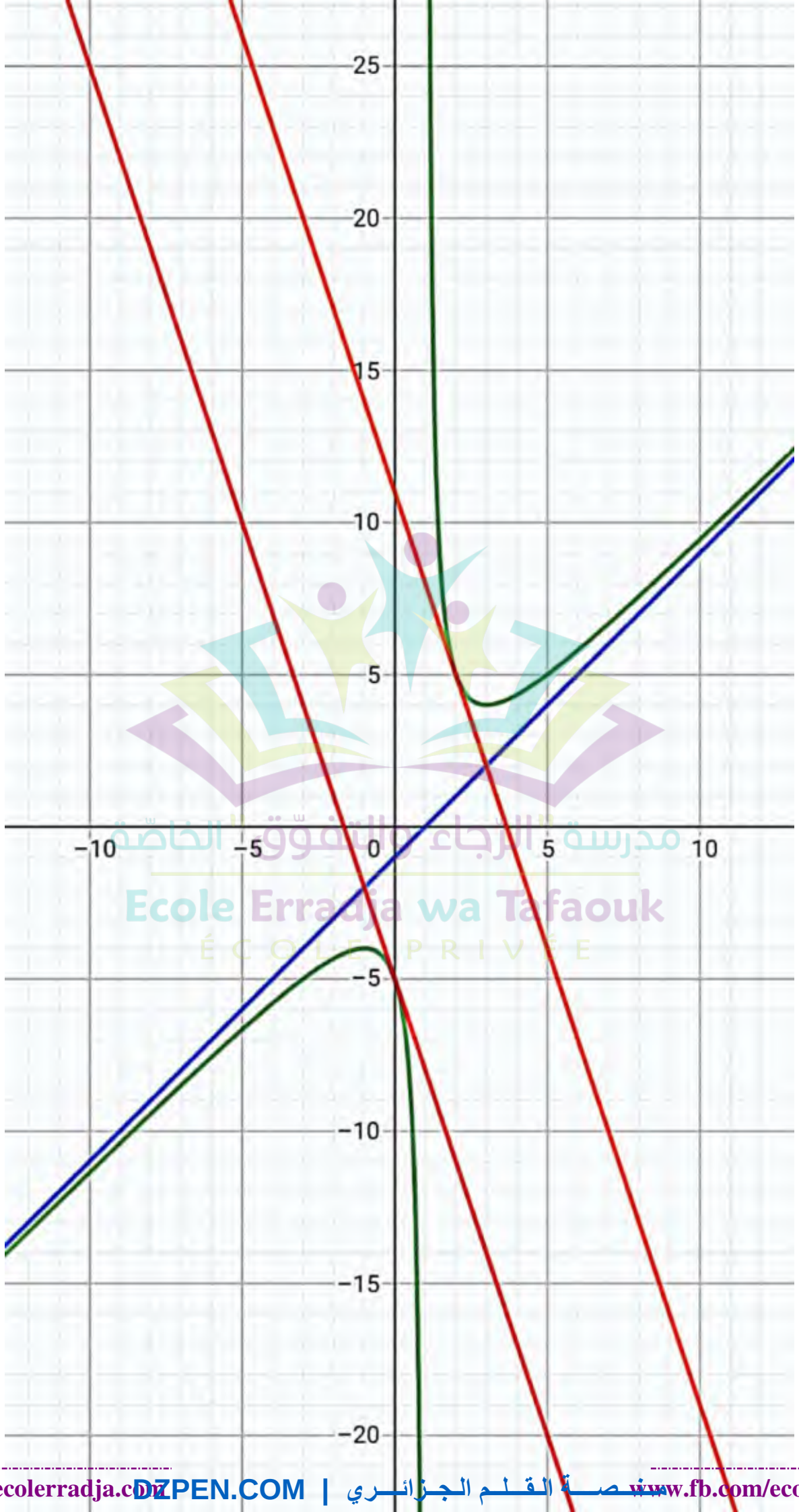
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$.
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$.
- $\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$. ∴ $\lim_{x \to 1} x^2-2x+5 = 4$
- $\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty$. $\lim_{x \to 1} x-1 = 0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

2- لدينا $f(x) = \dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$ ومنه $x - 1 + \dfrac{4}{x-1} = \dfrac{(x-1)^2+4}{x-1} = \dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$

3- $\lim_{x \to +\infty} f(x) - y = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{4}{x-1} = 0$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x) - y = \lim_{x \to -\infty} \dfrac{4}{x-1} = 0$

www.ecolerradja.com DZPEN.COM | موقع القسم الجزائري www.fb.com/ecolerradja



مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE