قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))=\lim_{x\to+\infty}(-\frac{x}{e^x})=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{\frac{e^x}{x}}=0$

ومنه $(\Delta): y=2x+1$ مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) الوضعية : لدينا : $f(x)-(2x+1)=-\frac{x}{e^x}$

$-\frac{x}{e^x}=0$ تكافئ $x=0$ ومنه (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(0;1)$ حيث $f(0)=1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-(2x+1)=-\frac{x}{e^x}$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_f) يقع فوق (Δ)		(C_f) يقع تحت (Δ)

4- ليكن : $(T_m): y=2x+m$ حيث $m\in R$

(T_m) مماسا للمنحنى (C_f) معناه $f'(x)=2=g(x)$

$g(x)-2=0$ تكافئ $x=1$ و منه $I(1;f(1))$

حيث $f(1)=3-e^{-1}$

$(T_m): y=2(x-1)+3-e^{-1}=2x+1-e^{-1}$

و عليه $m=1-e^{-1}$

5- (C_f) يقبل نقطة انعطاف A : الدالة f' قابلة الاشتقاق على المجال R و لدينا : $f''(x)=g'(x)=\frac{2-x}{e^x}$

$f''(x)=0$ تكافئ $x=2$ و منه $A(2;f(2))$

حيث $f(2)=5-2e^{-2}\approx 4,72$

6- بين أن $f(\alpha)=\frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$:

لدينا $f(\alpha)=2\alpha+1-\frac{\alpha}{e^\alpha}$

بما أن $g(\alpha)=0$ فان $2+\frac{\alpha-1}{e^\alpha}=0$

وعليه $e^\alpha=\frac{1-\alpha}{2}$

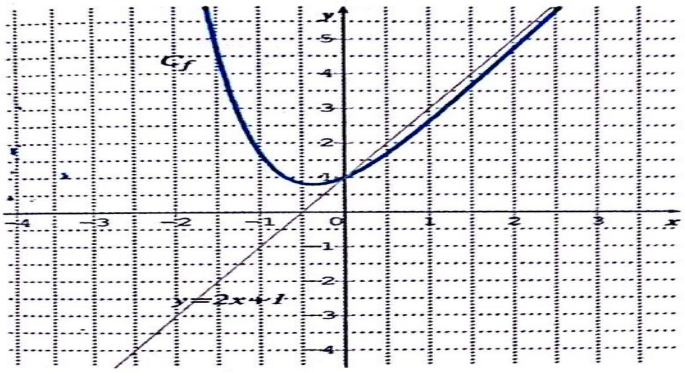
بالتعويض في $f(\alpha)$ نجد : $f(\alpha)=2\alpha+1-\frac{\alpha}{\frac{1-\alpha}{2}}$

$=2\alpha+1+\frac{2\alpha}{\alpha-1}=\frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$

7- رسم (Δ) و (C_f) :

$f(-0,375)=\frac{2(-0,375)^2+(-0,375)-1}{(-0,375)-1}$

$\approx 0,8977$



التمرين 12 :

I) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث a و b عددان حقيقيان .

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

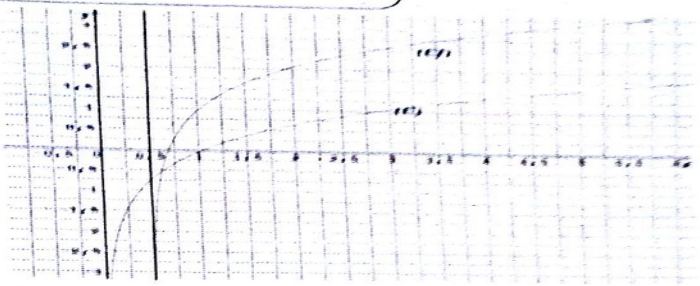
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



ب) $\lim_{x \to \frac{1}{2}^{>}} g(x) = \lim_{x \to \frac{1}{2}^{>}} 1 + \ln(2x-1) - x = -\infty$

و بالتالي يكون رسم (C) و (C_f) حيث : $\ln 2e \approx 1,7$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} 1 + \ln(2x-1) - x$$
$$= \lim_{x \to +\infty} 1 + x\left(\frac{\ln(2x-1)}{x} - 1\right) = -\infty$$

لأن : $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(2x-1)}{x} = 0$

2) الدالة g تقبل الاشتقاق على I و لدينا :

$$g'(x) = \frac{-2x+3}{2x-1}$$

$g'(x) = 0$ تعني $x = \frac{3}{2}$ حيث : $g'(x) > 0$ لما $x < \frac{3}{2}$

و $g'(x) < 0$ لما $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

و منه جدول تغير الدالة g يكون كما يلي :

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$-\frac{1}{2}+\ln 2$	↘	$-\infty$

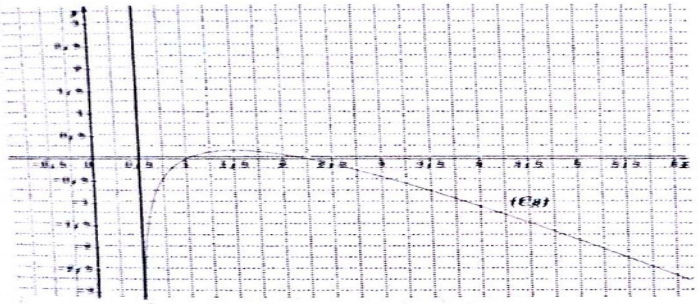
3) $g(1) = 0$ الدالة g رتيبة تماما على المجال $\left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$

و بالتالي صورة المجال $\left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$ بالدالة g هي المجال $\left]-\infty, -\frac{1}{2}+\ln 2\right[$.

و بما أن $-\frac{1}{2}+\ln 2 > 0$ ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ ، الدالة g رتيبة تماما على المجال $]2,3[$ ولدينا $g(2)g(3) < 0$ و بما أن α وحيد فهذا يعني :

أن $2 < \alpha < 3$

ب) رسم (C_g) :



4) حسب البيان فإن $g(x) \geq 0$ لما $x \in [1, \alpha]$

و $g(x) \leq 0$ لما $x \in \left]\frac{1}{2}, 1\right] \cup [\alpha, +\infty[$

تتحدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (d) بدراسة إشارة الفرق $f(x) - x$ أي $g(x)$ و كما هو موضح سابقا فإن في المجال $[1, \alpha]$ يكون (C_f) تحت (d) و في المجال $\left]\frac{1}{2}, 1\right] \cup [\alpha, +\infty[$ يكون (C_f) فوق (d) .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$\begin{cases} -1 = \lambda \times 1 & ; \lambda = -1 \\ 2 = \lambda \times 1 & ; \lambda = 2 \\ -1 = \lambda \times 1 \end{cases}$

وهذا غير ممكن $-1 \neq 2$

ومنه النقط A و B و C ليست على استقامة واحدة فإنه يوجد مستو وحيد في الفضاء يشمل النقط A و B و C وبما أن

$A \in (P)$ لأن : $1 - 2 + 1 = 0$

$B \in (P)$ لأن : $0 - 1 + 1 = 0$

$C \in (P)$ لأن : $2 - 3 + 1 = 0$ فإن: المستوي (P) هو المستوي (ABC) .

ب/ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -1 \times 1 + 2 \times 1 + (-1) \times 1 = 0$

ومنه المثلث ABC قائم في A .

2/ $D(2;3;4)$ نعوض إحداثيات D في معادلة (ABC)

نجد: $2 - 4 + 1 = 0$

$-1 = 0$ مستحيل ومنه النقطة D لا تنتمي إلى (ABC) .

ب/ بما أن D لا تنتمي إلى (ABC) فإن الرباعي $ABCD$ رباعي وجوه .

3/ $d(D;(P)) = \dfrac{|2 - 4 + 1|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ب/ $h = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ و $S = \dfrac{AB \times AC}{2}$

$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (2-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$

$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{3}$

ومنه : $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{2}$ (وحدة مكعبة)

التمرين 13 :

(بكالوريا علمي 2009)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(2;3;-1)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(3;0;-2)$ ، $D(1;-1;-2)$. وليكن (P) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x - y + 2z + 1 = 0$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1) النقط A ، B ، C في إستقامية .

2) (ABD) مستو معادلته الديكارتية هي :

$25x - 6y - z - 33 = 0$

3) المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π) .

4) المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$.

حل التمرين 13 :

1) إذا كانت النقط A ، B ، C على إستقامية واحدة فإن : $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا معناه يوجد عدد حقيقي λ حيث : $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(-1;-5;5)$ و $\overrightarrow{AC}(1;-3;-1)$.

ومنه : $\begin{cases} -1 = \lambda \\ -5 = -3\lambda \\ 5 = -\lambda \end{cases}$ أي : $\begin{cases} \lambda = -1 \\ \lambda = \dfrac{5}{3} \\ \lambda = -5 \end{cases}$

ومنه : $\overrightarrow{AC}$ لا يوازي $\overrightarrow{AB}$ ومنه : (الجواب خاطئ) .

2) إحداثيات النقط A ، B ، D تحقق المعادلة :

$25x - 6y - z - 33 = 0$

من أجل النقطة A: $25(2) - 6(3) - (-1) - 33 = 0$

أي : $0 = 0$.

من أجل النقطة B: $25(1) - 6(-2) - (4) - 33 = 0$

أي : $0 = 0$.

من أجل النقطة D: $25(1) - 6(-1) - (-2) - 33 = 0$

أي : $0 = 0$.

ولدينا : $\overrightarrow{AD}$ لا يوازي $\overrightarrow{AB}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} a+1=-3 \\ b+a=3 \\ b=7 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=-4 \\ b=7 \end{cases}$

وعليه فإن: $P(z)=(z+1)(z^2-4z+7)$

ج) حل المعادلة $P(z)=0$:

$P(z)=(z+1)(z^2-4z+7)$

معناه : $z=-1$ أو $z^2-4z+7=0$

المعادلة : $z^2-4z+7=0$ تقبل حلين هما :

$\Delta=-12=(2\sqrt{3}.i)^2$ و جذراه التربيعيان هما $2\sqrt{3}i$ و $-2\sqrt{3}i$

$z_1=\frac{4+2\sqrt{3}.i}{2}=2+\sqrt{3}.i$ ، $z_1=\frac{4-2\sqrt{3}.i}{2}=2-\sqrt{3}.i$

و عليه حلول المعادلة $P(z)=(z+1)(z^2-4z+7)$ هي:

-1 ، $2-\sqrt{3}.i$ ، $2+\sqrt{3}.i$.

2) أ/ حساب $|z_C-z_A|$ ، $|z_B-z_A|$ و $|z_B-z_C|$

استنتاج طبيعة المثلث ABC:

$z_A=-1$, $z_B=2+i\sqrt{3}$ $z_C=2-i\sqrt{3}$

$|z_C-z_A|=|3-i\sqrt{3}|=\sqrt{3^2+(-\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$

ومنه: $AC=2\sqrt{3}$

$|z_B-z_A|=|3+i\sqrt{3}|$

$=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$

ومنه: $AB=2\sqrt{3}$

$|z_B-z_C|=|2+i\sqrt{3}-2+i\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$

ومنه: $CB=2\sqrt{3}$

نستنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

ب) تعيين z_G لاحقة G مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,2),(C,2)\}$:

$z_G=\frac{-z_A+2z_B+2z_C}{-1+2+2}=3$

ج) حساب طويلة وعمدة للعدد المركب $L=\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$:

$\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}=\frac{-1-(2-i\sqrt{3})}{3-(2-i\sqrt{3})}$

$=\frac{-3+i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}\times\frac{1-i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$

$=\frac{4i\sqrt{3}}{4}=i\sqrt{3}$

$\arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}\right)=\arg(i\sqrt{3})$

$=\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad (k\in Z)$

$\left|\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}\right|=\sqrt{3}$

كتابة L على الشكل الاسي: $L=3.e^{\frac{\pi}{2}.i}$

د) إثبات ان L^{2008} عددا حقيقيا موجبا :

$L^{2008}=\sqrt{3}^{2008}.e^{\frac{2008\pi}{2}.i}$

$=\sqrt{3}^{2008}\left(\cos\frac{2008\pi}{2}+i\sin\frac{2008\pi}{2}\right)$

$=\sqrt{3}^{2008}(\cos 1004\pi+i\sin 1004\pi)$

$=\sqrt{3}^{2008}(\cos 0+i\sin 0)=\sqrt{3}^{2008}=3^{1004}$

هـ) استنتاج طبيعة المثلث GAC:

بما أن: $\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}=\sqrt{3}$ معناه :

$|z_A-z_C|=\sqrt{3}\,|z_G-z_C|$ ومنه $CA=\sqrt{3}CG$

$\arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad (k\in Z)$ و

$\left(\overrightarrow{CG};\overrightarrow{CA}\right)=\frac{\pi}{2}$

ومنه: نستنتج أن المثلث GAC قائم في النقطة C .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

(لأن $3-u_n=2^n$ حسب الفرضية)

إذن: الخاصية صحيحة من أجل $n+1$

نتيجة: من أجل كل عدد طبيعي n فإن $3-u_n=2^n$

3) لدينا: من أجل كل عدد طبيعي n:

$3-u_n=2^n$ إذن $u_n=3-2^n$

التمرين 03:

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r ، حدها الرابع يساوي 3 و حدها الخامس يساوي 5 .

1) أوجد الأساس r و حدها الأول u_0 .

2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) هل العدد 37 حدا من حدود المتتالية (u_n) ، إذا كان حدا ما رتبته .

4) أحسب المجموع: $S=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_{20}$

5) أحسب المجموع: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$ بدلالة n.

حل التمرين 03 :

1) إيجاد الأساس r و حدها الأول u_0 :

لدينا : حدها الرابع يساوي 3 معناه : $u_3=3$ و حدها الخامس يساوي 5 معناه : $u_4=5$.

ونعلم أن : $u_4=u_3+r$ لأن (u_n) متتالية حسابية .

ومنه : $r=u_4-u_3=5-3=2$

ولدينا : $u_3=u_0+3.r$ ومنه : $3=u_0+6$

ومنه $u_0=-3$

2) عبارة الحد العام u_n بدلالة n : $u_n=u_0+n.r$

ومنه : $u_n=-3+2n$

3) نضع : $u_n=37$ ومنه $-3+2n=37$

ومنه $n=20$

ومنه: القيمة 37 حدا من حدود المتتالية (u_n) حيث $u_{20}=37$ ورتبته 21

4) حساب المجموع : $S=u_0+u_1+u_2+\ldots\ldots\ldots+u_{20}$

$S=\frac{20-0+1}{2}.(u_0+u_{20})=\frac{21}{2}(-3+37)=357$

5) حساب المجموع : $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

$S_n=\frac{n-0+1}{2}.(u_0+u_n)$

$=\frac{n+1}{2}(-3+-3+2n)$

$=(n+1)(-3+n)$

التمرين 04:

$(u_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية حدودها موجبة بحيث :

$u_1=1$ و $u_3+u_5=20$

1) أوجد أساس هذه المتتالية وحدد اتجاه تغيرها .

2) أحسب بدلالة n المجموع : $u_1+u_2\ldots\ldots\ldots u_n$

لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي :

$v_n=3\cdot u_n^2+2\cdot 3^n$

3) أحسب بدلالة n المجموع ${u_1}^2+{u_2}^2\ldots\ldots\ldots+{u_n}^2$

ثم أحسب المجموع S_n حيث $S_n=v_1+v_2+\ldots+v_n$

حل التمرين 04 :

1) إيجاد أساس المتتالية (u_n) :

لدينا: $u_3+u_5=20$ ونعلم أن $u_n=u_p.q^{n-p}$

ومنه $u_3=u_1.q^2$ و $u_5=u_1.q^4$

ومنه: $u_1.q^2+u_1.q^4=20$ ومنه: $q^2+q^4=20$

أي $q^4+q^2-20=0$

نضع: $x=q^2$ حيث $(x>0)$

فنحصل على : $x^2+x-20=0$

ومنه: $(x+5)(x-4)=0$ أي: $x=4$ او $x=-5$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب/ التخمين :في الرسم نلاحظ أن : الحدود $u_0 < u_1 < u_2 < u_3 < u_4$ و من جهة أخرى الحدود تتراكم حول العدد 6 و عليه :
فإن : المتتالية (u_n) متزايدة و متقاربة من العدد 6.

2) أ/ لتكن $P(n)$ الخاصية : $u_n \leq 6$
من أجل $n = 0$ $u_0 \leq 6$ صحيحة لأن $\frac{5}{2} \leq 6$
نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي : $u_n \leq 6$ و نبرهن صحة $P(n+1)$ أي $u_{n+1} \leq 6$
لدينا : $u_n \leq 6$ و $\frac{2}{3}u_n \leq 4$ ومنه : $\frac{2}{3}u_n + 2 \leq 6$
أي : $u_{n+1} \leq 6$ إذن : $P(n+1)$ صحيحة.
حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع. فإن : $u_n \leq 6$ لكل $n \in N$

ب) التحقق أن (u_n) متزايدة من أجل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}u_n + 2 - u_n$$
$$= -\frac{1}{3}u_n + \frac{6}{3} = -\frac{1}{3}(u_n - 6)$$

لدينا $u_n - 6 \leq 0$ ومنه $-\frac{1}{3}(u_n - 6) \geq 0$
أي : $u_{n+1} - u_n \geq 0$ إذن : (u_n) متزايدة.

ج/ (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى فهي متقاربة.

3) أ/ من أجل كل عدد طبيعي n.

$$V_{n+1} = u_{n+1} - 6 = \frac{2}{3}u_n + 2 - 6$$
$$= \frac{2}{3}u_n - 4 = \frac{2}{3}(u_n - 6) = \frac{2}{3}V_n$$

أي (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدها الأول $V_0 = -\frac{7}{2}$

ب) $U_n = V_n + 6 = -\frac{7}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n + 6$

ولدينا: $\lim_{n\to+\infty} U_n = 6$ لأن $\left(\frac{2}{3}\right)^n \to 0$

التمرين 17

(بكالوريا 2009 علمي)

(u_n) متتالية معرفة على N كما يلي :

$u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ و $u_{n+2} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$

المتتالية (v_n) معرفة على N كما يلي : $v_n = u_{n+1} - u_n$

1) أحسب v_0 و v_1 .

2) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

3) أ/ أحسب بدلالة n المجموع S_n :

$S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_n = \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + 1$$

حل التمرين 17 :

1) $v_0 = u_{0+1} - u_0 = u_1 - u_0 = 2 - 1 = 1$
$v_1 = u_{1+1} - u_1 = u_2 - u_1$
حيث : $u_2 = \frac{4}{3}u_1 - \frac{1}{3}u_0 = \frac{4}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 1 = \frac{7}{3}$
ومنه : $v_1 = u_{1+1} - u_1 = u_2 - u_1 = \frac{7}{3} - 2 = \frac{1}{3}$

2) (v_n) متتالية هندسية إذا تحقق مايلي : من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $v_{n+1} = v_n \times q$ (q عدد حقيقي ثابت)
لدينا : من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n - u_{n+1}$$
$$= \frac{1}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n = \frac{1}{3}(u_{n+1} - u_n) = \frac{1}{3}v_n$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

أي : $F(x)=x-(x+3)\ln(x+1)+(x-1)\ln(x-1)$

هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

التمرين 19 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ :

$$f(x)=e^x-ex-1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب) أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α .

د) ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C) على المجال $]-\infty;2]$.

3) أ) أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$.

ب) أثبت أن : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$

(ua هي وحدة المساحات).

حل التمرين 19 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ :

$$f(x)=e^x-ex-1$$

1. أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-\lim_{x\to+\infty}(e^x-ex-1)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-\lim_{x\to+\infty}(e^x-ex-1)$$

$$=\lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x}-e-\frac{1}{x}\right)=+\infty$$

لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{e^x}{x}\right)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$

ب) حساب $f'(x)$ و دراسة إشارتها : الدالة f قابلة للاشتقاق على R و : $f'(x)=e^x-e$

دراسة إشارتها : $f'(x)=0$ تعني أن : $e^x-e=0$

أي : $e^x=e$ و بالتالي : $x=1$. و عليه : $f'(x)>0$ لما $x>1$ و بالتالي الدالة f متزايدة تماما و :

$f'(x)<0$ لما $x<1$ و بالتالي الدالة f متناقصة تماما.

ج) جدول تغيرات الدالة f :

لدينا : $f(1)=e^1-e(1)-1=-1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

2. أ. إثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$:

لدينا :

$$\lim[f(x)-(-ex-1)]=\lim(e^x-ex-1+ex+1)$$

$$=0$$

و منه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-ex-1$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ب) كتابة معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0:

لدينا : $f(0)=0$ و $f'(0)=1-e$

و عليه : $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ أي : $y=(1-e)x$.

ج) إثبات أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1.75;1.76[$ حلا وحيدا α :

بما أن الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$

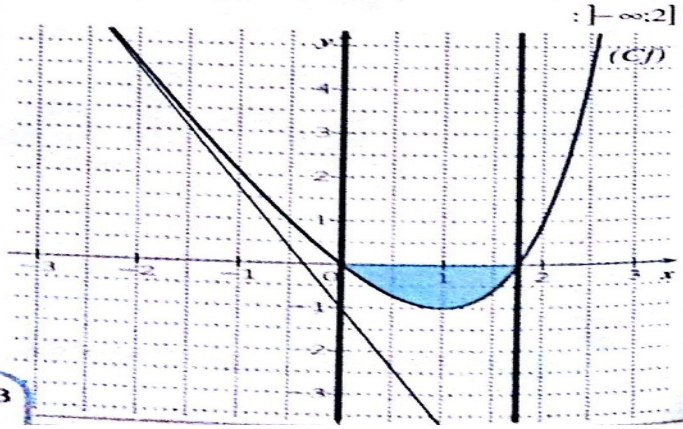
و المجال $]1.75;1.76[$ $\subset$ $]1;+\infty[$ فإن الدالة f مستمرة و متزايدة تماما عليه.

من جهة أخرى : $f(1.75)=e^{1.75}-1.75e-1\approx -0.0024$

$f(1.76)=e^{1.76}-1.76e-1=0.028$

و عليه $f(1.75)\times f(1.76)<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد من المجال $]1.75;1.76[$ يحقق : $f(\alpha)=0$.

د) رسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C) على المجال $]-\infty;2]$:



3. أ. حساب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$:

بما أن : $f(x)-y<0$ لما $x\in]0;\alpha[$ فإن :

$$A(\alpha)=\int_0^{\alpha}[y-f(x)]dx=\int_0^{\alpha}(-e^x+ex+1)dx$$

$$A(\alpha)=\left[-e^x+\frac{e}{2}x^2+x\right]_0^{\alpha}$$

$$A(\alpha)=\left[-e^{\alpha}+\frac{e}{2}\alpha^2+\alpha\right]-\left(-e^0+\frac{e}{2}(0)^2+0\right)$$

$$=\left[-e^{\alpha}+\frac{e}{2}\alpha^2+\alpha+1\right]ua$$

ب. إثبات أن : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$:

بما أن $f(\alpha)=0$ فإن : $e^{\alpha}-e\alpha-1=0$

أي : $e^{\alpha}=e\alpha+1$

و عليه : $A(\alpha)=\left(-e^{\alpha}+\frac{1}{2}e\alpha^2+\alpha+1\right)ua$

$$A(\alpha)=\left(-e\alpha-1+\frac{1}{2}e\alpha^2+\alpha+1\right)ua$$

$$=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$$

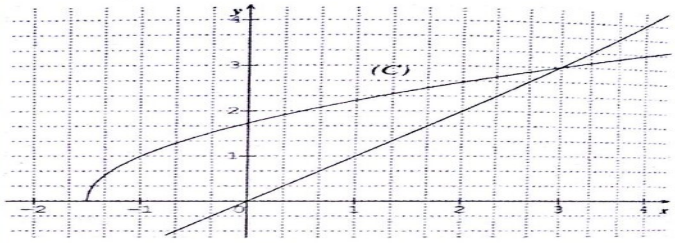
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الموضوع 1 (دورة جوان 2012)

التمرين 01:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$.



1) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{2x+3}$، و (C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. (أنظر الشكل أعلاه).

أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على محور الفواصل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0. (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 3$.

3) أ) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين 02:

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z = \frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ (حيث $z \neq 2-3i$).

– حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

2) ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب: z_A و z_B حيث: $z_A = 1+i\sqrt{5}$ و $z_B = 1-i\sqrt{5}$.

– تحقق أن A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z، $(z \neq 2-3i)$ النقطة M' لاحقتها Z' حيث: $z' = \frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ لواحقها على الترتيب E, D, C النقط $z_C = -2i$، $z_D = 2-3i$، $z_E = 3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$.

أ– عبّر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM.

ب– استنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

تحقق أن E تنتمي إلى (γ).

التمرين 03:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $14x + 16y + 13z - 47 = 0$ والنقط $A(1;-2;5)$، $B(2;2;-1)$، $C(-1;3;1)$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1) أ) تحقق أن النقط A، B و C ليست في استقامة.

ب) بيّن أن المستوي (ABC) هو (P).

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

3) أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

ب- تحقق أن النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي إلى المستوي (Q).

ج- أحسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين 04:

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=x+5+6Ln\left(\frac{x}{x-1}\right).$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$،

$$f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}.$$

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- أدرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين α و β حيث $-3,5<\alpha<-3,4$ و $-1,1<\beta<-1$.

5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

6) أ- نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6Ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6Ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$.

بيّن أن $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6Ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

ب- بيّن أن المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها.

7) لتكن g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6xLn\left(\frac{x}{x-1}\right)+6Ln(1-x)$$

بيّن أن g دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

❸ ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) إيجاد الكتابة المركبة للتشابه S:

العبارة المركبة للتشابه هي: $z'-z_C=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_C)$

$$z'-z_C=\sqrt{3}i(z-z_C)$$
$$z'=\sqrt{3}iz-\sqrt{3}iz_C+z_C$$
$$z'=\sqrt{3}iz-\sqrt{3}i(3-i\sqrt{3})+3-i\sqrt{3}$$
$$z'=\sqrt{3}iz-3\sqrt{3}i-3+3-i\sqrt{3}$$
$$z'=\sqrt{3}iz-4\sqrt{3}i$$

ومنه العبارة المركبة للتشابه هي: $z'=\sqrt{3}iz-4\sqrt{3}i$.

ب) تعيين z_A لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S:

A' صورة النقطة A بالتشابه S يعني أن:

$$z_{A'}=\sqrt{3}iz_A-4\sqrt{3}i$$
$$z_{A'}=6\sqrt{3}i-4\sqrt{3}i$$
$$z_{A'}=2\sqrt{3}i$$

ج) إثبات أن النقط A', B, A في استقامية:

النقط A', B, A على استقامة واحدة يعني أن

$$\frac{z_A-z_B}{z_A-z_{A'}}\in R$$

لدينا: $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_{A'}}=\frac{6-3-\sqrt{3}i}{6-2\sqrt{3}i}$

أي: $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_{A'}}=\frac{3-\sqrt{3}i}{6-2\sqrt{3}i}=\frac{(3-\sqrt{3}i)}{2(3-\sqrt{3}i)}=\frac{1}{2}$

و بالتالي النقط A', B, A على استقامة واحدة.

حل التمرين 04:

I) لتكن g الدالة المعرفة على R كما يلي: $g(x)=1-xe^x$.

❶ حساب $\lim_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)$:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(1-xe^x)=-\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}(1-xe^x)=1$$

❷ دراسة اتجاه تغيرات الدالة g و تشكيل جدول تغيراتها:

g دالة قابلة للاشتقاق على R ودالتها المشتقة هي g' حيث:

$$g'(x)=-e^x-xe^x$$
$$g'(x)=(-1-x)e^x$$

إشارة المشتقة من إشارة $-1-x$ لأنه من اجل كل عدد حقيقي: $e^x>0$.

لدينا $-1-x=0$ ومنه: $x=-1$ وعليه الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ومتناقصة تماما على المجال $[-1;+\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	$1-\frac{1}{e}$	↘	$-\infty$

❸ أ- إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$:

من جدول تغيرات الدالة نلاحظ أن g متناقصة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ وتأخذ قيمها في المجال $\left]-\infty;1-\frac{1}{e}\right]$ و العدد صفر ينتمي إلى $\left]-\infty;1-\frac{1}{e}\right]$ إذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$.

ب- التحقق أن $0,5<\alpha<0,6$ واستنتاج إشارة $g(x)$ على R:

لدينا: $g(0,6)=-0,09$ و $g(0,5)=0,18$

و بما أن $g(0,5)\times g(0,6)<0$ إذن $0,5<\alpha<0,6$.

إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM