الدالة الأسية

تعريف الدالة الأسية

♠ الدالة الأسية f هي الدالة الوحيدة القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق
$f(0)=1$ ♦ [2] $f'=f$ ♦ [1]
ونكتب $f(x)=exp(x)$ و $f(x)=e^x$

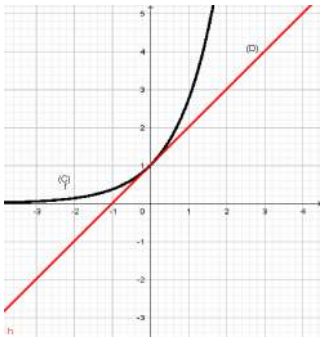
خواص

$e^0=1$ ♦ [1] ، $e^1=e\approx 2.71$ ♦ [2] ، $e^x\neq 0$ ♦ [3] ، $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ ♦ [4] ، $e^{x+y}=e^x\times e^y$ ♦ [5]
$e^{x-y}=\dfrac{e^x}{e^y}$ ♦ [6] ، $(e^x)^n=e^{nx}$ ♦ [7] ، $(e^x)'=e^x$ ♦ [8] ، $e^x=e^y\Leftrightarrow x=y$ ♦ [9] ، $e^x<e^y\Leftrightarrow x<y$ ♦ [10]

✠ الدالة المشتقة :

♠ $f(x)=e^x$ فإن $f'(x)=e^x$ فهي دالة متزايدة على $\mathbb{R}$ ومنه من أجل كل عددين حقيقيين x و y
$x=y$ معناه $e^x=e^y$ ♦ [1] $x<y$ معناه $e^x<e^y$ ♦ [2] $x=ln(y)$ معناه $e^x=y$ ♦ [3]

✠ جدول تغيرات و التمثيل البياني للدالة الأسية :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	0	1	$+\infty$

✠ مشتقة دالة أسية :

♠ نضع $f(x)=e^{u(x)}$ حيث u دالة عددية .
♠ إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I و بالتالي : $f'(x)=u'(x)e^{u(x)}$

✠ النهايات الشهيرة :

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ ♦ [1] $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ ♦ [2] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$ ♦ [3]
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$ ♦ [4] $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0$ ♦ [5] $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^n}=+\infty$ ♦ [6] $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$ ♦ [7]

✠ المعادلات التفاضلية :

[1] ♦ حل المعادلة التفاضلية $y'=ay$ هو من الشكل : $y=Ce^{ax}$ (C عدد حقيقي ثابت كيفي)
[2] ♦ حل المعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ هو من الشكل : $y=Ce^{ax}-\dfrac{b}{a}$ (C عدد حقيقي ثابت كيفي)

الدالة اللوغارتمية النيبرية

تعريف الدالة اللوغارتمية

♠ نسمي الدالة اللوغارتمية النيبرية الدالة التي نرمز لها بـ ln هو التي ترفق كل x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$ ونكتب $f(x)=\ln(x)$

خواص

$\ln 1=0$ ♦ [1] ، $\ln e=1$ ♦ [2] ، $\ln(a\times b)=\ln(a)+\ln(b)$ ♦ [3] ، $\ln(\frac{a}{b})=\ln(a)-\ln(b)$ ♦ [4]

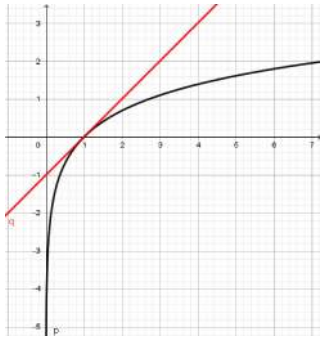
، $\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\ln a$ ♦ [7] ، $\ln(a)^n=n\ln(a)$ ♦ [6] $\ln(\frac{1}{a})=-\ln(a)$ ♦ [5]

$a=b$ معناه $\ln(a)=\ln(b)$ ♦ [8] $a<b$ معناه $\ln(a)<\ln(b)$ ♦ [9]

✠ الدالة المشتقة :

♠ $f(x)=\ln(x)$ فإن $f'(x)=\frac{1}{x}$ فهي دالة متزايدة على $]0;+\infty[$

✠ جدول تغيرات و التمثيل البياني للدالة اللوغارتمية :



x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖		+				
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$

✠ مشتقة دالة لوغارتمية :

♠ نضع $f(x)=\ln(u(x))$ حيث u دالة عددية و $u\neq 0$.

♠ إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I و بالتالي : $f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$

♠ ملاحظة : إذا كانت $f(x)=\ln|u(x)|$ فإن $f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$.

✠ النهايات الشهيرة :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ♦ [1] $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\ln x=-\infty$ ♦ [2] $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}x\ln x=0^-$ ♦ [3] $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln x+1}{x}=1$ ♦ [4]

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0^+$ ♦ [5] $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0^+$ ♦ [6] $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}x^n\ln x=0$ ♦ [7] $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=1$ ♦ [8]

✠ دالة اللوغاريتم العشري :

♠ نسمي دالة اللوغاريتم العشري الدالة التي نرمز لها بـ log و المعرفة ب : $\log x=\frac{\ln x}{\ln 10}$

✓ التمرين 01 ◄

♠ بسط العبارات التالية :

[1] $(e^2)^3.(e^{-5}.e^{-1}).e^{-5}.e^4$ ♦ [2] $(e^x)^3.e^{-5x}$ ♦ [3] $(e^3-2)^2-(e^3+2)^2$ ♦ [4] $\dfrac{e^{2x+3}}{e^{-2x}}$ ♦ [5] $\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^{2x}}$

✓ التمرين 02 ◄

♠ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x مايلي :

[1] $e^{-x}-e^{-2x}=\dfrac{e^x-1}{e^{2x}}$ ♦ [2] $\dfrac{e^x}{2+e^x}=\dfrac{1}{2e^{-x}+1}$ ♦ [3] $\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ ♦ [4] $x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}=x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$

✓ التمرين 03 ◄

♠ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c في كل حالة من الحالات التالية :

[1] $\dfrac{e^x-2}{e^x+1}=a+\dfrac{b}{e^x+1}$ ♦ [2] $\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}=ae^x+b+\dfrac{c}{e^x+2}$ ♦ [3] $\dfrac{e^{2x}-3e^x+5}{e^x+2}=ae^x+b+\dfrac{c}{e^x+2}$

✓ التمرين 04 ◄

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

[1] $e^{2x}=1$ ♦ [2] $2e^x+6=0$ ♦ [3] $e^{2x+1}-(e^x)^3=0$ ♦ [4] $e^{|x-1|}-e^2=0$ ♦ [5] $e^{x^2+3x-3}=e^{2x-1}$

[6] $(2e^{-x}-6).(-e^x+2)=0$ ♦ [7] $e^{2x}-3e^x+2=0$ ♦ [8] $e^x+2e^{-x}-3=0$ ♦ [9] $\dfrac{2e^x}{e^x+1}=\dfrac{1}{e^{-x}}$

✓ التمرين 05 ◄

♠ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

[1] $e^{3x}\leq 1$ ♦ [2] $e^x+6>0$ ♦ [3] $(-e^x+3).(e^x-e^2)\geq 0$ ♦ [4] $(e^{-x}-2).(e^x-1)\geq 0$ ♦ [5] $\dfrac{e^x-1}{2-e^x}>0$

[6] $e^{2x}-5e^x+6<0$ ♦ [7] $2e^{2x}-5e^x+2\geq 0$

✓ التمرين 06 ◄

[1] ♦ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $(2x+1)(x^2-5x+6)=2x^3-9x^2+7x+6$

[2] ♦ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $6e^{-3x}+7e^{-2x}-9e^{-x}+2=0$

[2] ♦ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2e^{3x}-9e^{2x}+7e^x+6\leq 0$

✓ التمرين 07 ◄

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التفاضلية التالية :

[1] $y'=2y$ ♦ [2] $2y'-y=0$ ♦ [3] $y'+3y=2$ ♦ [4] $3y'-2y+1=0$

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التفاضلية التالية المرفقة بالشرط الإبتدائي :

[1] $y'-3y=0$ و $f(0)=3$ ♦ [2] $2y'+y=0$ و $f(\ln 4)=1$ ♦ [3] $y'+3y=2$ و $f(0)=2$

✓ التمرين 08 ◄

♠ أدرس تغيرات الدالة f على مجموعة التعريف D_f في كل حالة من الحالات التالية :

[1] $f(x)=3x-2+e^x$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [2] $f(x)=e^x-ex-1$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[3] $f(x)=(x-1)e^x$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [4] $f(x)=(2-x)e^x-1$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[5] $f(x)=(x+1)e^{-x}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [6] $f(x)=e^x+2e^{-x}-3$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[7] $f(x)=2+(x-1)e^{-x}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [8] $f(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[9] $f(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [10] $f(x)=2-x^2e^{1-x}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[11] $f(x)=(1-x)e^{-x+1}+1$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [12] $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[13] $f(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [14] $f(x)=(1-2x-e^{2x-2}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$;

[15] $f(x)=e^{2x}-5e^x+3x+1$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [16] $f(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}-\{0\}$; [17] $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$ ♦

[18] $f(x)=\dfrac{e^{2x}-2}{1-e^x}$ ♦ $D_f=\mathbb{R}$; [19] $f(x)=\dfrac{x}{x-1}.e^{-x}$ ♦ $D_f=]-\infty;1[$;

✓ التمرين 09 ◄

♠ بسط العبارات التالية :

[1] ♦ $\ln e^2 + \ln \sqrt{e}$; [2] ♦ $\ln e\sqrt{e}$; [3] ♦ $\ln e + \ln \frac{1}{e}$; [4] ♦ $\frac{e^{\ln 8}}{e^{3\ln 2}}$; [5] ♦ $(\ln \frac{1}{e})^2 + (\ln \frac{1}{e})^2$; [6] ♦ $\frac{e^{3+\ln 8}}{e^{2+\ln 4}}$

[7] ♦ $\frac{e^{2+\ln 3}}{e^{1-2\ln 3}}$; [8] ♦ $\ln \sqrt{e^5}$; [9] ♦ $e^{\ln 3} + e^{-\ln 5}$; [10] ♦ $2\ln(2+\sqrt{5}) + \ln(9-4\sqrt{5})$

[11] ♦ $\ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \ln \frac{5}{6} + \ln \frac{6}{7}$

✓ التمرين 10 ◄

[1] ♦ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي $x > 1$: $e^{\ln(x-1)+\ln x} = x^2 - x$

[2] ♦ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $\ln(e^x + 1) = x + \ln(1 + e^{-x})$ و $\ln(e^x + e^{-x}) = x + \ln(1 + e^{-2x})$

[3] ♦ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $\ln(1 + x) = \ln x + \ln(1 + \frac{1}{x})$

✓ التمرين 11 ◄

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

[1] ♦ $\ln x = 2$; [2] ♦ $\ln x = -3$; [3] ♦ $2\ln x - 1 = 0$; [4] ♦ $\ln x^2 = 1$; [5] ♦ $(\ln x)^2 = 1$

[6] ♦ $\ln(x^2 - 1) = 0$; [7] ♦ $\ln|x + 3| = 0$; [8] ♦ $\ln(x + 3)(x + 2) = \ln(x + 11)$

[9] ♦ $\ln(x + 3) + \ln(x + 2) = \ln(x + 11)$; [10] ♦ $\ln(x + 2) - \ln 5 = 2\ln 2 - \ln(x - 2)$

[11] ♦ $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$

✓ التمرين 12 ◄

♠ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

[1] ♦ $\ln(2x^2 - 3x - 2) \leq 2\ln 2$; [2] ♦ $\ln(2x - 5) + \ln(x + 1) =\leq 2\ln 2$; [3] ♦ $2\ln(x + 5) \geq \ln(x + 7)$

[4] ♦ $\ln(-x^2 + x) > \ln 2x$; [5] ♦ $x\ln x - \ln x = 0$; [6] ♦ $(-2 + \ln x).(1 - 2\ln x) \geq 0$

[7] ♦ $(\ln x)^2 - \ln x - 2 \geq 0$

✓ التمرين 13 ◄

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

[1] ♦ $\log(x) = 4$; [2] ♦ $\log(x) = -3$; [3] ♦ $\log(x) = 0.01$; [4] ♦ $\log(x) < 10$

[5] ♦ $\log(x) < \log(1 - x)$; [6] ♦ $\log(\frac{x+3}{x-4}) - 1 < 0$

✓ التمرين 14 ◄

♠ أدرس تغيرات الدالة f على مجموعة التعريف D_f في كل حالة من الحالات التالية :

[1] ♦ $D_f =]-1;+\infty[$; $f(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$

[2] ♦ $D_f =]-1;+\infty[$; $f(x) = x - 1 + \frac{\ln(x+1)}{1+x}$

[3] ♦ $D_f =]\frac{1}{2};+\infty[$; $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$

[4] ♦ $D_f =]1;+\infty[$; $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\frac{x-1}{x+1}$

[5] ♦ $D_f =]-\infty;0[$; $f(x) = x + 5 + 6\ln(\frac{x}{x-1})$

[6] ♦ $D_f =]-1;+\infty[$; $f(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$

[7] ♦ $D_f =]-1;+\infty[$; $f(x) = x - (\frac{1 - 2\ln(x+1)}{x+1})$

[8] ♦ $D_f =]0;+\infty[$; $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$

[9] ♦ $D_f =]0;+\infty[$; $f(x) = x^2 + 1 - \ln x$

[10] ♦ $D_f =]0;+\infty[$; $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$

[11] ♦ $D_f =]-1;+\infty[$ $f(x) = -1 + (x + 1)e + 2\ln(x + 1)$

[12] ♦ $D_f =]-1;+\infty[$; $f(x) = \frac{e}{x+1}\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} + x - 1$

[13] ♦ $D_f =]-\frac{1}{2};+\infty[$; $f(x) = \frac{1 + 2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$

[14] ♦ $D_f =]-\frac{1}{2};+\infty[$; $f(x) = 2[-x + \ln(2x + 1)]$

[15] ♦ $D_f =]0;+\infty[$; $f(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$

[16] ♦ $D_f =]0;+\infty[$; $f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 + x\ln x}$

تمارين الدالة الأسية و اللوغارتمية

✓ التمرين 01 ◄

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = ax + b - \dfrac{4e^x}{e^x + 2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

[1] ♦ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A(ln2;ln2)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل .

[2] ♦ أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

✓ التمرين 02 ◄

♠ f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + 2 - e^x$.

[1] ♦ ادرس تغيرات الدالة f

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا α. ثم استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $[0;+\infty[$

[3] ♦ باستعمال جدول القيم جد حصرا للعدد α.

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	0.281	0.095	-0.120	-0.369	-0.655

✓ التمرين 03 ◄

♠ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (2 - x)e^x - 2$.

[1] ♦ ادرس تغيرات الدالة f

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث $1.59 < \alpha < 1.60$

[3] ♦ عين حسب قيم x اشارة $f(x)$

♠ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي : $g(x) = [f(x)]^2$

[4] ♦ احسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

[5] ♦ عين اشارة $g'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

✓ التمرين 04 ◄

♠ نعتبر الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}*$ كما يلي: $f(x) = x - \dfrac{1}{e^x - 1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أثبت أن النقطة $w(0;\dfrac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

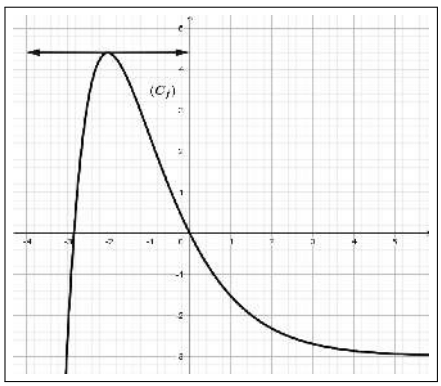
[2] ♦ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ معادلتهما $y = x + 1$ و $y = x$

[3] ♦ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

✓ التمرين 05 ◄

♠ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x + a)e^{-x} + b$.

و a و b عددان حقيقيان . وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



[1] ♦ بقراءة بيانية للمنحني (C_f)

أ) ♠ عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$.

ب) ♠ عين حسب قيم x إشارة $f(x)$

[2] ♦ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = (x + 3)e^{-x} - 3$.

[3] ♦ شكل جدول تغيرات الدالة f

✓ التمرين 06 ◄

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x^2+a+b\ln(x)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

[1] ♦ عيّن a و b بحيث (C_f) يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4

[2] ♦ أدرس تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$. ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$

✓ التمرين 07 ► BAC2019 علوم تجريبية ◄

♠ f الدالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .

ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

[2] ♦ ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0;2[\cup]2;+\infty$ و شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ نسمي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغارتمية النيبرية " $\ln$ " في المعلم السابق .

أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ).

[4] ♦ أرسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f).

[5] ♦ g الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $g(x)=f(-2x)$.

دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها

✓ التمرين 08 ◄

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أحسب $f(-x)+f(x)$ من اجل كل عدد حقيقي ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

[2] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) ♠ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+2)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

[4] ♦ أ) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-1.7<\alpha<-1.6$.

ب) ♠ من أجل أي قيمة للعدد k ، يكون العدد $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x)=k$.

[5] ♦ ارسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

✓ التمرين 09 ► BAC2010 علوم تجريبية ◄

♠ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، و فسر هندسيا النتيجة .

[2] ♦ ادرس تغيرات الدالة f على كل المجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ معادلتهما $y=x+1$ و $y=x$

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيمين $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

[4] ♦ أثبت أن النقطة $w(0;\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

[5] ♦ أ) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2<\alpha<1$ و $-1.3<\beta<-1.4$.

ب) ♠ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم $(\triangle)$ ؟

جـ) ♠ ارسم $(\triangle)$ و $(\triangle')$ ثم المنحنى (C_f).

د) ♠ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

✓ التمرين 10 ► BAC2009 علوم تجريبية ◄

♠ h دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$.

[1] ♦ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها .

[3] ♦ أحسب $h(0)$ واستنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x

♠ لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) ♠ باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أن $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$

جـ) ♠ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

د) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

هـ) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل .

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

[3] ♦ بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

[4] ♦ أرسم (C_f).

✓ التمرين 11 ◄

♠ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

$(\triangle)$ المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

بقراءة بيانية :

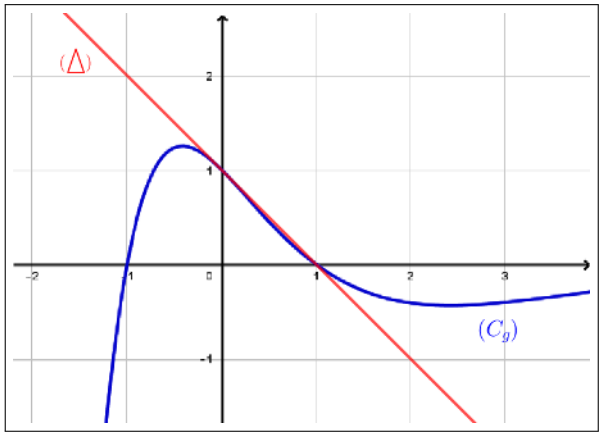
[1] ♦ أ) ♠ عيّن $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

ب) ♠ أكتب معادلة لـ $(\triangle)$.

[2] ♦ بإستخدام المعطيات السابقة بيّن أن : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

♠ لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{t\to-\infty} f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{t\to+\infty} = 0$

(نقبل أن $\lim\limits_{t\to-\infty} t^2e^t = 0$)

ب) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=g(x)$

جـ) ♠ أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

د) ♠ عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

هـ) ♠ أكتب معادلة (d) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

[2] ♦ h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=f(x^2)$.

♦ دون حساب عبارة $h(x)$ أحسب $h'(x)$ وشكل جدول تغيراتها .

✓ التمرين 12 ► BAC2013 علوم تجريبية ◄

♠ g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+4-\ln(x+1)$.

[1] ♦ أدرس تغيّرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها .

[2] ♦ استنتج أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $g'(x)>0$

♠ f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{t\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

[2] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ حيث f' هي مشتقة الدالة f.

ب) ♠ أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$، ثم تحقق أن $0<\alpha<0.5$

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle)$ ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم $(\triangle)$.

[4] ♦ نقبل المستقيم (T) ذو المعادلة $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

أ) ♠ أحسب x_0

ب) ♠ أرسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثم المنحنى (C_f).

جـ) ♠ عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين .

✓ التمرين 13 ◄

♠ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(a-2x)e^{x+1}+b$.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

[1] ♦ عين a و b حيث يحققان الشرطان التاليان :

♦ g هي حل للمعادلة التفاضلية: $y'-y=-2e^{x+1}-2$

♦ المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 عند النقطة ذات الفاصلة -1

[2] ♦ نقبل الأن : $a=1$ و $b=2$

أ) ♠ أكتب عبارة $g(x)$، ثم أدرس تغيرات الدالة g (حساب النهايات مطلوب نقبل أن $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$)

ب) ♠ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]0.68; 0.69[$

♠ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + \dfrac{4x+2}{1+e^{x+1}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{t\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (نقبل أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^t}{t} = +\infty$)

ب) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$

جـ) ♠ استنتج إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

[2] ♦ بيّن أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

[3] ♦ أ) ♠ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x-3) = \dfrac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

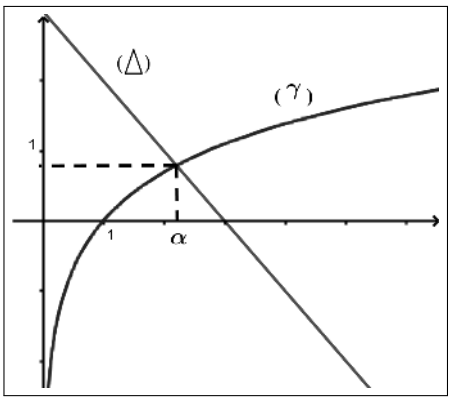
ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (4x-3)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

[4] ♦ أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم $(\triangle)$ الذي معادلته $y = 4x - 3$.

[5] ♦ أرسم المنحنى (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

✓ التمرين 14 ► BAC2015 علوم تجريبية ◄

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



[I] ♦ (γ) التمثيل البياني للدالة $x \to \ln x$ و $(\triangle)$ المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و $(\triangle)$.

[1] ♦ بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى $(\triangle)$ على $]0;+\infty[$

[2] ♦ g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 3 + \ln x$

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

[3] ♦ تحقق أن : $2.2 < \alpha < 2.3$

[II] ♦ f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = (1 - \dfrac{1}{x})(\ln x - 2)$. و (C_f) تمثيلها البياني .

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$. ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f

[3] ♦ بيّن أن : $f(\alpha) = \dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

[4] ♦ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبةإلى حامل محور الفواصل ، ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0;e^2]$.

✓ التمرين 15 ► BAC2015 علوم تجريبية ◄

[I] ♦ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

[1] ♦ ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن : $0.36 < \alpha < 0.37$

[3] ♦ استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

[II] ♦ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
[1] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.
ب) ♠ استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.
[2] ♦ أحسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$ ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f
[3] ♦ أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
[4] ♦ أدرس وضعية المنحنى (C_g) بالنسبةإلى المستقيم $(\triangle)$ الذي معادلته $y = -x + 1$.
[5] ♦ أنشئ $(\triangle)$ و (C_g) على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$. نأخذ $f(-\alpha) \approx 0.1$

✓ التمرين 16 ► BAC2012 علوم تجريبية ◄

♠ لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;0[$ كما يلي : $f(x) = x + 5 + 6\ln(\frac{x}{x-1})$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$: $f'(x) = \dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$
استنتج إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .
[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle)$ الذي معادلته $y = x + 5$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$
ب) ♠ أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم $(\triangle)$.
[4] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $-3.5 < \alpha < -3.4$ و $-1.1 < \beta < -1$.
[5] ♦ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم $(\triangle)$.
[6] ♦ أ) ♠ نعتبر النقطتين $A(-1;3+6\ln(\frac{3}{4}))$ و $B(-2;\frac{5}{2}+6\ln(\frac{3}{4}))$
بيّن أن : $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).
ب) ♠ بين أن المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في M_0 يطلب تعيين احداثياتها .

✓ التمرين 17 ◄

♠ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x + 2 - \dfrac{4e^x}{e^x+2}$.
(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
[1] ♦ أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = x - 2 + \dfrac{8}{e^x+2}$.
[2] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
ب) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) = (\dfrac{e^x-2}{e^x+2})^2$
جـ) ♠ استنتج إتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها .
[1] ♦ بيّن دون حساب $g''(x)$ أن للمنحنى (C_g) نقطة إنعطاف يطلب تعيين احداثياها.
[4] ♦ أثبت أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ يطلب تعيين معادلتهما .
أدرس وضعية المنحنى (C_g) بالنسبة إلى كل من $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

[5] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2<\alpha<-1$
[6] ♦ أرسم المستقيمين المقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$. ثم المنحنى (C_f).
[7] ♦ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

✓ التمرين 18 ► BAC 2014 رياضيات ◄

[1] ♦ f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
أ) ♠ أدرس تغيرات الدالة f
ب) ♠ أكتب معادلة المماس $(\triangle)$ للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e أساس اللوغاريتم النيبري)
جـ) ♠ عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم أرسم (C_f) على المجال $]0;e^2]$
[2] ♦ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\ln x$.
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
أ) ♠ أدرس تغيرات الدالة g
ب) ♠ عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم أرسم (C_g) على المجال $]0;e^2]$

✓ التمرين 19 ◄

$[I]$ ♦ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2e^{2x}-5e^x+2$.
[1] ♦ بيّن أن : $g(x)=(2e^x-1)(e^x-2)$.
[2] ♦ ادرس اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
$[II]$ ♦ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=-2x+2+\dfrac{e^x}{1-e^x}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
[1] ♦ بيّن أن : $f(x)=-2x+1+\dfrac{1}{1-e^x}$.
[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة .
جـ) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(1-e^x)^2}$
د) ♠ استنتج إتجاه تغيّر الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .
[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ معادلتيهما $y=-2x+2$ و $y=-2x+1$.
ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى كل من $(\triangle)$ و $(\triangle')$.
[4] ♦ أثبت أن النقطة $A(0;\frac{3}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).
[5] ♦ أرسم المستقيمين المقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$. ثم المنحنى (C_f).
[6] ♦ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=-2x+m$.

✓ التمرين 20 ► BAC 2012 رياضيات ◄

$[I]$ ♦ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2-xe^x$.
[1] ♦ ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن : $0.8<\alpha<0.9$

[II] ♦ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

[2] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle')$ ذا المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

[3] ♦ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى كل من $(\triangle)$ و $(\triangle')$. حيث $(\triangle)$ هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$

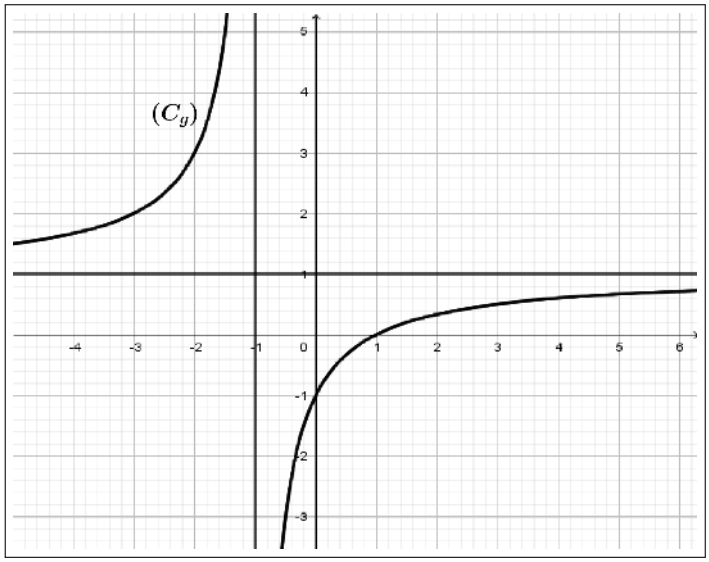
[4] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ثم استنتج إتجاه تغيّر الدالة f

ب) ♠ بين أن : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

[5] ♦ أرسم $(\triangle)$ ، $(\triangle')$. و (C_f).

[6] ♦ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

✓ التمرين 09 ► BAC2011 علوم تجريبية ◄



[I] ♦ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :
$g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي
منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل المقابل.

✠ بقراءة بيانية ✠

أ) ♠ شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) ♠ حل بيانيا المتراجحة $g(x)\geq 0$

جـ) ♠ عين بيانيا قيم x التي من أجلها $0<g(x)<1$

[II] ♦ لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .

[2] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

ب) ♠ أحسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

[3] ♦ باستعمال الجزء [I] السؤال جـ)، عيّن اشارة العبارة $\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$

سلسلة المتفوق في الرياضيات

Bac 2022

تمارين ومسائل في الدوال الأسية

-مبرهنة القيم المتوسطة (الدوال المساعدة)

التزايد المقارن(حساب النهايات)

حصر العدد $f(\alpha)$

-التفسير الهندسي للعدد المشتق –معادلة المماس

-المستقيمات المقاربة

-مركز ومحور التناظر

-انشاء منحنيات دوال تحوي رمز القيمة مطلقة

-بعض المناقشات البيانية

$$f(x)=\mathrm{f(m)}$$
$$f(x)=e^{m}$$
$$f(x)=\ln m$$
$$f(x)=mx+b$$

BY LALAOUNA ALI MOUNIR

by Lalaouna ALI MOUNIR

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 1

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8<\alpha<1.9$.

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أنّ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(0),f(3)$ ثم أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
$(E): f(x)=x+m$

تمرين 2

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$.

2- نضع $a=1$ ، $b=0$ ، $c=-3$

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و (C_f) .

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6- أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$

7- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 3

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (وحدة الطول $1\ cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0{,}1 < \alpha < 0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

4) ارسم (d) , (T) و (C_f).

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x) = xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x = -1$.

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x = 2$ و $x = 0$.

تمرين 4

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$ و (c) تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس

1. ا/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x , $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$

ب/ أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

ج/ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (D)

2. أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x , $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$

ب/ احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم (D') الذي معادلته $y = -x + \ln 2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

ج/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (D')

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

4. ارسم (D) و (D') و (C)

5. نضع : $I = \int_2^3 [f(x) - x]\, dx$

1- فسر هندسيا العدد I

2- بين أنه من اجل كل x من $[0, +\infty[$, $\ln(1 + x) \leq x$

3- أستنتج أن $0 \leq I \leq \int_2^3 2e^{-2x} dx$ واعط حصرا للعدد I سعته 0.02

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 5

1) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=x^2e^x$

أ*/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب*/ استنتج أنه : إذا كان $0\prec x\prec 1$ فإن $g(x)\prec g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x\succ 1$ فإن $g(x)\succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\left(x^2-2x+2\right)e^x+e^{\frac{1}{x}}-3e$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

h دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}-3e$. (C_h) تمثيلها البياني (**أنظر الملحق**)

أ*/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$.

ب*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب $f'(1)$.

ج*/ شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

3) أ*/ بين أن المعادلة: $\left(x^2-2x+2\right)e^x=-h(x)$ تقبل حلين α و β حيث: $1.5\prec\beta\prec1.6$ و $0.5\prec\alpha\prec0.6$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب*/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h).

ج*/ بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته .

---

4) أ*/ أرسم (T) و (C_f) . **(الملحــق يعــاد مع ورقة الإجابـــة)**

ب*/ m عدد حقيقي موجب تماما ، أوجد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين:

$$(E)\ldots f(x)=\left(m^2-2m+2\right)e^m+h(m)$$

5) أ*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\int_1^x[f(t)-h(t)]dt=\left(x^2-4x+6\right)e^x-3e$

ب*/ ليكن العدد λ من المجال $]0;1[$ ،

$A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=\lambda$ و $x=1$.

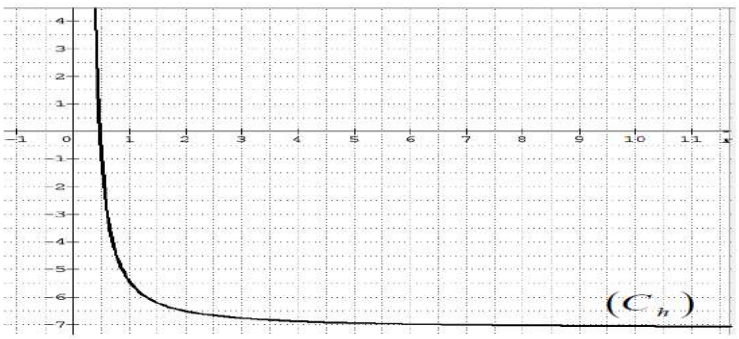
* استنتج $A(\lambda)$ (مقدرة بوحدة المساحة) ، ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to0}A(\lambda)$.

الملحق:

الاسم :.....

اللقب : .....

القسم :.....



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 6

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=1-e^{2x}-2x\,e^{2x}$

1) أ) عين نهايتي الدالة g

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+3-x\,e^{2x}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

2) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $-3<\alpha<-3,5$ و $0,5<\beta<1$

5) ارسم (Δ) و (C_f)

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة $x\to xe^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x=0$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذي المعادلتين $x=0$ و $x=1$

III) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

تمرين 7

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1+4xe^{2x}$

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 2cm)

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.
6. أنشئ المستقيمين (T) و(Δ) و المنحنى (C_f)
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$(2x-1)e^{2x}+x=x+m+1$$

8. أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_0^1(2x-1)e^{2x}dx$

ب. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و المستقيمين ذوا المعادلتين:

$x=0$ و $x=1$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 8

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(-x)+f(x)=2$ ، فسّر هذه النتيجة بيانيا.
2. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمن مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.
3. احسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. جد معادلة ديكارتية للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .
5. لتكن الدالة العددية u للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $u(x)=f(x)-(x+1)$

أ / بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $u'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$.

ب / استنتج تغيرات الدالة u ثم حدد إشارتها. (احسب $u(0)$)

ج / استنتج مما سبق الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ).

6. انشئ (C_f) ومقاربيه والمستقيم (Δ).
7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(3-m)e^x-m-1=0$.

تمرين 9

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-x}+x-1$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1 / أ / بيّن أنّ: $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^x}}$ لكلّ x من $\mathbb{R}^*$

ب / احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

2 / أ / بيّن أنّ : $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكلّ x من $\mathbb{R}$.

ب / أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيّرات الدالة f.

3 / أ / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة O.

ب / تحقّق من أنّ: $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكلّ x من $\mathbb{R}$.ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (Δ)

4 / أنشئ (Δ) و (C_f) ، (نأخذ $\dfrac{1}{1-e}\approx-0,6$)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 10

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+4xe^{2x}$

1.احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و بين ان $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$

2.بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$. وادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول التغيرات

3.بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(1-\frac{2}{e}\right)$ هو قيمة حدية صغرى للدالة g

4. استنتج حسب قيم x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في هذا المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm;\|\vec{j}\|=2cm$

1.أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2- أ. بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f`(x)=g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3-أ. بين أن المستقيم(Δ) الذي معادلته $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f)و المستقيم (Δ).

4-أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة التى فاصلتها 0 .

ب.بين ان المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$. وترتيبها $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{e}\right)$

جـ. احسب $f(0)$ ما ذا تستنتج

د. ثم انشئ (T) و(Δ)والمنحنى (c_f) .

1

تمرين 11

I) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ مع $\|\vec{i}\|=2cm$

1)أ) تحقق من أن $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب) استنتج أن الدالة f فردية ثم أحسب النهايتين : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أ)بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

جـ) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ فان : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$

3)أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته

4) أرسم المستقيم (d) ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ و المستقيم (Δ) ثم أنشئ المنحنى (C_f)

5) ليكن λ عددا حقيقيا موجبا تماما

أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$

ب) أحسب بالـ cm^2 مساحة الحيز المستوي $A(\lambda)$ المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين ذو المعادلتين :

$x=0$ و $x=\lambda$ ، ثم أحسب $A(\lambda)$ لما λ يؤول إلى $+\infty$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 12

I) لتكن الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x)=\frac{x}{2}-1+2e^{\frac{x}{2}}$

أ-ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

ب-بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحداً α حيث: $-0,8<\alpha<-0,7$. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x-1-xe^{-\frac{x}{2}}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب للمنحنى (C).

ج- ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

2) أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=e^{-\frac{x}{2}}g(x)$

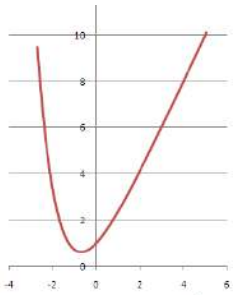
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج- عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2.

3) أنشئ (T)، (Δ) و (C). (تؤخذ $f(\alpha)\approx-1,4$)

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=2x+m$

تمرين 13



نقبل أن التمثيل البياني المرفق هو للدالة: $h:x\mapsto 2x+\frac{1}{e^x}$ على $\mathbb{R}$، ونعتبر الدالة: $f:x\mapsto x^2-\frac{1}{e^x}$ المعرفة على $\mathbb{R}$، و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. حيث يدل الرمز e إلى أساس اللوغاريتم النيبيري.

1/ أنشر وبسط العبارة: $\frac{1}{e^x}\left(4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2-1\right)$، ثم بين أن: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2/ أدرس اتجاه تغير f، وشكل جدول تغيراتها.

3/ جد إحداثيتي نقطة الانعطاف لـ(C).

4/ أدرس الفروع اللانهائية والمستقيمات المقاربة لـ(C).

5/ أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في R، وهو يحقق: $0,5<\alpha<0,8$، ثم بين أن: $h(\alpha)=\alpha(2+\alpha)$.

6/ هات أحسن تقريب تآلفي لـf بجوار الـ0.

7/ أنشئ (C)، و(Δ) مماسه عند النقطة $A(0,-1)$.

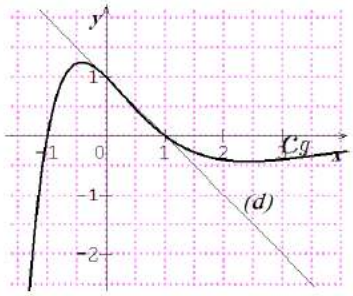
8/ أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بـ(C) ومحوري المعلم والمستقيم المعرف بالمعادلة: $x=-2$.

(يُعطى: $e^{-0,8}=0,45$ ، $e^{-0,5}=0,6$)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 14

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عددان حقيقيان ، C_g تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ و (d) مماس C_g في النقطة فاصلتها 0 ، (أنظر الشكل المقابل)



1- بقراءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2- اكتب معادلة للمماس (d).

3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0.

4- أ) أنشئ C_f و (Δ).

ب) عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ حل سالب.

5- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(x^2)-1$

- دون كتابة عبارة الدالة h احسب $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

تمرين 15

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^{2x}+4e^{x}-6$

1/ أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x ال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-\frac{1}{2})e^{2x}+4(x-1)e^{x}-3x^2$

(C) منحناها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $f'(x)=xg(x)$

2/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

3/ أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4/ إستنتج وجود نقطة إنعطاف I للمنحنى (C) يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند I

5/ برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha\in\left]\frac{1}{2};1\right[$

6/ أنشئ المماس (Δ) والمنحنى (C)

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 16

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+1-e^{x}$

أ). ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب). استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\leq 0$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(-2x^{2}-x+1)e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

أ) . احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب). بملاحظة أن : $f(x)=\left(-2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}\right)x^{2}e^{-x}$ ، أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(2x^{2}-3x-2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(1-2x)=(1-2x)\times g(x)\times e^{-x}$

جـ) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

4) أ) ادرس تقاطع المنحنى (C_f) ومحور الفواصل

ب) ارسم (C_f) و (T) على المجال $[-1;+\infty[$.

5) F الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=(ax^{2}+bx+c)e^{-x}$

عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 17

I – نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=e^{x}+x+1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ و تحقق أن: $-1.27<\alpha<-1.28$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II – نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\frac{xe^{x}}{e^{x}+1}$

و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ– أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}\times g(x)$ ،استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن : $f(\alpha)=\alpha+1$.ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) أرسم (Δ) ،(T) و (C_f).

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 18

I) – g دالة عددية معرفة على R بـ: $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.38; -0.37[$.
4. استنتج اشارة $g(x)$ على R .

II) – f دالة عددية معرفة على R بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1. – أ– أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب– بين أن : $f'(x) = g(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2. أ– بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f)عند $+\infty$.

ب– أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).

3. بين أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$
4. أرسم(d) و (C_f) نأخذ $\alpha = -0.37$.
5. أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y = 2x + 1$ ، $x = 0$ و $x = 2$.

III) – (Δ_m) مستقيم معادلته $y = 2x + m$ حيث m عدد حقيقي .

1. عين m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحني (C_f)عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.
2. أكتب معادلة للمماس(Δ_m) في هذه الحالة.
3. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$1 - \frac{x}{e^x} - m = 0$$

تمرين 19

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) g دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $g(x) = e^x + x + 1$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α حيث $-1,28 < \alpha < -1,27$. استنتج إشارة $g(x)$.

2) f دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f .

أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y = x$. حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ).

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$ ، عين إشارة $f'(x)$. شكل جدول تغيرات الدالة f.

د) بين أن: $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$. أنشئ (Δ) ، (C).

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 20

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف ثمّ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g

2- شكل جدول تغيرات g ثم علّل وجود عدد حقيقي α حيث $-0.38<\alpha<-0.36$ يحقق $g(\alpha)=0$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2 ا- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين ان $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- بين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثيتها

4- ا- بين ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=2x+1$ بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان (C_f) والمستقيم (Δ)

جـ - أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $[-1.5;+\infty[$ يعطى $f(-1.5)=4.72$

5- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=f(x^2e^x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $k(x)=(ax+b)e^{-x}$

ا- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة k دالة أصلية للدالة $x\to -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 21

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g والمعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي

x	$-\infty$	2	$+\infty$
g'(x)	+	0	-
g(x)	... ↗		↘ ...

$g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

أ)احسب $g(2)$ ، ثم أتمم النهايات المنقوصة في جدول التغيرات

ب)علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38<\alpha<-0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ)استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.

4-أ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته: $y=2x+1$ ،ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

جـ-أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $[-1,5;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$.

بالاستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

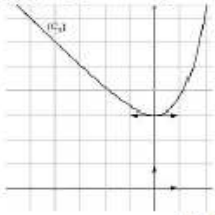
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 22

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

الجزء الأول

في الشكل المقابل (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=ae^x+b-x$ حيث a و b عددان حقيقيان



بقراءة بيانية

1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم عين $g(0)$ و $g'(0)$

2) عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها و إستنتج إشارة $g(x)$

3) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b حيث g' هي الدالة المشتقة للدالة g .

4) بإستعمال المعطيات السابقة بين أن $g(x)=e^x+2-x$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=e^{-x}\times g(x)$

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الأوضاع النسبية لهما .

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ).

7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $(E)\leftarrow \frac{x-1}{e^x}=m$

9) لتكن A_λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=x$ ، $x=1$ و $x=\lambda$ حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

- باستعمال المتكامل بالتجزئة احسب $\int_1^\lambda (x-1)e^{-x}dx$ و إستنتج A_λ بدلالة λ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$

تمرين 23

الجزء الأول :

لتكن الدالةgالمعرفة كما يلي: $\begin{cases} g(x)=x^2e^{-\frac{1}{x^2}} & ,\ x\in\mathbb{R}^* \\ g(0)=0 \end{cases}$.

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن الدالة g زوجية .

2) أدرس إستمرارية و قابلية اشتقاق الدالةg عند 0 مُفسراً قابلية الاشتقاق هندسيا .

3) أدرس تغيرات الدالة g .

الجزء الثاني :

لتكن الدالةhالمعرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ : $h(x)=x^2-1$ وليكن (C_h) تمثيلها البيانيفينفس المعلم .

1) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-h(x)]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي tفإن$e^t\geq t+1$ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و(C_h) .

3) أرسم(C_g) و(C_h) .

4) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_n=\int_{e^{e^{2n}}}^{e^{e^{4n+4}}} g\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(x)}}\right)dx$

أ –أعط تفسير هندسي للعدد u_0 ثم أكتب u_n بدلالة n

بـ - أحسب المجموع S_n بدلالة nحيث $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 24

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+x+e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α.
- تحقق أن α من المجال $]-1.2 ; -1.3[$.
3. حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x\,e^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها .

1. ا) ادرس تغيرات الدالة f (نلاحظ أن $f'(x)$ و $g(x)$ من نفس الإشارة).
- برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$
- برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) حيث $y=x$ معادلة له .
- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم .
- ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T).

2. H نقطة فاصلتها x وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x)=\overline{MN}$.

ا) بين أن $\varphi(x)=\frac{x}{1+e^x}$

ب) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $\varphi'(x)=\frac{e^x}{(1+e^x)^2}.g(-x)$

استنتج أن $\overline{MN}$ يكون أكبر ما يمكن عند $(-\alpha)$

جـ) برهن أن $f(-\alpha)=1$

د) برهن ان المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ).

هـ)ارسم في المعلم المتعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (Γ) و (Δ) و (T) (تؤخذ 5cm كوحدة)

3. ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ لدينا : $\frac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$

ب)استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ و $x=1$ و $x=-\alpha$

تمرين 25

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-4e^{2x}+17e^x-4$

- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=-4(e^x-4)\left(e^x-\frac{1}{4}\right)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{(4x+9)e^x-4x}{9(1-e^x)}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ، $f(x)=-\frac{4}{9}x+\frac{e^x}{1-e^x}$.

2) عين العددين الحقيقيان a ، b بحيث من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)=ax+b+\frac{1}{1-e^x}$.

3) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفهـــا.

4) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x ، $f'(x)=\frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتهـــــا

5) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x)=-1-f(x)$. ماذا تستنتج؟

6) أ)بين ان (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) معادلتهما على الترتيب: $y=-\frac{4}{9}x-1$ و $y=-\frac{4}{9}x$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

7) أنشئ (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f).

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{1-e^x}=m$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 26

I) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2(1-e^{-x})-x$

1. أ – احسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

ب–ادرس اتجاه تغير الدالة g

جـ–بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\ln 4 \le \alpha < \ln 6$.

د –استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2(1-e^{-u_n})$

أ – بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \le u_n < \alpha$.

ب – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

جـ–بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1-e^x}{x^2}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أ–أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا .

ب–تحقق أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha(\alpha-2)}$.

2.بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أنشئ (C_f) (نأخذ $\alpha=1,5$) .

تمرين 28

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+1+e^{-x}$

نرمز بـ : (c_g) لمنحنى الدالة g و بـ: $(c_{\ln})$ لمنحنى الدالة " اللوغاريتم النيبيري"

1 ـ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

أستنتج إشارة $f(x)$

2 ـ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(x+1+e^{-x})$

أ) أدرس تغيرات الدالة g

ب) ـ بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}(g(x)+x)=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ـ بين أن : $g(x)+x<0$ من أجل كل x من المجال $]-\infty,-1[$

ـ بين أن : $0<g(x)-\ln x \le \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، ثم

أستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-\ln x)$ ، فسر النتيجة بيانيا

ـ ليكن (Δ) مماس (c_g) في النقطة ذات الفاصلة : 2- ، أكتب معادلة لـ (Δ)

ـ أنشئ (c_g) و $(c_{\ln})$ و (Δ) في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

ـ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x+1+e^{-x}(1-e^m)=0$

3) نعتبر المعادلة التفاضلية : $y'+y=x+2$ ، تأكد أن الدالة f حلا خاصا لهذه المعادلة التفاضلية

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 29

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث $-0,38 \prec \alpha \prec -0,36$ والذي يحقق $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بيّن أن $f(\alpha)=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.

4-أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته $y=2x+1$ ،ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).

ب- أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق و على المجال $]-1,5;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$.

باستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ- عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

الدوال الأسية

(1 $\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty$

(2 $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$

(3 $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n}=+\infty$ مع $(n\in\ ^*)$

(4 $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x=0$ مع $(n\in\ ^*)$

(5 $\lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x}=1$

by

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

سلسلة المتفوق في الرياضيات

Bac 2022

تمارين ومسائل في الدوال اللوغاريتمية

-الجزء الأول-

ملخص هام

حل معادلات و متراجحات ودراسة اشارة مقدار

التدرب على حساب مشتقة

التزايد المقارن(حساب النهايات)

-حل مسائل بسيطة

-

BY LALAOUNA ALI MOUNIR

by Lalaouna Ali MOUNIR

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل معادلات

ملاحظة يجب ايجاد مجموعة تعريف قبل الحل في المعادلات والمتراجحات

تمرين 1

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : **1)** $e^x = 8$ ، **2)** $\ln x = 1 + \ln 3$

3) $2\ln^2 x - 3\ln x - 2 = 0$ ، **4)** $\ln(3-x) - \ln\sqrt{x+1} = \frac{1}{2}\ln(2x)$

5) $\ln(4x-10) + \ln(2x-2)^2 - 2\ln(4x-4) = 0$

6) $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3(\ln x) = 0$

تمرين 2

حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $\ln(2x-3) = \ln(x-3) + \ln 5$

2) $\ln(x^2-5) - \ln(4-x) = 2\ln 2$

3) $\ln|x-4| + \ln(7-3x) = \ln 2$

4) $\ln x^2 - \ln\sqrt{x} - 6 = 0$

5) $(\ln x)^2 - \frac{5}{2}\ln x + 1 = 0$

6) $(\ln x)^4 - 10(\ln x)^2 + 9 = 0$

7) $(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 4 = 0$

8) $\ln(\sin x) + \ln(\cos x) = \ln\frac{\sqrt{3}}{4}$

$e^2 \cdot \sqrt{e}$	e^4	2	$3 \cdot -7$	4
$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{\pi}{6}$ [2π]	$e \cdot e^{-2}$	$e^3 \cdot e \cdot e^{-1} \cdot e^{-3}$		

حل متراجحات

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية : **1)** $\ln x \prec 1$ ، **2)** $\ln 2x \succ -1$

3) $\ln(2x+3) \prec 4$ ، **4)** $\ln(x-2)^2 \geq 0$ ، **5)** $\ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right) \leq 0$ ، **6)** $2\ln(x-1) + 3 \geq 0$

ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية :

1) $2\ln x - 1$ ، 2) $\ln^2 x - \ln x - 6 \prec 0$ ، 3) $(\ln x - 1)\ln x$

4) $\frac{2-\ln x}{1+\ln x}$ ، 5) $3 + 2\ln x$ ، 6) $2x\ln(1-x)$ ، 7) $2\ln(x-1) + 3$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حل في $\mathbb{R}^2$ الجمل التالية :

1) $\begin{cases} x^2+2y=16 \\ \ln\left(\frac{x}{y}\right)=-\ln 3 \end{cases}$ ، 2) $\begin{cases} \ln x+\ln y=\ln\sqrt{3}-2\ln 2 \\ 2(x+y)=\sqrt{3}+1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x.y=4 \\ (\ln x)^2+(\ln y)^2=\frac{5}{2}(\ln 2)^2 \end{cases}$ ، 4) $\begin{cases} x+y=19 \\ \ln x+\ln y=2\ln 2+\ln 15 \end{cases}$

حل في $\mathbb{R}$ جمل المعادلات التالية:

1) $\begin{cases} \ln x+\ln y=\ln 10 \\ x+y=7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \ln(x+1)+2\ln(y-2)=4 \\ 3\ln(x+1)-\ln(y-2)=5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \ln x+\ln y=1 \\ \frac{3}{\ln x}-\frac{2}{\ln y}=2 \end{cases}$

$(e^2-1\,;e+2)$	$(5\,;2)$ ، $(2\,;5)$
$(\sqrt{e}\,;\sqrt{e})$ ، $(e^3\,;e^{-2})$	

- من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ أثبت ما يلي :

1/ $\ln(x+2)=\ln x+\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)$

2/ $\ln(2+x^2)=2\ln x+\ln\left(\frac{2}{x^2}+1\right)$

3/ $\ln\left(\frac{x^2+x}{x+1}\right)=\ln\left(\frac{x+1}{1+\frac{1}{x}}\right)$

4/ $\ln(x^4+2x^3-x+7)=4\ln x+\ln\left(1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^3}+\frac{7}{x^4}\right)$

- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1/ $\ln(x+2)-2\ln 3=\ln\left(\frac{1}{5}\right)$

2/ $\ln(x^2-2+x)-\ln 4=0$

3/ $\ln x+\ln(4-x)=\ln(2x-1)+\ln 3$

4/ $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$

5/ $\ln(6x-\sqrt{35})=\ln\sqrt{6-\sqrt{35}}+\ln\sqrt{6+\sqrt{35}}$

6/ $\ln^2 x+\ln x-6=0$

7/ $\ln^2(x-1)+\frac{5}{2}\ln(x-1)^2+4=0$

8/ $\ln^4 x-\ln^2 x-2=0$

- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

1/ $2\ln(x-3)<1$

2/ $\ln(2x^2-x-1)\geq 0$

3/ $|\ln x+2|\leq e$

4/ $\frac{-\ln x+2}{3-\ln 3x}<0$

5/ $\ln(x-1)+\ln(4-x)>\ln(x+4)$

6/ $-\ln\left(\frac{1}{x-3}\right)+\ln(x-2)\geq\ln(x^2+1)$

7/ $\ln^2(x^2-1)-\ln(x^2-1)-2>0$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدرب على حساب المشتقة

تمرين 1

عيّن الدالة المشتقة للدّالة f في المجموعة التي تكون فيها قابلة للاشتقاق:

1 $f(x)=\ln(x^2+4x-5)$

2 $f(x)=2x-1+\ln|2x-1|$

3 $f(x)=\ln(-x)+\ln\sqrt{2x+3}$

4 $f(x)=\dfrac{1+2\ln x}{x+1}$

5 $f(x)=\dfrac{1+\ln x^2}{x+1}$

6 $f(x)=x\ln x-\ln(\ln x)$

7 $f(x)=x+\ln\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)$

8 $f(x)=\sqrt{\ln x}+(\ln x)^2$

تمرين2

اوجد الدالة المشتقة في كل حالة

1/ $f(x)=\ln(x-2)^2$ ، **2/** $f(x)=\ln x+(\ln x)^2$ ، **3/** $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}+\ln|x+1|$

4/ $f(x)=\dfrac{1}{x}(1+\ln x)$ ، **5/** $f(x)=\dfrac{x+3+2\ln(x+1)}{x+1}$ ، **6/** $f(x)=\dfrac{1}{x^2}+\ln|x|$

7/ $f(x)=x^2-3x+\dfrac{5}{2}\ln|2x+3|$ ، **8/** $f(x)=\ln(x^2-2x+2)$

9/ $f(x)=\ln\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|$ ، **10/** $f(x)=-2x+\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$ ، **11/** $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$

12/ $f(x)=x^2-2x-\ln(x-1)^2$ ، **13/** $f(x)=\ln\dfrac{1}{2}\left(e^x-2\right)^2$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدرب على حساب النهايات

تمرين1

احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} x+\ln(2x+3)$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(x^2+x-2)$

3) $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1+\ln x}{x^2}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln x-x$

5) $(X=-x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x-1+\ln(-x)$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\ln x}{x+1}$

7) $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{x+1}{x}+\ln x$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

9) $\lim\limits_{x\to-\infty} x+\ln\left(\dfrac{x}{x-2}\right)$

10) $\lim\limits_{x\to2^>} x+\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$

11) $\lim\limits_{x\to2^<} x+\ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$

12) $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left|\dfrac{x+1}{x^2-4}\right|$

13) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{x}$

14) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2+3)}{x}$

15) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x^2}$

16) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{(x+1)^2}$

17) $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln x^2-x$

18) $\lim\limits_{x\to0^+} \sqrt{x}\ln x-\sqrt{x}$

19) $\lim\limits_{x\to1^<} (1-x)\ln(1-x)$

20) $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2-1)-\ln(x+2)$

21) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2-2-\ln(x-1)$

22) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-\ln x}{x+\ln x}$

23) $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

24) $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\ln(2x+1)}{x}$

25) $\lim\limits_{x\to2^>} \dfrac{\ln(x-1)}{x-2}$

26) $\left(X=\dfrac{1}{x}\right)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

27) $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

احسب النهـــــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\ln x)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(2x+1)}{x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{\ln x}$

4) $\lim\limits_{x\to0^>}\dfrac{3}{x}+5\ln x$ ، 5) $\lim\limits_{x\to0^>}\sqrt{x}.\ln x$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+x+1)}{x}$ ، 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x+2-\ln(x+1)^2\right]$ ، 9) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

احسب النهـــــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-2\ln x}{x+\ln x}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2}{x\ln x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x-x^2)}{x}$

4) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sqrt{x}}$ ، 5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\dfrac{1}{x+1}+\ln(x+1)$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

حل مسائل بسيطة

تمرين 1

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\dfrac{x+\ln x}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني C_f

3) بيّن أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $\left]\dfrac{1}{2};1\right[$

4) ارسم المنحني C_f.

تمرين 2

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x-2$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الإحداثيين .

3) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني C_f

4) ارسم المنحني C_f.

تمرين 3

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ

$$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$$

- أثبت أن الدالة f فردية .

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمرين 4

f الدالة العددية : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln|x+1|$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f

2) برهن أنه توجد نقطتا انعطاف للمنحني C_f يطلب تعيين إحداثيي كل منهما.

3) جد معادلة كل من المماسين للمنحني C_f عند نقطتي الانعطاف

4) أنشئ هذين المماسين ثم أنشئ المنحني C_f .

تمرين 5

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\ln(e^{2x}-e^x+1)$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

1. أ- ادرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

   ب-عين الدالة المشتقة للدالة f.

   ج-ادرس إشارة $f'(x)$.استنتج تغيرات f.

2. أ- بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.

   ب- ارسم المستقيم D و المنحني (C).

3. k عدد حقيقي موجب تماما

   ناقش حسب قيم k عدد حلول المعادلة $e^{2x}-e^x+1-k=0$

   أ) بالحساب. ب) باستعمال تغيرات الدالة f.

يتبع بالجزء الثاني والخاص بالمسائل....

BY LALAOUNA ALI MOUNIR

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM