الاشتقاقية

1- العدد المشتق لدالة f عند x_0

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

أو

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

2- مشتقات دوال مألوفة

$f(x) =$	$f'(x) =$	ميدان الاشتقاق
k عدد ثابت	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
$x^n \ (n \in \mathbb{N}^* - \{1\})$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$ax + b \, (a \neq 0)$	a	$\mathbb{R}$
$\sqrt{x} \quad (x \geq 0)$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$
$\frac{1}{x} \quad (x \neq 0)$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

3- معادلة المماس

معادلة (Δ) المستقيم المماس للمنحنى $(\mathbf{C_f})$ عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي:

$$(\Delta) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

4- العمليات على الدوال المشتقة

الدالة	مشتقتها
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u' \times v + v' \times u$
ku (k عدد ثابت)	ku'
$\frac{u}{v} \quad (v \neq 0)$	$\frac{u' \times v - v' \times u}{v^2}$
$\frac{k}{v}$ (k عدد ثابت) $(v \neq 0)$	$\frac{-kv'}{v^2}$
$v \circ u$	$u' \times (v' \circ u)$

5- مشتقات دوال مركبة مألوفة

الدالة	مشتقتها
$u(ax + b)$	$au'(ax + b)$
$u^n \ (n \in \mathbb{N}^* - \{1\})$	$nu'.u^{n-1}$
$\sqrt{u} \quad (u \geq 0)$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}} \quad (u > 0)$
$\frac{1}{x^n} \quad (x \neq 0)$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\frac{1}{u^n} \quad (u \neq 0)$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$

6- التقريب التآلفي

أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند القيمة x_0 هو:

$$f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

باعتبار $h = x - x_0$ قريب جدا من الصفر، يمكن كتابة التقريب على الشكل التالي:

$$f(x_0 + h) \approx f'(x_0).h + f(x_0)$$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

7- اتجاه تغير دالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

- إذا كان $f'(x) > 0$ من أجل كل x من I فإن: f متزايدة تماما على I
- إذا كان $f'(x) < 0$ من أجل كل x من I فإن: f متناقصة تماما على I
- إذا كان $f'(x) = 0$ من أجل كل x من I فإن: f ثابتة على I

8- القيم الحدية المحلية لدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

إذا كانت f' تنعدم عند قيمة x_0 من I أي $f'(x_0) = 0$ مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f على I في حالتين:

أ- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية صغرى كما في هذا الجدول

x	x_0	
$f'(x)$	-	0 +
$f(x)$	↘	$f(x_0)$ ↗

ب- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية كبرى كما في هذا الجدول

x	x_0	
$f'(x)$	+	0 -
$f(x)$	↗	$f(x_0)$ ↘

9- نقطة الانعطاف

f'' المشتقة الثانية للدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$ و x_0 قيمة منه.

إذا كانت f'' تنعدم عند x_0 أي $f''(x_0) = 0$ مغيرة إشارتها فإن المنحنى $(\mathbf{C_f})$ يقبل نقطة انعطاف $\Omega(x_0; f(x_0))$