

التَّاريخ: 2022/04/28
 المدة: ساعتين

المادة: الرياضيات

المستوى: 2 علوم تجريبية

فرض الفصل الثالث

التمرين الأول: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -3$ وبالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

I. (Δ) و (Δ') مستقيمان معادلتهما على الترتيب $y = x$ و $y = \frac{1}{3}x + 2$.

1. ارسم المستقيمين (Δ) و (Δ') في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.
2. مثل الحدود u_0, u_1, u_2 على محور الفواصل وذلك دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء.
3. اعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

II. (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n = \alpha - u_n$ (α عدد حقيقي)

1. عين قيمة α حتّى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.
في باقي التمرين نفرض أنّ $\alpha = 3$.

2. اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج u_n بدلالة n .
3. احسب نهاية المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج؟
4. احسب بدلالة n المجموعين: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
5. استنتج حساب المجموع: $S''_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

نعتبر العبارة $A(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $A(x) = \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

1. بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ: $A(x) = \cos(2x)$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

(أ) $A(x) = -1$ (ب) $A(x) = \cos\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$ (ج) $A\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

3. حل في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلات التالية:

(أ) $\tan(x) = 1$ (ب) $\cos^2(x) - \frac{1}{2} = 0$ (ج) $-2\cos^2(x) - 4\sin(x) + 2 = 0$

4. حل في المجال $[-\pi; \pi]$ المتراجحتين التاليتين:

(أ) $2\sin(x) - \sqrt{3} \geq 0$ (ب) $2\cos(x) + 1 < 0$

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(الأجزاء I ، II و III مستقلة عن بعضها)

I. (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما معرفّة بحدّها الأول $u_0 = 6$ وبما يلي: $u_1^2 - 2u_2 + 3u_3 = 152$.

1. بيّن أنّ أساس هذه المتتالية هو $r = 5$ ، ثمّ احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .

2. اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) ، ثمّ عيّن ثلاث حدود متتابعة منها مجموعها يساوي 1443.

II. (v_n) متتالية هندسية متزايدة تماما معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_1 = 4$ و $v_3 = 16$.

1. بيّن أنّ أساس هذه المتتالية هو $q = 2$.

2. اكتب v_n بدلالة n ، ثم احسب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

III. (t_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = 2n + \cos(n\pi)$.

1. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (t_n) ثم احسب نهايتها، ماذا تستنتج؟

2. احسب المجموع S حيث: $S = t_0 + t_1 + \dots + t_{1443}$.

سؤال إضافي: (نصف نقطة إضافية)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. بيّن أنّ $u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = \frac{100}{101}$.

إعداد: الأستاذ بن مسعود