ما يجب أن يعرف

الأعداد المركبة

1 . **تعريف:** نسمي عددا مركبا كل عدد z يكتب على الشكل $z=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان و $i^2=-1$

ملاحظات و ترميز:

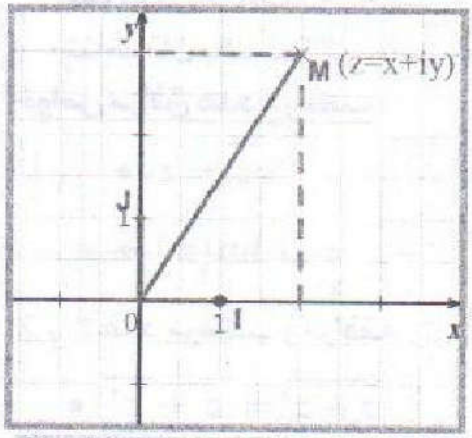
- نرمز إلى مجموعة الأعداد المركبة بـ: $\mathbb{C}$.
- العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z ، و نرمز له بـ: $\mathrm{Re}(z)$.
- العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z ، و نرمز له بـ: $\mathrm{Im}(z)$.
- إذا كان $y=0$ نقول أن العدد z حقيقي.
- إذا كان $x=0$ نقول أن العدد z تخيلي صرف (أو تخيلي محض أو تخيلي بحت) .
- يكون العدد المركب z معدوما إذا و فقط إذا كان جزؤه الحقيقي معدوما و جزؤه التخيلي معدوما. أي $z=0$ يعني $x=0$ و $y=0$.
- الكتابة $z=x+iy$ تسمى الشكل الجبري للعدد المركب z .

2 . **التمثيل الهندسي لعدد مركب :**

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{OI},\vec{OJ})$

- إلى كل عدد مركب $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ ، $y\in\mathbb{R}$ و $i^2=-1$) نرفق النقطة M إحداثياها $(x;y)$ ، النقطة M تسمى صورة العدد المركب z و الشعاع $\vec{OM}$ يسمى كذلك صورة للعدد المركب z .



- كل نقطة M هي صورة عدد مركب وحيد $z=x+iy$ نقول أن z لاحقة النقطة M و الشعاع $\vec{OM}$.
- محور الفواصل يسمى المحور الحقيقي ،لأن الأعداد الحقيقية هي لواحق نقط محور الفواصل.
- محور التراتيب يسمى المحور التخيلي لأن كل عدد تخيلي صرف هو لاحقة نقطة من محور التراتيب .
- المستوي يسمى المستوي المركب .

العمليات في مجموعة الأعداد المركبة

1 . **تساوي عددين مركبين :**

تعريف: يكون عددان مركبان z و z' متساويين إذا وفقط إذا كان لهما نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي.

نضع : $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ ، $z=z'$ معناه ($x=x'$ و $y=y'$)

ملاحظة: قواعد الحساب المعروفة في $\mathbb{R}$ تبقى صحيحة في $\mathbb{C}$.

2. مجموع وجداء عددين مركبين:

تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$) و z' عدد مركب حيث $z'=x'+iy'$ ($x'\in\mathbb{R}$ و $y'\in\mathbb{R}$).

مجموع العددين z و z' هو العدد المركب $z+z'=x+x'+i(y+y')$.

جداء العددين z و z' هو العدد المركب $zz'=xx'-yy'+i(xy'+x'y)$.

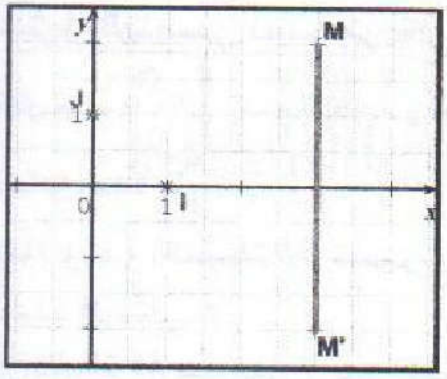
ملاحظات:
- إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ وكان z' لاحقة الشعاع $\vec{v}$، فإن $z+z'$ هو لاحقة $\vec{u}+\vec{v}$.
- إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ وكان λ عددا حقيقيا فإن λz هو لاحقة $\lambda\vec{u}$.
- شعاعان متساويان لهما نفس اللاحقة.

3. مرافق عدد مركب:

تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$).

العدد المركب $x-iy$ والذي نرمزله $\overline{z}$ يسمى مرافق العدد المركب z.

ملاحظة: للحصول على مرافق عدد مركب z، نغير إشارة الجزء التخيلي.



التفسير الهندسي لمرافق عدد مركب:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{OI},\vec{OJ})$.

z عدد مركب حيث $z=x+iy$.

لتكن M صورة z و M' صورة $\overline{z}$، M و M' لهما نفس الفاصلة و ترتيبان متناظران إذن M و M' متناظرتان بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.

خواص مرافق عدد مركب:

1) $\overline{\overline{z}}=z$ • $z+\overline{z}=2\,\mathrm{Re}(z)$ • $z-\overline{z}=2i\,\mathrm{Im}(z)$ • $z\overline{z}=(\mathrm{Re}(z))^2+(\mathrm{Im}(z))^2$.

2) z عدد مركب و مرافقه $\overline{z}$، z' عدد مركب و مرافقه $\overline{z'}$. لدينا:

$\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$ • $\overline{zz'}=\overline{z}\cdot\overline{z'}$ • $(n\in\mathbb{N}^*).\ \overline{z^n}=\overline{z}^n$ •

$\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\overline{z}}$ • مع $z\neq 0$. $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ • مع $z'\neq 0$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

4. مقلوب عدد مركب غير معدوم:

مبرهنة: كل عدد مركب غير معدوم z له مقلوب في $\mathbb{C}$ يرمزله $\frac{1}{z}$.

نتائج :- بوضع $z=x+iy$ نحصل على : $\frac{1}{z}=\frac{x}{x^2+y^2}+i\frac{(-y)}{x^2+y^2}$.

- لدينا : $\frac{1}{z}=\frac{\overline{z}}{z\times z}$ ، حيث $\overline{z}$ هو مرافق z .

اللواحق و الهندسة

خاصية: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

A و B نقطتان من المستوي ، z_A لاحقة A و z_B لاحقة B .

- لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي z_B-z_A ، ونكتب : $z_{\overrightarrow{AB}}=z_B-z_A$.
- لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ هي : $z_I=\frac{z_A+z_B}{2}$.
- α و β عددان حقيقيان حيث $\alpha+\beta\neq 0$ ، G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

لاحقة النقطة G هي : $z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B}{\alpha+\beta}$.

الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

1 . طويلة عدد مركب :

تعريف: z عدد مركب حيث: $z=x+iy$ (x و y عددان حقيقيان). نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب الذي نرمزله $|z|$ حيث : $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$.

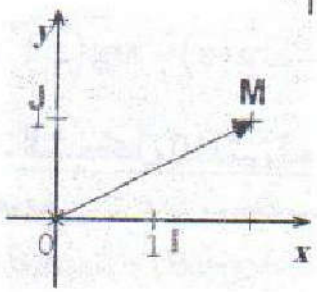
ملاحظات: • إذا كان $z=x$ فإن $|z|=|x|$ ، • إذا كان $z=iy$ فإن $|z|=|y|$.

• $z=0$ يعني $|z|=0$ ، • $|z|^2=x^2+y^2$.

التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

z عدد مركب حيث $z=x+iy$ إذا كانت M صورة z فإن $OM=|z|$



خواص طويلة عدد مركب : من أجل كل عددين مركبين z و z'

• $|\overline{z}|=|z|$. • $|-z|=|z|$.

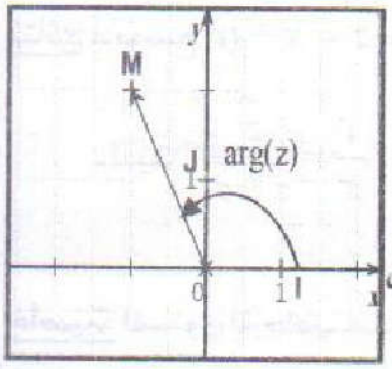
• $|z\cdot z'|=|z|\cdot|z'|$. • $\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}$. مع $z'\neq 0$

• $|z^n|=|z|^n$. • $|z+z'|\leq|z|+|z'|$. (المتباينة الثلاثية).

ملاحظة: A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب ، لدينا : $AB=|z_B-z_A|$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

2. عمدة عدد مركب غير معدوم:



تعريف: z عدد مركب غير معدوم حيث: $z = x + iy$ (x و y عددان حقيقيان). في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ لتكن M صورة z.

نسمي عمدة للعدد المركب z و نرمز $\arg(z)$ كل قيس بالردیان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$.

ملاحظات ونتائج:

- كل عدد مركب غير معدوم z له عدد غير منته من العمد.
- إذا كان θ عمدة لـ z فإن $\theta + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ عمدة لـ z ، و نكتب $\arg(z) \equiv \theta [2\pi]$.
- A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب لدينا:

$$\arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{OI},\overrightarrow{AB}) \text{ و } \arg(z_B) - \arg(z_A) = (\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$$

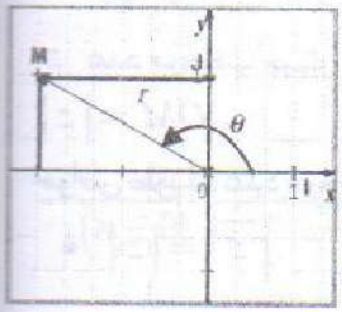
- z عدد مركب غير معدوم حيث: $z = x + iy$ ، (x و y عددان حقيقيان)، إذا كان:
  - $z = x$ و $x > 0$ فإن: $\arg(z) \equiv 0[2\pi]$.
  - $z = x$ و $x < 0$ فإن: $\arg(z) \equiv \pi[2\pi]$.
  - $z = iy$ و $y > 0$ فإن: $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.
  - $z = iy$ و $y < 0$ فإن: $\arg(z) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

خواص عمدة عدد مركب غير معدوم: z و z' عددان مركبان غير معدومين. لدينا:

- $\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$
- $\arg(z.z') = \arg(z) + \arg(z')$
- $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$
- $n \in \mathbb{N}^*$. $\arg(z^n) = n\arg(z)$

3. الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:



تعريف: z عدد مركب غير معدوم. العدد z يكتب على الشكل $z = r[\cos(\theta) + i\sin(\theta)]$، حيث: $r = |z|$ و $\theta = \arg(z)$.

هذا الشكل يسمى الشكل المثلثي لـ z.

ملاحظة: إذا كان $z = x + iy$، فإن: $\cos(\theta) = \frac{x}{r}$ و $\sin(\theta) = \frac{y}{r}$

خاصية: يكون عددان مركبان مكتوبان على الشكل المثلثي متساويين إذا وفقط إذا كانت لهما نفس الطويلة وعمدتان متوافقتان بتردید 2π.

خاصية: إذا كان $z = \lambda[\cos(\theta) + i\sin(\theta)]$ وكان $\lambda > 0$ فإن:

$\lambda = |z|$ و $\theta = \arg(z)$.

4 . الانتقال من الشكل المثلثي إلى الشكل الجبري و العكس :

من الجبري إلى المثلثي	من المثلثي إلى الجبري
$x = r\cos\theta$ $y = r\sin\theta$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\cos\theta = \frac{x}{r}$ $\sin\theta = \frac{y}{r}$

توظيف خواص الطويلة و العمدة لحل مسائل في الهندسة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

1 . حساب المسافات :

خاصية : A ، B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : z_A و z_B . لدينا: $AB = |z_B - z_A|$.

نتائج : • مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|z - z_B| = |z - z_A|$ هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

• مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|z - z_A| = r$ ، حيث r عدد حقيقي موجب تماما ، هي دائرة مركزها A و نصف قطرها r .

2 . حساب الزوايا:

خاصية 01 : A ، B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : z_A و z_B . لدينا:

$$\arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{AB})$$

خاصية 02 : A ، B ، C ثلاث نقط لواحقها على الترتيب : z_A ، z_B ، z_C . حيث: $z_A \neq z_B$

لدينا: $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

3 . التفسير الهندسي لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$:

نتيجة: لدينا: $\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = \frac{AC}{AB}$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

4 . تطبيقات :

أ/ استقامية ثلاث نقط : تكون النقط A ، B ، C في استقامية إذا وفقط إذا كان العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ حقيقي .

ب/ التعامد : يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدان إذا وفقط إذا كان العدد المركب

$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ تخيلي صرف .

جـ / طبيعة مثلث :

• يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع إذا تحقق مايلي :

$$\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1 \quad \text{و} \quad \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad \text{حيث} \ k \in \mathbb{Z} .$$

ملاحظة: إذا تحقق الشرط $\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$ فقط يكون المثلث ABC متساوي الساقين .

• يكون المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين في A إذا تحقق مايلي :

$$\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1 \quad \text{و} \quad \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad \text{حيث} \ k \in \mathbb{Z} .$$

ملاحظة: إذا تحقق أحد الشرطين فقط يكون المثلث ABC إما متساوي الساقين فقط و إما قائم فقط في A .

الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم

1 . ترميز أولر :

تعريف: العدد المركب الذي طويلته 1 و θ عمدة له يكتب $e^{i\theta}$.

حيث $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$. هذا الترميز يسمى ترميز أولر.

2 . الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم :

تعريف: العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له يكتب $z = re^{i\theta}$.

هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

3 . قواعد الحساب على الشكل الأسي :

خواص: θ و θ' عددان حقيقيان.لدينا:

• $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta} \cdot e^{i\theta'}$. • $\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$. • $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$.

نتائج : z و z' عددان مركبان مكتوبان في الشكل الأسي كما يلي:

$z = re^{i\theta}$ ، $z' = r'e^{i\theta'}$ لدينا:

• $\overline{z} = re^{-i\theta}$ ، • $z \times z' = rr'e^{i(\theta+\theta')}$ ، • $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$.

• $z = z'$ معناه : $r = r'$ و $\theta = \theta' + 2\pi k$ ، حيث $k \in \mathbb{Z}$.

4 . دستور موافر :

خاصية: z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له .من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$.

عن موقع www.eddirasa.com
البريد الإلكتروني: info@eddirasa.com

نتيجة: z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم

لدينا: $z^n = r^n e^{in\theta}$ ، $z^n = r^n\left[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)\right]$.

5. استعمال الشكل الأسي لتحديد طبيعة مثلث:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

A ، B ، C ثلاث نقط ليست في استقامية، لواحقها على الترتيب: z_A ، z_B ، z_C.

1) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع.

2) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ يكون المثلث ABC قائم متساوي الساقين في A.

3) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = ke^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $k \in \mathbb{R} - \{1\}$ يكون المثلث ABC قائم في A.

4) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\theta}$ ، $\left(\theta \neq \dfrac{\pi}{3}[2\pi] \text{ و } \theta \neq \dfrac{\pi}{2}[2\pi]\right)$ يكون المثلث ABC متساوي الساقين في A.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

6. المعادلة الوسيطية لدائرة ـ لنصف مستقيم مفتوح:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

خاصية: Ω نقطة ثابتة في المستوي ذات اللاحقة z_Ω ، θ عدد حقيقي، r عدد حقيقي موجب تماما. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $z = z_\Omega + re^{i\theta}$.

1) في حالة r ثابت و θ يمسح $\mathbb{R}$، المجموعة (E) هي دائرة مركزها Ω ونصف قطرها r.

ـ المعادلة: $z = z_\Omega + re^{i\theta}$ تسمى معادلة وسيطية للدائرة.

2) في حالة r يمسح $\mathbb{R}_+^*$ و θ ثابت، المجموعة (E) هي نصف مستقيم مفتوح مبدؤه Ω وموجه بالشعاع $\vec{v}$ حيث: $(\overrightarrow{OI};\vec{v}) = \theta$.

ـ المعادلة: $z = z_\Omega + re^{i\theta}$ تسمى معادلة وسيطية لنصف المستقيم المفتوح.

المعادلات من الدرجة الثانية في $\mathbb{C}$

1. الجذران التربيعيان لعدد مركب:

تعريف: ω عدد مركب. يسمى حلا المعادلة $z^2 = \omega$، في $\mathbb{C}$، الجذرين التربيعيين للعدد ω.

ملاحظة: كل عدد مركب له جذران تربيعيان متناظران.

2. المعادلات من الدرجة الثانية.

مبرهنة: لتكن المعادلة ذات المجهول المركب z: $az^2 + bz + c = 0$ حيث a ، b و c أعداد

حقيقية و $a \neq 0$. و $\Delta = b^2 - 4ac$ مميزها .

- إذا كان $\Delta = 0$ ، المعادلة تقبل حلا حقيقيا مضاعفا : $z_0 = -\frac{b}{2a}$.
- إذا كان $\Delta > 0$ ، المعادلة تقبل حلين حقيقيين متمايزين :

$$z' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad z'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

- إذا كان $\Delta < 0$ ، المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين

$$z' = \frac{-b - \omega}{2a} \quad \text{و} \quad z'' = \frac{-b + \omega}{2a}$$ ، حيث ω جذر تربيعي لـ Δ .

نتائج : إذا كان z' و z'' حلي المعادلة فإن :

1) من أجل كل عدد مركب z : $az^2 + bz + c = a(z - z')(z - z'')$

2) $z' + z'' = -\frac{b}{a}$ و $z' \times z'' = \frac{c}{a}$.

الأعداد المركبة و التحويلات النقطية

في كل ما يأتي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

1 . النقط الصمدة بتحويل نقطي :

تعريف : f تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث $M' = f(M)$. تكون نقطة Ω صامدة بالتحويل f إذا تحقق ما يلي : $\Omega = f(\Omega)$.

2 . التحويل المطابق :

تعريف : التحويل المطابق هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $M' = M$.

خواص :
- كل نقطة من المستوي صامدة بالتحويل المطابق .
- التحويل المطابق تقايس .

العبارة المركبة :

التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = z$ ، هو التحويل المطابق .

3 . الانسحاب :

تعريف : الانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

خواص :
- الانسحاب الذي شعاعه غير معدوم لا يقبل أية نقطة صامدة و الانسحاب الذي شعاعه $\vec{0}$ هو التحويل المطابق .
- **الخاصة المميزة:** صورة ثنائية (A, B) هي ثنائية (A', B') تحقق $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

• الانسحاب تقايس .

• **العبارة المركبة:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=z+b$ ، b عدد مركب) هو انسحاب شعاعه $\vec{U}$ صورة b.

4 . التحاكي :

تعريف : Ω نقطة ثابتة و k عدد حقيقي غير معدوم. التحاكي الذي مركزه Ω ونسبته k هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث :

$$k\in\mathbb{R}^*-\{1\} \quad \overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$$

خواص :

• التحاكي الذي مركزه Ω ونسبته $k\in\mathbb{R}^*-\{1\}$ له نقطة صامدة وحيدة هي المركز Ω.

• إذا اختلفت M عن Ω فإن M' تختلف عن Ω و النقط Ω ، M و M' في استقامية.

• **الخاصة المميزة:** صورة ثنائية (A,B) بالتحاكي الذي مركزه Ω ونسبته k هي الثنائية (A',B') التي تحقق: $\overrightarrow{A'B'}=k\overrightarrow{AB}$

• نلاحظ أنه إذا كان $|k|\neq 1$ فإن $A'B'\neq AB$ وبالتالي فإن التحاكي ليس تقايسا.

• **العبارة المختصرة للتحاكي :** $z'-z_\Omega=k(z-z_\Omega)$.

• **العبارة المركبة:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=az+b$ مع a عدد حقيقي غير معدوم و يختلف عن 1 و b عدد مركب ، هو التحاكي الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\frac{b}{-a}$ ونسبته a.

موقع الدراسة الجزائري
www.eddirasa.com

5 . الدوران :

تعريف : ω نقطة من المستوي الموجه و θ عدد حقيقي ،
الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هو التحويل النقطي الذي يرفق النقطة Ω بنفسها و يرفق بكل نقطة M تختلف عن Ω النقطة M' حيث: $\Omega M'=\Omega M$ و $(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'})=\theta$

خواص : الدوران الذي مركزه Ω و زاويته غير معدومة له نقطة صامدة وحيدة هي المركز Ω.

الخاصة المميزة: صورة كل ثنائية (A,B) بالدوران الذي مركزه ω و زاويته θ هي ثنائية (A',B') تحقق ما يلي : $A'B'=AB$ و $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'})=\theta$ ، وبالتالي الدوران تقايس.

• **العبارة المختصرة للدوران :** $z'-z_\Omega=e^{i\theta}(z-z_\Omega)$.

• **العبارة المركبة:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=az+b$ مع a عدد مركب غير حقيقي طويلته 1 و b عدد مركب ، هو الدوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\frac{b}{1-a}$ ، وزاويته $\arg(a)$.