التمرين الاول

a و b عددان حقيقيان يحققان : $0 < a < b$ ، $7 < a^2 + b^2 < 12$ و $1 < ab < 2$

❶ برهن أنّ : $3 < b + a < 4$ و $\sqrt{3} < b - a < \sqrt{10}$

❷ إستنتج أنّ : $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

التمرين الثاني

I) نعتبر العدد الحقيقي x، حيث : $\frac{2}{19} \leq \frac{2}{2x-3} \leq \frac{2}{17}$

❶ بيّن أنّ : $10 \leq x \leq 11$

❷ عيّن حصرا للعدد : $11 - x$

❸ قارن بين : $(11-x)^{1954}$ ، $(11-x)^{1962}$ و $(11-x)^{2024}$

II) x عدد حقيقي موجب تماما، نضع : $X = \frac{x-1}{x}$ و $Y = \frac{x}{x+1}$

❶ أحسب الفرق $X - Y$ وإستنتج إشارته، ثمّ قارن بين X و Y.

❷ إستنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{\frac{2024}{2025}}$ و $\sqrt{\frac{2023}{2024}}$. (لاتستعمل الآلة الحاسبة)

التمرين الثالث

❶ عبر عن A بدون رمز القيمة المطلقة حيث : $A=|2-\sqrt{5}|-|2\sqrt{5}-3|+|7-3\sqrt{5}|$

❷ عين المجموعات $i \cup j$ ، $i \cap j$ حيث $i = [-2;4[$ $j = [1;+\infty[$

❸ ليكن a و b عددان حقيقيان حيث: $b \in [1;\frac{3}{2}[$ $a \in [\sqrt{2};\sqrt{3}[$ أعط حصرا لل العبارتين $2a^2-4b$ ، $\frac{a^4-1}{2b+1}$

4 أدرس إشارة كل من العبارتين $2x+2$ و $3-2x$.

حل المتراجحة : $|2x+2| \leq |3-2x|$ باستعمال طريقة فصل الحالات .

5 أكتب كل من العبارات التالية دون إستعمال رمز القيمة المطلقة : $A=|x+4|+|x-2|$ ، $B=|x-3|-2|x-4|$

- إستنتج حلول المعادلة $A = 6$. $B = 5$.

6 أنقل ثم أتمم الجدول الآتي :

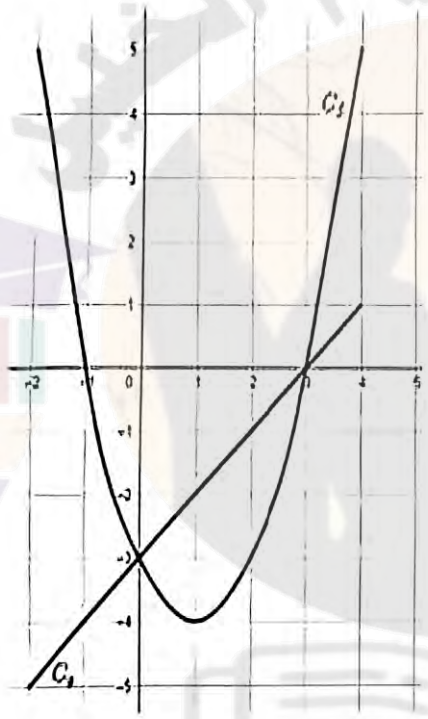
الحصر	المجال	المرفقة	القيمة المطلقة
$3 \leq x \leq 5$			
			$\lvert x-1\rvert \leq 3$
		$d(x;2) \leq 4$	
	$x \in [-4;4]$		

منصة القلم الجزائري | DZPEN.COM

التمرين الرابع

- لتكن الدالة f المعرفة بتمثيلها البياني C_f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

المقابل :



1) عيّن مجموعة تعريف الدالة f .

2) احسب صورة كل من -2 و 0 بواسطة الدالة f .

3) ما هي سوابق العددين -3 و 0 بالدالة f .

4) هل تقبل الدالة f قيمة حدية صغرى ؟ عيّنها إن وجدت ؟

5) استنتج اتجاه تغير الدالة f .

6) شكل جدول تغيرات الدالة f .

- g دالة عددية معرفة على المجال : $[-2;4]$ حيث :

$g(x)=x-3$ و C_g منحناها في نفس المعلم السابق .

1) أدرس شفعية الدالة g .

2) حل بيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$.

3) حل بيانيا المتراجحة : $f(x)<g(x)$.

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

حل التمرين الأول

1) البرهان أن $3 < b+a < 4$

$\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10}$

لدينا: $0 < a < b$ ... (2) $7 < a^2+b^2 < 12$

... (1) $1 < ab < 4$

بضرب (1) في 2 نجد (3) $2 < 2ab < 4$

بجمع (2) و (3) نجد $9 < a^2+b^2+2ab < 16$

بداية شهرة 1

$9 < (a+b)^2 < 16$

$\boxed{3 < a+b < 4}$

بادخال الجذر نجد

$b+a$ و $a+b$ نفس الشيء

- بضرب (1) في -2 نجد ... (4) $-4 < -2ab < -2$

بجمع (2) و (4) نجد $3 < a^2+b^2-2ab < 10$

بداية شهرة 2

$3 < (a-b)^2 < 10$

بادخال الجذر نجد

$\sqrt{3} < |a-b| < \sqrt{10}$

أي

$\sqrt{3} < -(a-b) < \sqrt{10}$

$\boxed{\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10}}$

حل التمرين الثاني:

1- التبيان أن $10 \leqslant x \leqslant 11$

- لدينا

$\frac{9}{19} \leqslant \frac{2}{2x-3} \leqslant \frac{2}{17}$

ومنه

$\frac{17}{2} \leqslant \frac{2x-3}{2} \leqslant \frac{19}{2}$

$\frac{2\times 17}{2} \leqslant \frac{2(2x-3)}{2} \leqslant \frac{2\times 19}{2}$ (1)

نضيف 3 فنجد

$\frac{20}{2} \leqslant \frac{2x}{2} \leqslant \frac{22}{2}$ (2)

$\boxed{10 \leqslant x \leqslant 11}$

2- تعيين حصر للعدد $11-x$

لدينا $10 \leqslant x \leqslant 11$

بضرب في -1 نجد

$-11 \leqslant -x \leqslant -10$

بإضافة 11 نجد:

$0 \leqslant 11-x \leqslant 1$

3) المقارنة بين $(11-x)^{1962}$ و $(11-x)^{1954}$ و $(11-x)^{2024}$

$(11-x)^{1954} \geqslant (11-x)^{1962} \geqslant (11-x)^{2024}$

II- 1) حساب الفرق $X-Y$

لدينا

$X = \frac{x-1}{x}$

$Y = \frac{x}{x+1}$

$X-Y = \frac{x-1}{x} - \frac{x}{x+1}$

$= \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)} - \frac{x(x)}{x(x+1)}$

$= \frac{x^2-1-x^2}{x(x+1)}$

(2)

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

$$\frac{x^2-1-x^2}{x(x+1)} = \boxed{X-Y = \frac{-1}{x(x+1)}}$$

إشارة سالبة $X-Y<0$

بما أن إشارة الفرق $X-Y<0$

فإن $\boxed{X<Y}$

II-2) إستنتاج مقارنة بين $\sqrt{\frac{2023}{2024}}$ و $\sqrt{\frac{2024}{2025}}$.

ومنه $\sqrt{\frac{2023}{2024}} < \sqrt{\frac{2024}{2025}}$

حل التمرين الثالث:

1) كتابة A دون رمز القيمة المطلقة

$A = |2-\sqrt{5}| - |2\sqrt{5}-3| + |7-3\sqrt{5}|$

$A = -(2-\sqrt{5}) - (2\sqrt{5}-3) + (7-3\sqrt{5})$

$A = -2+\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3 + 7 - 3\sqrt{5}$

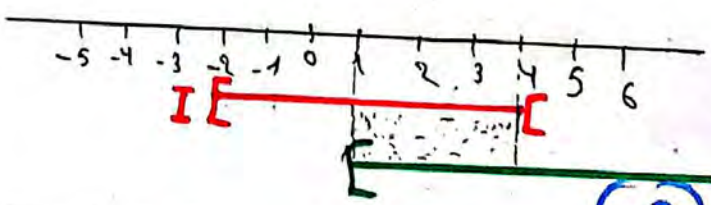
$-5\sqrt{5}+8+\sqrt{5}$

$\boxed{A = -4\sqrt{5}+8}$

2) تعيين المجموعات $I\cap J$ ، $I\cup J$

لدينا: $I=[-2,4[$ $\quad J=[1,+\infty[$

$\boxed{I\cap J = [1,4[}$



$\boxed{I\cup J = [-2,+\infty[}$

3) حصر العبارتين $2a^2-4b$ ، $\frac{a^4-1}{2b+1}$

لدينا:

$a\in[\sqrt{2},\sqrt{3}[\Rightarrow \sqrt{2}\leqslant a<\sqrt{3}$ ... (1)

$b\in[1,\frac{3}{2}[\Rightarrow 1\leqslant b<\frac{3}{2}$ ... (2)

بتربيع (1) نجد: $2\leqslant a^2<3$ ... (3)

بضرب (3) في 2 نجد: $4\leqslant 2a^2<6$ ... (4)

بضرب (2) في -4 نجد

$-6\leqslant -4b<-4$ ... (5)

بجمع (4) و (5) نجد

$\boxed{-2\leqslant 2a^2-4b<2}$

بضرب (2) في 2 نجد $2\leqslant 2b<3$

بإضافة 1 نجد $3\leqslant 2b+1<4$ ... (A)

بتقلب (A) نجد

$\frac{1}{4}\leqslant\frac{1}{2b+1}<\frac{1}{3}$ ... (B)

بتربيع (3) نجد

$4\leqslant a^4<9$ ... (C)

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

نضيف 1- فنجد

$3 \leq a^2 - 1 < 8$ ... (D)

بضرب (B) و (D) نجد

$$\frac{3}{4} \leq \frac{a^2-1}{4b^2+1} < \frac{8}{3}$$

4) دراسة إشارة كل من $2x+2$

$3-2x$

* $2x+2=0$

$2x=-2$

$x=-1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$2x+2$	عكس إشارة		0	نفس إشارة	
	$-$			$+$	

$-3-2x$

$3-2x=0 \Leftrightarrow -2x=-3$

$x=\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3-2x$		$+$	0	$-$	

* حل المتراجحة $|3-2x| \leq |2x+2|$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x+2$	$-$	0	$+$		$+$		
$3-2x$	$+$		$+$	0	$-$		

* على المجال $]-\infty, -1]$

$3-2x \leq -(2x+2)$

$3-2x \leq -2x-2$

$3 \leq -2$ مستحيل

* على المجال $[-1, \frac{3}{2}]$

$3-2x \leq 2x+2$

$-2x-2x \leq 2-3 \Leftrightarrow -4x \leq -1$

$x \geq \frac{1}{4}$ $\quad x \in [\frac{1}{4}, +\infty[$

مجموعة الحلول هي $[\frac{1}{4}, +\infty[\cap [-1, \frac{3}{2}]$

أي

$$x \in [\frac{1}{4}, \frac{3}{2}]$$

* على المجال $[\frac{3}{2}, +\infty[$

$-3+2x \leq 2x+2$

$2x-2x \leq 2+3$

$0 \leq 5$

مجموعة حلول المتراجحة $|3-2x| \leq |2x+2|$

$$S = [\frac{1}{4}, +\infty[$$

$x \in$

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

5) كتابة A و B بدون رمز القيمة المطلقة

لدينا: $A=|x+4|+|x-2|$

$B=|x-3|-2|x-4|$

A: جدول إشارة العبارة A

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
$x+4$	$-$	0 $+$	$+$	
$x-2$	$-$	$-$	0 $+$	
A	$-(x+4)-(x-2)$	$x+4$	$(x-2)$	$x+4+x-2$

$x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$

$x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$

- على المجال $]-\infty,-4]$: $A=-(x+4)-(x-2) \Rightarrow \boxed{A=-2x-2}$
- على المجال $[-4,2]$: $A=x+4-(x-2) \Rightarrow \boxed{A=6}$
- على المجال $[2,+\infty[$: $A=x+4+x-2 \Rightarrow \boxed{A=2x+2}$

B: جدول إشارة العبارة B

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$x-3$	$-$	0 $+$	$+$	
$x-4$	$-$	$-$	0 $+$	
B	$-x-3$ $+$ $2x-8$	$x-3$ $+$ $2x-8$	$x-3$ $+$ $-2x+8$	

$x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$

$x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$

7

- على المجال $]-\infty,3]$: $B=-(x-3)-2(-(x-4))$

$B=-x+3-2(-x+4)$

$B=-x+3+2x-8$

$\boxed{B=x-5}$

- على المجال $[3,4]$: $B=x-3-2(-(x-4))$

$B=x-3+2x-8$

$\boxed{B=3x-11}$

- على المجال $[4,+\infty[$: $B=x-3-2(x-4)$

$B=x-3-2x+8$

$\boxed{B=-x+5}$

* استنتاج حلول المعادلتين $A=6$ و $B=5$

- العبارة A

- على المجال $]-\infty,-4]$: $A=-2x-2$, $A=-2x-2=6$

$\Rightarrow -2x=6+2 \Leftrightarrow -2x=8$

$\boxed{x=-4}$, $-4 \in]-\infty,-4]$ مقبول

على المجال $[-4,2[$: $\boxed{A=6}$

على المجال $[2,+\infty[$: $A=2x+2$, $2x+2=6$

$\Rightarrow 2x=6-2 \Leftrightarrow 2x=4$

$\boxed{x=2}$ $2 \in [2,+\infty[$ مقبول

إذن حلول المعادلة $S=\{-4,2\}$

8

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

العبارة B

- على المجال $]-\infty, 3]$

$B = x - 5$ ، $x - 5 = 5 \Rightarrow x = 5 + 5$

$\boxed{x = 10}$ $10 \notin]-\infty, 3]$ مرفوض

- على المجال $[3, 4]$

$B = 3x - 11$ ، $3x - 11 = 5$

$\Rightarrow 3x = 11 + 5 \Leftrightarrow 3x = 16$

$\boxed{x = \frac{16}{3}}$ $\frac{16}{3} \notin [3, 4]$ مرفوض

- على المجال $[4, +\infty[$

$B = -x + 5$ ؛ $-x + 5 = 5$

$\Rightarrow -x = -5 + 5$

$\boxed{x = 0}$ $0 \notin [4, +\infty[$ مرفوض

إذن مجموعة حلول المعادلة $B = 5$

مجموعة خالية $S = \{\emptyset\}$

6) إتمام الجدول

الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة
$3 \leq x \leq 5$	$x \in [3, 5]$	$d(x, 4) \leq 1$	$\lvert x - 4 \rvert \leq 1$
$-2 \leq x \leq 4$	$x \in [-2, 4]$	$d(x, 1) \leq 3$	$\lvert x - 1 \rvert \leq 3$
$-2 \leq x \leq 6$	$x \in [-2, 6]$	$d(x, 2) \leq 4$	$\lvert x - 2 \rvert \leq 4$
$-4 \leq x \leq 4$	$x \in [-4, 4]$	$d(x) \leq 4$	$\lvert x \rvert \leq 4$

حل التمرين الرابع:

1) مجموعة تعريف الدالة f

$D_f = [-2, 4]$

2) حساب صور كل من -2 و 0

$f(-2) = 5$

$f(0) = -3$

3) سوابق العددين -3 و 0 بالدالة f

$f(0) = -3$ $\quad f(-1) = 0$

$f(2) = -3$ $\quad f(3) = 0$

4) نعم الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند النقطة ذات الإحداثيات $(1, -4)$

5) إستنتاج إتجاه تغير الدالة f

على المجال $[-2, 1]$ الدالة f متناقصة

على المجال $[1, 4]$ الدالة f متزايدة

DZPEN.COM | منصة القلم الجزائري

ب) جدول تغيرات الدالة f

x	-2	-1	1	3	4
f(x)	5	↘	-4	↗	5

II-4) دراسة شفعية الدالة g

$g(x) = x - 3$

$g(-x) = -x - 3 \neq g(x) = (x+3)$

إذن الدالة g لا فردية لا زوجية

II-2) حل بيانيا المعادلة

$f(x) = g(x)$

حلول المعادلة تكون عند تقاطع منحنى الدالة f مع منحنى الدالة g C_g

أي مجموعة حلول

$f(x) = g(x)$

عند النقط ذات الإحداثيات

$(0,-3)$; $(3,0)$

II-3) حل بيانيا المتراجحة

$f(x) < g(x)$

حل المتراجحة تكون في المجال الذي يكون فيه منحنى الدالة f C_f يقع تحت منحنى الدالة g C_g

أي مجموعة حلول المتراجحة

$f(x) < g(x)$

عند المجال $[0,3]$

تابع لحل التمرين الأول

إستنتاج أن $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < \frac{2+\sqrt{10}}{2}$

$\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

لدينا

$3 < a+b < 4 \quad \cdots (A)$

$\sqrt{3} < b-a < \sqrt{10} \quad \cdots (B)$

بجمع (A) و (B) نجد

$3+\sqrt{3} < 2b < 4+\sqrt{10}$

$\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < \frac{4+\sqrt{10}}{2}$

$\frac{3+\sqrt{3}}{2} < b < 2+\frac{\sqrt{10}}{2}$.

بضرب (B) في -1 نجد $-\sqrt{10} < a-b < \sqrt{3} \quad \cdots (C)$

بجمع (A) و (C) نجد

$3-\sqrt{10} < 2a < 4-\sqrt{3}$

$\frac{3-\sqrt{10}}{2} < a < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

الحل على يوتيوب

الأستاذ ابراهيم الخليل YouTube
DZPEN.COM منصة القلم الجزائري