# القسمـــــة في مجموعـــة الأعداد الصحيحـــة

الكفاءات المستهدفة — الأستاذ:بوخلاط محمد

1) إثبات أن عدد صحيح يقسم عددا صحيحا أخر.
2) استعمال خواص قابلية القسمة في مجموعة الاعداد الصحيحة .
3) استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين .
4) استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القواسم المشتركة لعددين طبيعيين .
5) حل مشكلات بتوظيف خواص القاسم المشترك الأكبر

## قابلية القسمة في مجموعة الاعداد الصحيحة :

1) **تعريف :** $a$ و $b$ عددان صحيحان و $b$ غير معدوم . القول أن العدد $a$ يقسم العدد $b$ يعني وجود عدد صحيح $k$ حيث : $b=ka$ . نقول كذلك $a$ قاسم للعدد $b$ أو نقول كذلك $b$ مضاعف للعدد $a$ . نكتب $a|b$ ونقرأ $a$ يقسم $b$.

**أمثلة :**

1) $3|36$
2) $(-3)|36$
3) $5|(-55)$
4) $(-11)|(-66)$

**ملاحظة :** في Z للعددين $a$ و $(-a)$ نفس القواسم .

2) **خواص :**

**خاصية 1:** $a$ ، $b$ و $c$ ثلاثة أعداد صحيحة غير معدومة .
إذا كان $a$ يقسم $b$ و $b$ يقسم $c$ فإن $a$ يقسم $c$ .

**البرهان :**
إذا كان $a|b$ و $b|c$ فإن $b=ka$ و $c=k'b$ حيث $k$ و $k'$ أعداد صحيحة و بالتالي $c=(kk')a$ وبما أن $(kk')$ عدد صحيح فإن $a$ يقسم $c$ .

**خاصية 2 :** $a$ و $b$ عددان صحيحان و $a$ غير معدوم .
إذا كان $a$ يقسم $b$ فإنه من أجل كل عدد صحيح $m$ ، $a$ يقسم $mb$ .

**البرهان :**
إذا كان $a|b$ فإن $b=ka$ حيث $k$ عدد صحيح وبالتالي $mb=m(ka)=k(ma)$ وبما أن $ma$ عدد صحيح فإن $a$ يقسم $mb$.

**خاصية 3 :** $a$ و $b$ عددان صحيحان و $a$ غير معدوم .
إذا كان $a$ يقسم $b$ فإنه من أجل كل عدد صحيح غير معدوم $m$ ، $ma$ يقسم $mb$ .

**البرهان :**
إذا كان $a|b$ فإن $b=ka$ حيث $k$ عدد صحيح وبالتالي $mb=m(ka)=k(ma)$ وبما أن $k$ عدد صحيح فإن $ma$ يقسم $mb$.



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## طرائـــــق

**تـمـريـن 1 :**

**عين الأعداد الصحيحة $n$ حيث : $13$يقسم $(n+7)$ .**

**الـحل :** $13|(n+7)$ **يوجد عدد صحيح** $k$ **حيث** $n+7=13k$ **إذن** $n=13k-7$ .

**الأعداد الصحيحة** $n$ **والتي تحقق** $13$يقسم $(n+7)$ **: هي الأعداد الصحيحة من الشكل** $n=13k-7$ **حيث** $k$ **صحيح .**

**تـمـريـن 2 :**

**عين الأعداد الطبيعية** $n$ **حيث :** $(2n-9)$ **يقسم** $6$ .

**الـحل :** **مجموعة القواسم الصحيحة للعدد** $6$ **هي** $\{-6;-3;-2;-1;1;2;3;6\}$ .

$(2n-9)$يقسم $6$ **معناه** $(2n-9)=-6$ .أو $(2n-9)=-3$ أو $(2n-9)=-2$ أو $(2n-9)=-1$

أو $(2n-9)=1$ أو $(2n-9)=2$ أو $(2n-9)=3$ . أو $(2n-9)=6$ .**معناه** $2n=3$ أو $2n=6$ أو $2n=7$

أو $2n=8$ أو $2n=10$ أو $2n=11$ أو $2n=12$ أو $2n=15$ .**معناه** $n=3$ أو $n=4$ أو $n=5$ أو $n=6$ .

**معناه** $n\in\{3;4;5;6\}$ .

**تـمـريـن 3 :**

**عين الأعداد الصحيحة** $n$ **حيث :**

$(4n+7)$ **يقسم** $(n+4)$ .

**الـحل :**

$n$ **عدد صحيح حيث :** $(4n+7)$ **يقسم** $(4n+7)$ **لأن** $(4n+7)=1(4n+7).....(1)$ **ومن جهة أخرى**

$(4n+7)$ **يقسم** $(n+4)$ **إذن** $4(n+4)$ **يقسم** $(4n+7)$ **وعليه يوجد عدد صحيح** $k$ **بحيث :**

$(4n+16)=k(4n+7).....(2)$ **وبطرح** $(1)$ **من** $(2)$ **نجد :**

$(4n+16)-(4n+7)=k(4n+7)-(4n+7)$ **معناه** $9=(k-1)(4n+7)$ أي $(4n+7)$ **يقسم** $9$ .

**مجموعة قواسم صحيحة للعدد** $9$ **هي** $\{-9;-3;-1;1;3;9\}$ .

**اذن** $(4n+7)\in\{-9;-3;-1;1;3;9\}$ .**معناه** $4n\in\{-16;-10;-8;-6;-4;2\}$ **معناه** $n\in\{-4;-2;-1\}$ .

$(4n+7)$ **يقسم** $(n+4)$ **إذا وفقط إذا كانت** $n\in\{-4;-2;-1\}$.

**خاصية 4 :** $a$ ، $b$ و $c$ **ثلاثة أعداد صحيحة و** $a$ **غير معدوم .**

**إذا كان** $a$ **يقسم العددين** $b$ و $c$ **فإنه من اجل كل عددين صحيحين** $m$ و $n$ . **العدد** $a$ **يقسم** $mb+nc$ .

**البرهان :**

**إذا كان** $a|b$ و $a|c$ **فإن** $b=ka$ و $c=k'a$ **حيث** $k$ و $k'$ **عددان صحيحان وعليه :**

$mb+nc=mka+nk'a=(mk+nk')a$ .

**بما أن** $(mk+nk')$ **عدد صحيح فإن** $a$ **يقسم** $(mb+nc)$ .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

# القسمة الإقليدية في مجموعة الأعداد الصحيحة

## 1) القسمة الإقليدية في مجموعة الاعداد الصحيحة:

**مبرهنة :** $a$ عدد صحيح و $b$ عدد طبيعي غير معدوم . توجد ثنائية وحيدة $(q;r)$ من الأعداد الصحيحة حيث $a=bq+r$ و $0\le r\prec b$ .
تسمى عملية البحث عن الثنائية $(q;r)$ بالقسمة الإقليدية للعدد $a$ على العدد $b$ . يسمى $q$ و $r$ بهذا الترتيب حاصل وباقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على العدد $b$ .

**البرهان :**
العدد $a$ إما مضاعف لـ $b$ وإما محصور بين مضاعفين متتابعين لـ $b$ أي يوجد $q$ عدد صحيح وحيد حيث $qb\le a\prec(q+1)b$ وبالتالي نستنتج من هذا أن $0\le a-qb\prec b$.
نضع $r=a-qb$ إذن $a=bq+r$ مع $0\le r\prec b$ .

**ملاحظة :** يمكن تمديد مفهوم القسمة القسمة الإقليدية لعدد صحيح $a$ على عدد صحيح $b$ غير معدوم .
نجد : $a=bq+r$ و $0\le r\prec|b|$ .

## 2) القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعين :

**تعريف :** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين . $D_a$ و $D_b$ مجموعتا قواسم $a$ و $b$ على الترتيب .
$D_a\cap D_b$ هي مجموعة القواسم المشتركة للعددين $a$ و $b$ .
يسمى أكبر عنصر من المجموعة $D_a\cap D_b$ بالقاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$ .ونرمز له بالرمز $PGCD(a;b)$ (Plus Grand Commun Diviseur).

**ملاحظات :**
1) مجموعة قواسم $0$ هي الاعداد الصحيحة غير معدومة .
2) $PGCD(a;a)=a$ و $PGCD(1;a)=1$ و $PGCD(0;a)=a$ ( غير معدوم )

**مثال :** $D_9=\{1;3;9\}$ و $D_{12}=\{1;2;3;4;6;12\}$ . وبالتالي $PGCD(9;12)=3$ .

## طرائـــــق

**تـمـريـن 1 :**
$a$ و $b$ عددان صحيحان .
أثبت أن إذا كان $a^2+b^2$ يقسم $2$ فإن $(a+b)^2$ يقسم $2$ .

**الـحـل :**
$a^2+b^2$ يقسم $2$ معناه يوجد عدد صحيح $k$ بحيث : $a^2+b^2=2k$.
لدينا : $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=2k+2ab=2(k+ab)$ . بما أن $(k+ab)$ عدد صحيح
فإن $(a+b)^2$ يقسم $2$ .

**تـمـريـن 2 :**
عين الأعداد الصحيحة $a$ و $b$ حيث أن : $5ab-b^2=49$ .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**الـحل :**

**لدينا :** $5ab-b^2=49$ **تكافيء** $b(5a-b)=49$ **.** ( $b$ **و** $(5a-b)$ **قواسم للعدد 49)** **تكافيء(**

$(b=49)$ **و** $(5a-b)=1$ **أو (** $b=1$ **و** $(5a-b)=49$ **) أو(** $(b=7)$ **و** $(5a-b)=7$ **) أو(**

$(b=-1)$ **و** $(5a-b)=-49$ **) أو(** $(b=-7)$ **و** $(5a-b)=-7$ **) أو (** $(b=-49)$ **و** $(5a-b)=-1$

**) . تكافيء (** $(b=49)$ **و** $(a=10)$ **) أو(** $(b=1)$ **و** $(a=10)$ **) أو(** $(b=7)$ **و** $\left(a=\frac{14}{5}\right)$ **) او**

**(** $(b=-1)$ **و** $(a=-10)$ **) أو (** $(b=-7)$ **و** $\left(a=\frac{-14}{5}\right)$ **) أو (** $(b=-49)$ **و** $(a=-10)$ **) .**

**الأعداد الصحيحة** $a$ **و** $b$ **التي تحقق المعادلة** $5ab-b^2=49$ **.هي الثنائيات** $(10;49)$ ، $(10;1)$،

$(-10;-49)$، $(-10;-1)$ .

**تـمريـن 3 :** $a$ **عدد صحيح . باقي قسمة** $a$ **على 12 هو 9 .**

**1) ماهو باقي قسمة العدد** $a$ **على 6 ؟**

**2) ماهو باقي قسمة العدد** $a$ **على 3 ؟**

**الـحل :**

**باقي قسمة** $a$ **على 12 هو 9 معناه يوجد عدد صحيح** $k$ **بحيث :** $a=12k+9$ **.**

**1) باقي قسمة العدد** $a$ **على 6 :**

**لدينا :** $a=12k+9=2\times 6k+6+3=6(2k+1)+3=6k'+3$ **.حيث** $k'=(2k+1)$ **.عدد صحيح وبالتالي باقي قسمة العدد** $a$ **على 6 هو 3 .**

**2) باقي قسمة العدد** $a$ **على 3 :**

**لدينا :** $a=12k+9=3\times 4k+3\times 3=3(4k+3)=3k''+0$ **.حيث** $k''=(4k+3)$ **عدد صحيح وبالتالي باقي قسمة العدد** $a$ **على** 3 **هو** 0 **.**

**تـمريـن 4 :**

$n$ **و** $m$ **عددان طبيعيان باقي قسمتهما على** 17 **هما على الترتيب** 8 **و** 12 **. عين بواقي القسمة الإقليدية لكل من الاعداد** $(n+m)$ ، $nm$، **و** $m^2$ **على** 17 **.**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## 3) خواص القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعين :

**خاصية 1 :** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a \geq b$ . $r$ باقي قسمة $a$ على $b$ .
$PGCD(a;b) = PGCD(b;r)$ .

**البرهان :**

نضع $PGCD(a;b) = d$ و $PGCD(b;r) = d'$ .

نعلم أن $a = bq + r$ حيث $q$ عدد طبيعي إذن $r = a - bq$.

لدينا $d$ يقسم $b$ وبالتالي $d$ يقسم $bq$ و $d$ يقسم $a$ إذن $d$ يقسم $(a - bq)$ أي $d$ يقسم $r$.إذن نجد $d$ قاسم مشترك للعددين $b$ و $r$ .

ومن جهة أخرى $d'$ يقسم $b$ وبالتالي $d'$ يقسم $bq$ و $d'$ يقسم $r$ إذن $d'$ يقسم $(bq + r)$ أي $d'$ يقسم $a$. إذن نجد $d'$ قاسم مشترك للعددين $a$ و $b$ .

إذن مجموعة القواسم المشتركة للعددين $a$ و $b$ هي نفسها مجموعة القواسم المشتركة للعددين $b$ و $r$ بالتالي $d = d'$ أي $PGCD(a;b) = PGCD(b;r)$ .

**خوارزمية إقليدس :**

$a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a \succ b$ بقسمة $a$ على $b$ نحصل على $a = bq_1 + r_1$ مع $0 \leq r_1 \prec b$ حيث $b_1$ و $q_1$ عددان طبيعيان .

*) إذا كان $r_1 = 0$ (أي $b$ يقسم $a$ ) فإن $PGCD(a;b) = b$ .

*) إذا كان $r_1 \neq 0$ فإن $PGCD(a;b) = PGCD(b;r_1)$ . نقسم $b$ على $r_1$ نحصل على $b = r_1q_2 + r_2$ و $0 \leq r_2 \prec r_1$ حيث $q_2$ و $r_2$ عدد طبيعيان .

*) إذا كان $r_2 = 0$ (أي $r_1$ يقسم $b$ ) فإن $PGCD(a;b) = PGCD(b;r_1) = r_1$ .

*) إذا كان $r_2 \neq 0$ فإن $PGCD(a;b) = PGCD(b;r_1) = PGCD(r_1;r_2)$ . نقسم $r_1$ على $r_2$ نحصل على $r_1 = r_2q_3 + r_3$ و $0 \leq r_3 \prec r_2$ حيث $q_3$ و $r_3$ عدد طبيعيان .

*)نواصل هكذا حتى نجد باقيا معدوما . نسمي $r_n$ أخر باقي غير معدوم وعليه :

$PGCD(a;b) = PGCD(b;r_1) = PGCD(r_1;r_2) = ..... = PGCD(r_n;0) = r_n$ .

تسمى هذه الطريقة لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعين **بطريقة خوارزمية إقليدس .**

**خاصية 2 :** القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعين غير معدومين $a$ و $b$ هو أخر باقي غير معدوم في سلسلة قسمات خوارزمية إقليدس .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## طرائـــق

**تـمريـن 1 :**

**1)** عين $PGCD(182;126)$ .

**2)** باستعمال خوارزمية إقليدس أوجد عددين صحيحين $\alpha$ و $\beta$ حيث $182\alpha+126\beta=14$.

**الـحل :**

**1)** تعين $PGCD(182;126)$ .

| الحاصل | | 1 | 2 | 14 |
|---|---|---|---|---|
| المقسوم والقاسم | 182 | 126 | 56 | 4 |
| الباقي | | 56 | 4 | 0 |

إذن $PGCD(182;126)=14$ .

**2)** باستعمال خوارزمية إقليدس نبحث عن عددين صحيحين $\alpha$ و $\beta$ حيث $182\alpha+126\beta=14$.

لدينا $126\times1-56\times2=14$ إذن $126\times1-(182-126)\times2=14$ وبالتالي

$182(-2)+126(3)=14$ إذن $(\alpha;\beta)=(-2;3)$.

**خاصية 3:** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين $k$ عدد طبيعي غير معدوم .

$PGCD(ka;kb)=k\times PGCD(a;b)$ .

**البرهان :**

نضع $PGCD(a;b)=d$ و $PGCD(ka;kb)=d'$ . $d$ و $d'$ عددان طبيعيان غير معدومين .

لدينا $d$ يقسم $a$ ومنه $kd$ يقسم $ka$ ولدينا كذلك $d$ يقسم $b$ ومنه $kd$ يقسم $kb$ وبالتالي $kd$ قاسم مشترك للعددين $ka$ و $kb$ إذن $kd$ يقسم القاسم المشترك الأكبر للعددين $ka$ و $kb$ أي $d'$ يقسم $kd$ ومنه يمكن كتابة $d'=k'(kd)$ حيث $k'$ عدد طبيعي .

كذلك $d'$ يقسم $ka$ و $kb$ ومنه $d'=k'(kd)$ يقسم $ka$ و $kb$ وبالتالي $k'd$ يقسم $a$ و $b$

وبالتالي $k'd$ يقسم القاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$ وبالتالي $k'=1$ ومنه $d'=kd$ .

نتيجة : $PGCD(ka;kb)=k\times PGCD(a;b)$ .

**تعريف :** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين .

يكون العددان و أوليين فيما بينهما إذا وفقط إذا كان قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1 .

**خاصية 4 :** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين . $d$ قاسم مشترك للعددين $a$ و $b$ نضع $a=da'$ و $b=db'$ . يكون $d$ القاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$ إذا وفقط إذا كان العددان الطبيعيان $a'$ و $b'$ أوليين فيما بينهما .

**البرهان :** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين . $d$ قاسمهما المشترك الأكبر .

*) نضع $a=da'$ و $b=db'$ .

وعليه $d=PGCD(a;b)=PGCD(da';db')=d\times PGCD(a';b')$ .

بما أن $d$ غير معدوم فإن : $PGCD(a';b')=1$ .

*) عكسيا : نعتبر $PGCD(a';b')=1$ . وبالتالي $PGCD(a;b)=k\times PGCD(a';b')=d$ .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

### 3) تمديد القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين :

**تعريف :** $a$ و $b$ عددان صحيحان غير معدومين .
القاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$ هو العدد الطبيعي الوحيد $d$ حيث :
$d = PGCD(|a|;|b|)$ .

**خاصية :** $a$ و $b$ عددان صحيحان غير معدومين و $k$ عدد صحيح غير معدوم .
$PGCD(ka;kb) = |k| \times PGCD(a;b)$ .

**ملاحظة :** $a$ و $b$ عددان صحيحان غير معدومين .
إذا كان $b$ يقسم $a$ فإن $PGCD(a;b) = |b|$ .

## طرائـــق

**تمرين 1 :**
عين $PGCD(54;82)$ ثم استنتج $PGCD(5400;8200)$ .

**الحل :**
**1)** $PGCD(54;82) = 2$ .

**2)** $PGCD(5400;8200) = PGCD(54\times100;82\times100) = 100\times PGCD(54;82) = 100\times2 = 200$

**تمرين 2 :**
عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث $\begin{cases} a+b=72 \\ PGCD(a;b)=9 \end{cases}$ .

**الحل :**
بما أن $PGCD(a;b)=9$ إذن $a=9a'$ و $a=9b'$ حيث $a'$ و $b'$ عددان أوليان فيما بينهما .
$a+b=72$ معناه $9a'+9b'=72$ وبالتالي $a'+b'=8$ .
وعليه $(a';b') \in \{(1;7),(3;5),(5;3),(7;1)\}$ .
**خلاصة :** مجموعة الثنائيات $(a;b)$ التي تحقق الجملة : $\{(9;63),(27;45),(45;27),(63;9)\}$
**ملاحظة :** هناك ثنائيات $(a';b')$ ،تحقق $a'+b'=8$ لكن $a'$ و $b'$ ليست أولية فيما بينها .
مثلا $(4;4)$.

**تمرين 3 :**
عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث $\begin{cases} a\times b=360 \\ PGCD(a;b)=6 \end{cases}$ .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**الـحل :**

بما أن $PGCD(a;b)=6$ إذن $a=6a'$ و $a=6b'$ حيث $a'$ و $b'$ عددان أوليان فيما بينهما

$a\times b=72$ معناه $(6a')\times(6b')=360$ وبالتالي $a'\times b'=10$ .

وعليه $(a';b')\in\{(1;10),(2;5),(5;2),(10;1)\}$ .

**خلاصة :** مجموعة الثنائيات $(a;b)$ التي تحقق الجملة هي :

$\{(6;60),(12;30),(30;12),(60;6)\}$ .

**تـمريـن bac 2008 :**

$n$ عدد طبيعي أكبر من 5 .

**1)** $a$ و $b$ عددان طبيعيان حيث $a=n-2$ و $b=2n+3$ .

أ) ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$ ؟

ب) بين أن العددين $a$ و $b$ من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $(n+5)$ مضاعفا للعدد 7

ت) عين قيم $n$ التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$ .

**2)** نعتبر العددين الطبيعيين $p$ و $q$ حيث :

$p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$ .

أ) بين أن كل من العددين $p$ و $q$ يقبل القسمة على $(n-5)$ .

ب) عين تبعا لقيم $n$ وبدلالة $n$ ، $PGCD(p;q)$ .

**الـحل :**

**1)** أ) تعيين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$:

لدينا : $a=n-2$ و $b=2n+3$ . نلاحظ : $2n+3=2(n-2)+7$ أي $b=2a+7$ إذن $b-2a=7$.

نضع : $PGCD(a;b)=d$ وبالتالي $d/b$ و $d/a$ إذن $d/b$ و $d/2a$ وبالتالي $d/(b-2a)$ أي $d/7$ .

إذن القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$: هي قواسم العدد 7 أي $\{1;7\}$ .

ب) نبين أن العددين $a$ و $b$ من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $(n+5)$ مضاعفا للعدد 7 .

- إذا كان $(n+5)$ من مضاعفات 7 معناه يوجد عدد طبيعي $k$ حيث $(n+5)=7k$ أي $n=7k-5$

بالتعويض في $a$ و $b$ نجد : $a=n-2=7k-5-2=7(k-1)=7k'$ و

$b=2n+3=2(7k-5)+3=14k-7=7(2k-1)=7k''$ وبالتالي العددان $a$ و $b$ من مضاعفات 7 .

- إذا كان العددان $a$ و $b$ من مضاعفات 7 . فإن $(b-a)$ومن مضاعفات العدد 7 وبملاحظة

$b-a=2n+3-(n-2)=n+5$ فإن $(n+5)$ مضاعفا للعدد 7 .

ت) تعين قيم $n$ التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$ .

$PGCD(a;b)=7$ هذا يعني $a$ و $b$ من مضاعفات العدد 7 معناه أن $(n+5)$من مضاعفات العدد 7

وبالتالي قيم $n$ هي من الشكل $n=7k-5$ حيث $k$ عدد طبيعي أكبر من 5 .

**2)** أ) نبين أن كل من العددين $p$ و $q$ يقبل القسمة على $(n-5)$ .

باستخدام طريقة هورنر .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

| معاملات $p(n)$ | | 2 | -7 | -15 |
|---|---|---|---|---|
| قيمة $\alpha$ جذر $p(n)$ | 5 | 0 | 10 | 15 |
| معاملات هورنر | | 2 | 3 | 0 |

**وبالتالي** $p=2n^2-7n-15=(n-5)(2n+3)$ .

| معاملات $q(n)$ | | 1 | -7 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| قيمة $\alpha$ جذر $p(n)$ | 5 | 0 | 5 | 10 |
| معاملات هورنر | | 1 | -2 | 0 |

$q=2n^2-7n-15=(n-5)(n-2)$ .

**إذن العددان** $p$ **و** $q$ **يقبلان القسمة على** $(n-5)$.

**ب)تعين تبعا لقيم** $n$ **وبدلالة** $n$ ، $PGCD(p;q)$ .

$$PGCD(p;q)=PGCD\big((n-5)(2n+3);(n-5)(n-2)\big)$$

$$PGCD(p;q)=(n-5)PGCD\big((2n+3);(n-2)\big)$$ .

$$PGCD(p;q)=(n-5)PGCD(a;b)$$

- **إذا كان** $PGCD(a;b)=7$ **فإن** $PGCD(p;q)=7(n-5)$ .
- **إذا كان** $PGCD(a;b)=1$ **فإن** $PGCD(p;q)=(n-5)$ .



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM