ملخصات مفيدة قبل البكالوريا

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

المراجعة النهائية

★ قواعد الحساب ★

① الجداءات الشهيرة

الجداءات الشهيرة من الدرجة الثانية	الجداءات الشهيرة من الدرجة الثالثة
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

② حل المعادلات من الدرجة الثانية

	حساب المميز $\Delta = b^2 - 4ac$		
	إذا كان : $\Delta > 0$	إذا كان : $\Delta = 0$	إذا كان : $\Delta < 0$
حلول المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$	المعادلة تقبل حلين متمايزين هما : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	المعادلة تقبل حل مضاعف هو : $x_0 = \frac{-b}{2a}$	المعادلة لا تقبل حلول
تحليل $ax^2 + bx + c$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$	لا يمكن تحليل $ax^2 + bx + c$
إشارة $ax^2 + bx + c$	$-\infty$ إشارة a — x_1 إشارة $(-a)$ — x_2 إشارة a — $+\infty$	$-\infty$ إشارة a — x_0 إشارة a — $+\infty$	$-\infty$ إشارة a — $+\infty$

③ خواص القيمة المطلقة

إذا كان x وَ y عددان حقيقيان فإن :

$\lvert x \rvert \geq 0$	$\lvert -x \rvert = \lvert x \rvert$	$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$
$\lvert x \times y \rvert = \lvert x \rvert \times \lvert y \rvert$	$\left\lvert \frac{x}{y} \right\rvert = \frac{\lvert x \rvert}{\lvert y \rvert}$ مع $y \neq 0$	$\lvert x + y \rvert \leq \lvert x \rvert + \lvert y \rvert$
$\lvert x \rvert = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x \leq 0 \end{cases}$	$\lvert x + a \rvert = \begin{cases} x + a & ; x \geq -a \\ -x - a & ; x \leq -a \end{cases}$	$\lvert x - a \rvert = \begin{cases} x - a & ; x \geq a \\ -x + a & ; x \leq a \end{cases}$
إذا كان $\lvert x \rvert \leq a$ فإن $-a \leq x \leq a$	إذا كان $\lvert x \rvert \geq a$ فإن $x \geq a$ أو $x \leq -a$	

WWW.DZPEN.COM

④ قواعد الحصر

لتكن a ، b ، c ، d أعداد حقيقية موجبة تماماً .

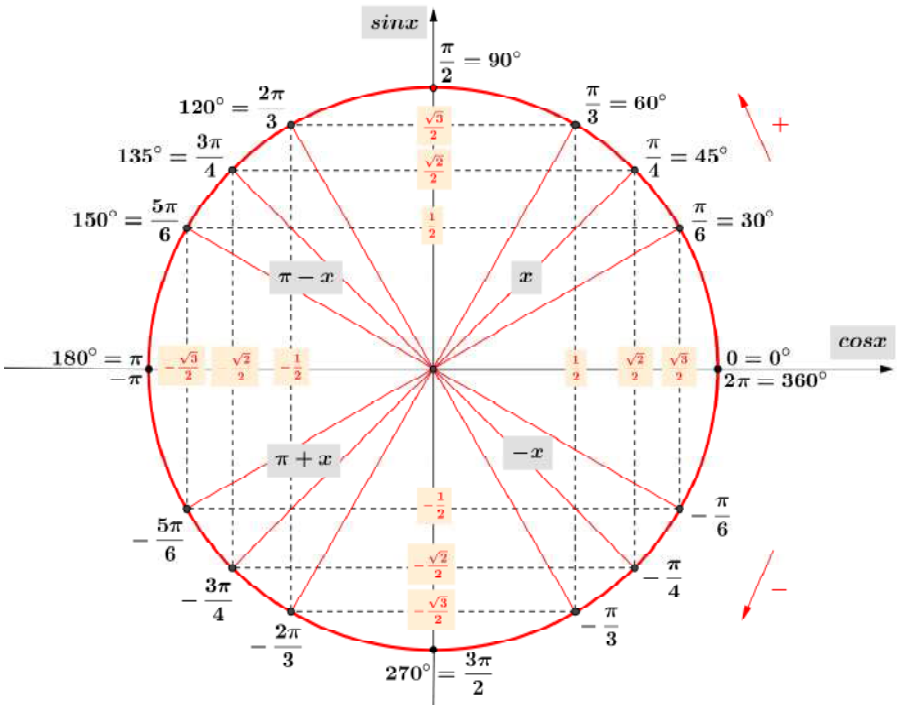
	خاصية الـ			
	جمع	طرح	ضرب	قسمة
$a \le x \le b$ $c \le y \le d$	$a+c \le x+y \le b+d$	$a-d \le x-y \le b-c$	$a \times c \le x \times y \le b \times d$	$\frac{a}{d} \le \frac{x}{y} \le \frac{b}{c}$

⑤ الدائرة المثلثية وَ حساب المثلثات

x عدد حقيقي :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

$\begin{cases}\cos(x \pm 2k\pi) = \cos x \\ \sin(x \pm 2k\pi) = \sin x\end{cases}$	$\cos^2 x + \sin^2 = 1$ $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\begin{cases}-1 \le \cos x \le 1 \\ -1 \le \sin x \le 1\end{cases}$ $\begin{cases}\cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x\end{cases}$



WWW.DZPEN.COM
استعد للبكالوريا مع توامي Maths

★ النهايات ★

① نهايات بعض الدوال المرجعية

الدالة مقلوب	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0^-$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0^+$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{1}{x}=-\infty$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{1}{x}=+\infty$
الدالة جذر	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}=0^+$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}a}\frac{1}{\sqrt{x-a}}=+\infty$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}a}\frac{1}{\sqrt{a-x}}=+\infty$
الدالة x^n $n\in\mathbb{N}^*$	$\lim\limits_{x\to+\infty}x^n=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=+\infty$ مع n زوجي	$\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=-\infty$ مع n فردي	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x^n}=0$

② حالات عدم التعيين وطرق إزالتها

حالات عدم التعيين	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$0\times\infty$	$+\infty-\infty$
حالات يمكن التعيين	$\frac{\ell}{0}=\infty$	$\frac{\infty}{0}=\infty$	$\frac{\ell}{\infty}=0$	$\frac{0}{\infty}=0$
طرق الإزالة	⊂ بالنسبة لدوال كثيرات الحدود عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى (الأكبر) درجة ⊂ بالنسبة لدوال ناطقة عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى درجة في البسط وَ المقام ⊂ بالنسبة لدوال جذرية عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو x_0 في معظم الحالات نضرب وَ نقسم في المرافق ⊂ عندما x يؤول إلى x_0 نستعمل الجداءات الشهيرة أو التحليل أو العامل المشترك			

③ مبرهنات في النهايات

مبرهنة التركيب	نعتبر u ، v وَ f ثلاث دوال حيث $f=v\circ u$ ، وَ لتكن a ، b وَ c أعداد حقيقية إما منتهية أو $+\infty$ أو $-\infty$ إذا كانت $\lim\limits_{x\to a}u(x)=b$ وَ $\lim\limits_{x\to b}v(x)=c$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=c$
مبرهنة الحصر	إذا كان : $g(x)\le f(x)\le h(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\ell$ وَ $\lim\limits_{x\to a}h(x)=\ell$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\ell$
مبرهنات المقارنة	⊂ إذا كان : $f(x)\ge g(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=+\infty$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=+\infty$ ⊂ إذا كان : $f(x)\le g(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=-\infty$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=-\infty$ ⊂ إذا كان : $\lvert f(x)-\ell\rvert\le g(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\ell$

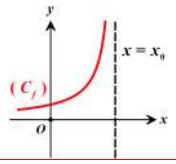
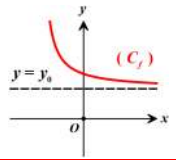
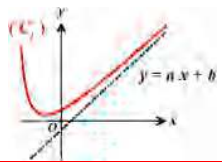
④ نهايات الدوال المثلثية

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin\alpha x}{\sin\beta x}=\frac{\alpha}{\beta}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$

WWW.DZPEN.COM
استعد للبكالوريا مع توامي Maths

★ المستقيمات المقاربة ★

لتكن f دالة عددية و (C_f) التمثيل البياني لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

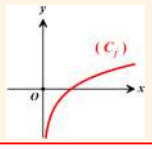
النهاية	التفسير الهندسي	التمثيل البياني
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ أو $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$	(C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=x_0$	
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0$	(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=y_0$ بجوار $+\infty$ أو $-\infty$	
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$	(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$ بجوار $+\infty$ أو $-\infty$	

إذا كانت : $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\pm\infty$

نقول احتمال وجود مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$ ، ثم نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

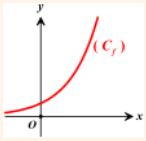
الحالة 1: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$

(C_f) يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه $(x'x)$



الحالة 2: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\pm\infty$

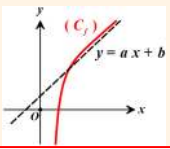
(C_f) يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه $(y'y)$



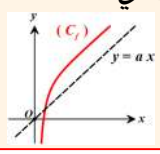
الحالة 3: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a \quad (a\neq 0)$

ثم نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]$

- إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]=b$: (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$ بجوار ∞



- إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]=\infty$: (C_f) يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه المستقيم الذي معادلته $y=ax$



WWW.DZPEN.COM
استعد للبكالوريا مع توامي Maths

★ الاستمرارية وَ مبرهنة القيم المتوسطة ★

لتكن f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ يشمل العدد الحقيقي a .

① الاستمرارية

استمرارية الدالة f عند a	$\ell \in \mathbb{R}$ حيث $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a) = \ell$	إذا كان $\ell_1 = \ell_2$ فإن f مستمرة عند a
استمرارية الدالة f على يمين a	$\ell_1 \in \mathbb{R}$ حيث $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x) = f(a) = \ell_1$	
استمرارية الدالة f على يسار a	$\ell_2 \in \mathbb{R}$ حيث $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} a} f(x) = f(a) = \ell_2$	

② صورة مجال بواسطة دالة مستمرة

المجال I	f دالة متزايدة تماماً على I	f دالة متناقصة تماماً على I
$[a;b]$	$f(I)$	$f(I)$
	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$
$[a;b[$	$\left[f(a);\lim\limits_{x \xrightarrow{<} b} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x \xrightarrow{<} b} f(x);f(a)\right]$
$]a;b]$	$\left]\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x);f(b)\right]$	$\left[f(b);\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x)\right[$
$]a;b[$	$\left]\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x);\lim\limits_{x \xrightarrow{<} b} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x \xrightarrow{<} b} f(x);\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x)\right[$

③ مبرهنة القيم المتوسطة

مبرهنة ❶	إذا كانت f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ وَ كان العدد الحقيقي k محصور بين $f(a)$ وَ $f(b)$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلاً على الأقل في المجال $]a;b[$
مبرهنة ❷	إذا كانت f دالة مستمرة وَ رتيبة تماماً على المجال $[a;b]$ وَ كان العدد الحقيقي k محصور بين $f(a)$ وَ $f(b)$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]a;b[$
مبرهنة ❸	إذا كانت f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ وَ كان $f(a) \times f(b) < 0$ فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي α محصور بين a وَ b بحيث $f(\alpha) = 0$.
مبرهنة ❹	إذا كانت f دالة مستمرة وَ رتيبة تماماً على المجال $[a;b]$ وَ كان $f(a) \times f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]a;b[$

★ الاشتقاقية ★

لتكن f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$ وَ a عدد من D_f .

① الاشتقاقية

قابلية اشتقاق الدالة f عند a	$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$	إذا كان $f'_d(a)=f'_g(a)$ فإن f قابلة للاشتقاق عند a
قابلية اشتقاق الدالة f على يمين a	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'_d(a)$	
قابلية اشتقاق الدالة f على يسار a	$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'_g(a)$	

② مشتقات الدوال المألوفة

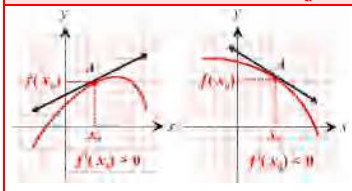
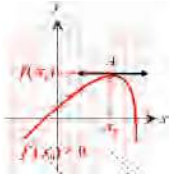
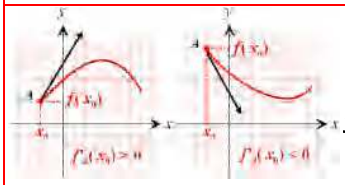
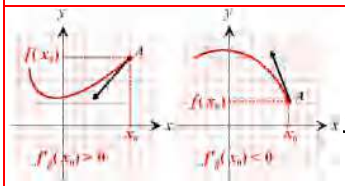
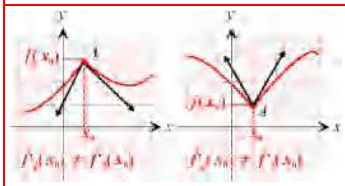
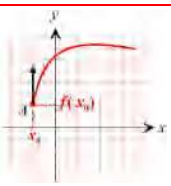
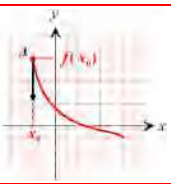
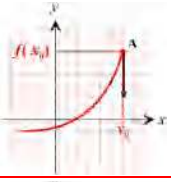
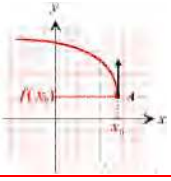
$f(x)$	$f'(x)$	مجال قابلية الاشتقاق
a حيث $a\in\mathbb{R}$	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
ax	a	$\mathbb{R}$
x^n حيث $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$	$n.x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\dfrac{1}{x^n}$ حيث $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$	$\mathbb{R}$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$	$\mathbb{R}$

③ المشتقات وَ العمليات على الدوال

الدالة	$u\pm v$	au	$u\times v$	$\dfrac{1}{v}$	$\dfrac{u}{v}$	$\sqrt{u}$	u^n	$u\circ v$
الدالة المشتقة	$u'\pm v'$	au'	$u'v-v'u$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$n\times u^{n-1}\times u'$ $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$	$v'.u'(v)$

WWW.DZPEN.COM

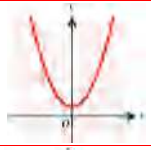
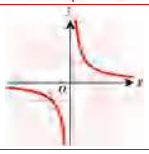
④ التفسيرات الهندسية للاشتقاقية

النهاية	الاستنتاج	التفسير الهندسي
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)=a$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ مماساً معادلته: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)=0$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ مماساً موازي لمحور الفواصل معادلته: $y=f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a$	f تقبل الاشتقاق على يمين x_0 و $f'_d(x_0)=a$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس معادلته: $y=f'_d(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=b$	f تقبل الاشتقاق على يسار x_0 و $f'_g(x_0)=b$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس معادلته: $y=f'_g(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\neq\lim\limits_{x\xrightarrow{>}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	f لا تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'_g(x_0)\neq f'_d(x_0)$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصفي مماسين حيث A تسمى نقطة زاوية . 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	(C_f) يقبل على يمين النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x=x_0$. 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	(C_f) يقبل على يمين النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأسفل معادلته $x=x_0$. 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	(C_f) يقبل على يسار النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأسفل معادلته $x=x_0$. 
$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	(C_f) يقبل على يسار النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x=x_0$. 

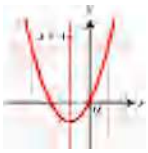
WWW.DZPEN.COM

★ شفعية دالة - مركز تناظر وَ محور تناظر ★

① شفعية دالة

	التعريف	التفسير الهندسي	التمثيل البياني
الدالة الزوجية	f دالة زوجية يعني من أجل كل : $x \in D_f$ وَ $-x \in D_f$ فإن : $f(-x) = f(x)$	(C_f) يقبل محور التراتيب كمحور تناظر	
الدالة الفردية	f دالة فردية يعني من أجل كل : $x \in D_f$ وَ $-x \in D_f$ فإن : $f(-x) = -f(x)$	(C_f) يقبل مبدأ المعلم O كمركز تناظر	

② مركز تناظر وَ محور تناظر دالة

	التعريف	التمثيل البياني
مركز تناظر	$\omega(\alpha;\beta)$ مركز تناظر لـ (C_f) يعني من أجل كل $x \in D_f$ وَ $(2\alpha - x) \in D_f$ فإن : $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$	
محور تناظر	$x = \alpha$ محور تناظر لـ (C_f) يعني من أجل كل $x \in D_f$ وَ $(2\alpha - x) \in D_f$ فإن : $f(2\alpha - x) = f(x)$	

★ الوضع النسبي بين منحنى و مستقيم ★

(C_f) التمثيل البياني للدالة f وَ (Δ) مستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$.

إشارة الفرق $f(x) - y$	الوضعية النسبية
$f(x) - y > 0$	(C_f) يقع فوق (Δ)
$f(x) - y < 0$	(C_f) يقع تحت (Δ)
$f(x) - y = 0$	(C_f) وَ (Δ) يتقاطعان

WWW.DZPEN.COM

★ إنشاء منحنى باستعمال منحنى آخر معلوم ★

ليكن (C_f) وَ (C_g) منحنيين للدالتين f وَ g على الترتيب في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الدالة	التمثيل البياني
$f(x)=g(x)+b$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $b\,\vec{j}$
$f(x)=g(x+a)$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $-a\,\vec{i}$
$f(x)=g(x+a)+b$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(-a;b)$
$f(x)=-g(x)$	المنحنيين (C_f) وَ (C_g) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل
$f(x)=g(-x)$	المنحنيين (C_f) وَ (C_g) متناظران بالنسبة لمحور التراتيب
$f(x)=-g(-x)$	المنحنيين (C_f) وَ (C_g) متناظران بالنسبة إلى مبدأ المعلم
$f(x)=g(\lvert x\rvert)$	▪ إذا كان $x\geq 0$ فإن $f(x)=g(x)$ منه (C_f) ينطبق على (C_g) ▪ إذا كان $x\leq 0$ فإن $f(x)=g(-x)$ منه (C_f) هو نظير (C_g) المرسوم في المجال الموجب بالنسبة لمحور التراتيب (f دالة زوجية)
$f(x)=\lvert g(x)\rvert$	▪ إذا كان $g(x)\geq 0$ فإن $f(x)=g(x)$ منه (C_f) ينطبق على (C_g) ▪ إذا كان $g(x)\leq 0$ فإن $f(x)=-g(x)$ منه (C_f) نظير (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل

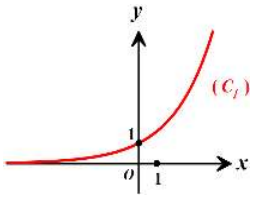
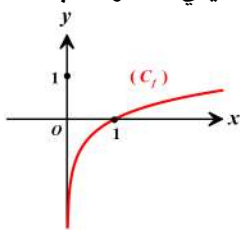
★ المناقشة البيانية ★

ليكن (C_f) منى الدالة f وَ (Δ) مستقيم مائل (مماس أو مستقيم مقارب) معادلته $y=ax+b$.

المعادلة من الشكل	المناقشة البيانية ($m\in\mathbb{R}$)
$f(x)=m$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل
$f(x)=ax+m$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لـ (Δ)
$f(x)=mx+b$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الدورانية حول النقطة $(0;b)$
$f(x)=m^2$ أو $f(x)=\lvert m\rvert$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل ($y=m^2$ أو $y=\lvert m\rvert$) لكن المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الأعلى
$f(x)=f(m)$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل معادلتها $y=f(m)$

ملاحظات :
- نقول أن للمعادلة حل موجب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يمين محور التراتيب .
- نقول أن للمعادلة حل سالب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يسار محور التراتيب .
- نقول أن للمعادلة حل مضاعف إذا كانت نقطة التقاطع هي نقطة المماس .

★ الدالة الأسية وَ الدالة اللوغاريتمية ★

الدالة الأسية	الدال اللوغاريتمية
1- تعريف : الدالة الأسيّة f هي الدالة الوحيدة ، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وَ تحقق : $f'=f$ وَ $f(0)=1$ و نكتب : $f(x)=\exp(x)$ أو $f(x)=e^x$ 	**1- تعريف :** نسمي " الدالة اللوغارتمية النبيرية " الدالة التي نرمز لها بـ " ln " و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$ وَ نكتب : $f(x)=\ln x$ 
2- خواص الدالة الأسية : ليكن x ، y من $\mathbb{R}$ و n عدد صحيح نسبي : $e^0=1$ وَ $e^1=e\approx 2{,}71$ $e^{x+y}=e^x.e^y$ ، $e^{x-y}=\frac{e^x}{e^y}$ $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$ ، $e^{nx}=(e^x)^n$ إذا كان : $e^x=e^y$ فإن : $x=y$ إذا كان : $e^x>e^y$ فإن : $x>y$	**2- خواص الدالة اللوغاريتمية النبيرية :** ليكن x وَ y من $]0;+\infty[$ و n عدد صحيح نسبي : $\ln 1=0$ ، $\ln e=1$ $\ln(x.y)=\ln x+\ln y$ ، $\ln\left(\frac{x}{y}\right)=\ln x-\ln y$ $\ln\left(\frac{1}{x}\right)=-\ln x$ ، $\ln x^n=n\ln x$ إذا كان : $\ln x=\ln y$ فإن : $x=y$ إذا كان : $\ln x\succ\ln y$ فإن : $x>y$ $\ln x>0$ يعني $x>1$ و $\ln x<0$ يعني $0<x<1$
3- مجموعة تعريف الدّالة الأسية : $f(x)=e^{u(x)}$ ، الدالة f معرفة إذا كانت u معرفة	**3- مجموعة تعريف الدّالة اللوغاريتمية :** $f(x)=\ln u(x)$ ، الدالة f معرفة إذا كانت : $u(x)>0$
4- مشتقة الدّالة الأسية : $f(x)=e^{u(x)}$ منه : $f'(x)=u'(x)\times e^{u(x)}$	**4- مشتقة الدّالة اللوغاريتمية :** $f(x)=\ln u(x)$ منه : $f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$ مع $u(x)>0$ $f(x)=\ln\lvert u(x)\rvert$ منه: $f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$ مع $u(x)\neq 0$
5- النهايات الشهيرة : $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0^+$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0^-$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty$ مع $n>0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$	**5- النهايات الشهيرة :** $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to0^+}x\ln x=0^-$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ، $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$ ، $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=1$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0$ ، $\lim\limits_{x\to0^+}x^n\ln x=0^-$ مع $n>0$.
$\ln e^x=x$ مع $x\in\mathbb{R}$ ، $e^{\ln x}=x$ مع $x\in\mathbb{R}_+^*$	

WWW.DZPEN.COM
استعد للبكالوريا مع توامي Maths