دروس الدعم والتفوق في مادة الرياضيات -الجزائر

دفاترالتكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

السنة الثالثة ثانوي شعبة الرياضيات و تقني رياضي و العلوم التجريبية

Bac 2022

الدفتر 02

المحور : الدوال العددية لمتغير حقيقي

الاشتقاقية و تطبيقاتها +الاستمرارية ومبرهنة القيم المتوسطة

1/ ملخص شامل للدرس

2/ تمارين للتمكن من أساسيات الدرس

3/ نحو البكالوريا : نماذج امتحانات وبكالوريات وطنية وأجنبية

إعداد: الأستاذ حليلات عمار مكون ثانوي في مادة الرياضيات

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

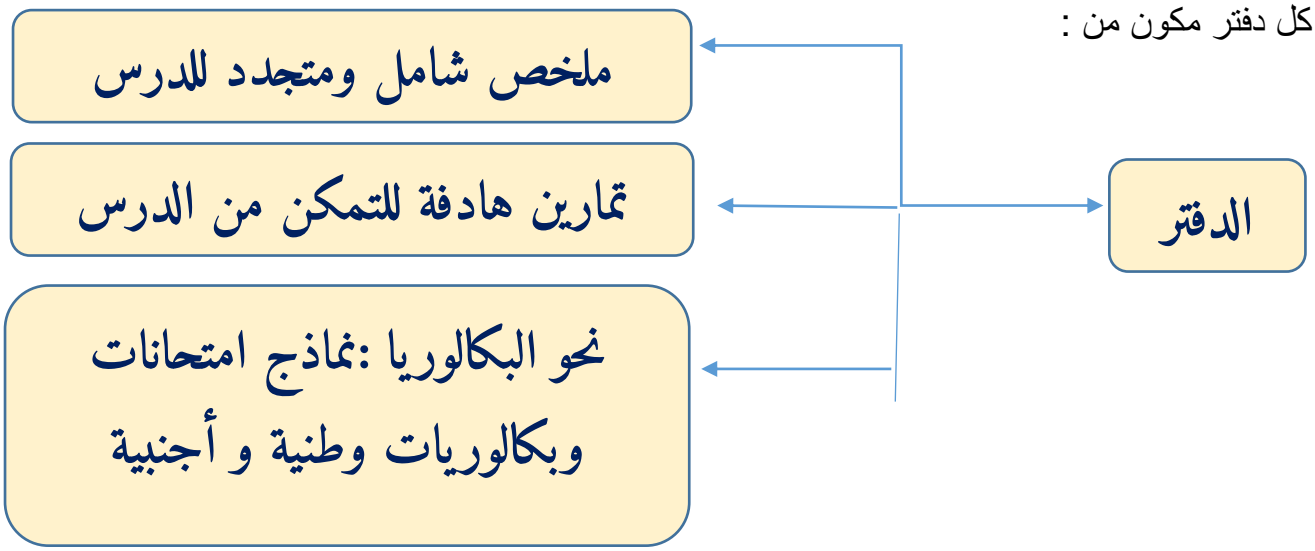
بسم الله الرحمان الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على سيدنا محمد خاتم الأنبياء والمرسلين

المقدمة

بداية نتوجه إلى خالقنا بالحمد والثناء الذي وفقنا إلى تحقيق هذا العمل بكل ما وهبنا من قوة العقل والإرادة.

وبتوفيق من الله وحده ، يسرني أن أضع هذا العمل المتواضع بين أيدي تلاميذنا الأعزاء و زملائنا الأساتذة الكرام ،راجيا أن يجدوا فيه ما يعينهم للاختيار تمارين ونماذج امتحانات وملخصات شاملة للدروس وقسمتها إلى دفاتر، كل دفتر مكون من :



ووصيتي :-إعادة الدرس والتمكن من المعارف والكفاءات

- المحاولة ثم المحاولة ثم المحاولة في التمارين ومراجعة الأستاذ في التصحيح

-**الجزء نحو البكالوريا** هام جدا اجتهد في حل جميع النماذج فهي تجعلك تكتسب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

-الملخص اجتهدت أن يكون شامل ومرجعي للطالب

- -صممت التمارين والتداريب وفقا للمناهج الجديدة لوزارة التربية الوطنية

و اختيرت التمارين من الكتاب المدرسي ونماذج بكالوريات وطنية وأجنبية .

ونسعى إلى الوصول بالتلميذ إلى تحقيق الأهداف التالية:

1-اكتساب معارف صحيحة والتدريب على الاستدلال المنطقي والتحرير الرياضي للوصول إلى النتائج المستهدفة

2-اختبار مكتسباته من خلال تمارين هادفة

3-اكتساب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

أهدي هذا العمل المتواضع إلى روح والدي الطاهرة وإلى روح والدتي الطاهرة تغمدهما الله برحمته الواسعة و اسكنهما فسيح جنانه ولأفراد أسرتي وكل إخواني ولأسرة التربية الوطنية بالجزائر الحبيبة التي أعطتنا الكثير ونأمل أن نسدي لها ولو قليلا مما تستحقه جزائرنا العظيمة

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ملخص هام وشامل لدرس الاشتقاقية

1.تعاريـف

تعريف (1) : f x_0

f x_0 قبلت النسبة $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ نهاية محدودة لما يؤول x

x_0 f x_0 $f'(x_0)$

ملاحظات :

1 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$ تكافئ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$

$x-x_0=h$

2 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$ تكافئ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$

3 f x_0 $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

x_0 x_0 $(+\infty)$ $(-\infty)$

تعريف (2) f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة على مجال من الشكل $[x_0,x_0+a[$

f **تقبل الاشتقاق عند** x_0 **من اليمين** يكافئ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_1$ ، $l_1\in$.

يسمى العدد l_1 بـ العدد **المشتق من اليمين** للدالة f عند x_0 ونرمز له بـ: $f'_d(x_0)$

تعريف (3) f

f **تقبل الاشتقاق عند** x_0 **من اليسار** $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_2$ ، $l_2\in$

المشتق من اليسار l_2 f x_0 $f'_g(x_0)$

$]x_0-a;x_0[$

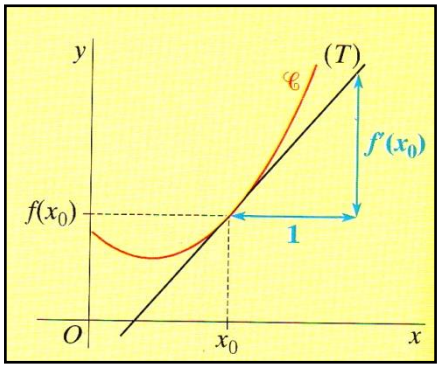
خاصية : تكون دالة f قابلة للاشتقاق في x_0 إذا وفقط إذا قبلت هذه الدالة نفس العدد المشتق من اليمين و من اليسار .

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2.قابلية الاشتقاق و التفسير البياني :

2-1 :التفسير الهندسي للعدد المشتق :



خاصية: f I
(C) $(O;I,J)$
f x_0 (C)
$A\left(x_0\,;f\left(x_0\right)\right)$ (T) **معامل توجيهه** $f'\left(x_0\right)$

$$y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)$$

تطبيق 01

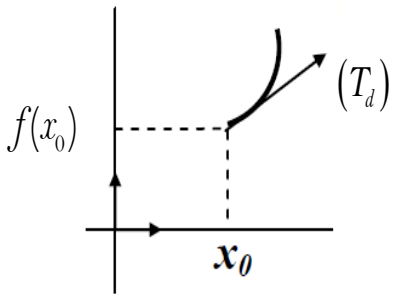
(T) $f'(a)$ a
$(O;i,j)$ (C_f) (T) a A (C_f)

1 $f(x)=1+\sqrt{x+1}$ $a=3$ 2 $f(x)=3+\dfrac{1}{x+1}$ $a=2$

2-2 :التفسير الهندسي للعدد المشتق من اليمين و للعدد المشتق من اليسار:

f **دالة تقبل الاشتقاق عند** x_0 **من اليمين** (C) $(O;I,J)$
$f'_d(x_0)$ (C_f) $A\left(x_0\,;f\left(x_0\right)\right)$

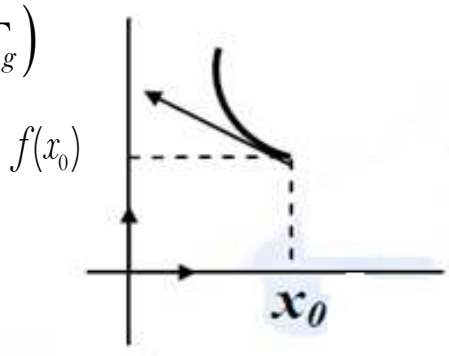
$$(T_d):\begin{cases}y=f'_d(x_0)(x-x_0)+f(x_0)\\ x\geq x_0\end{cases}$$



f **دالة تقبل الاشتقاق عند** x_0 **من اليسار** (C) $(O;I,J)$
$f'_g(x_0)$ (C_f) $A\left(x_0\,;f\left(x_0\right)\right)$

$$(T_g):\begin{cases}y=f'_g(x_0)(x-x_0)+f(x_0)\\ x\leq x_0\end{cases}$$

(T_g)

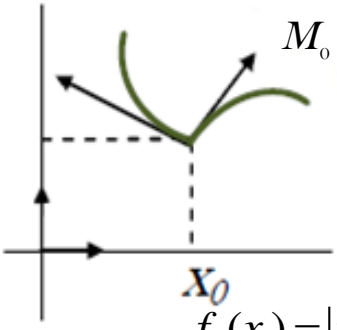


إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ملاحظة

$M_0(x_0 ; f(x_0))$ f



M_0

$f'_g(x_0) \neq f'_d(x_0)$

تطبيق 02

$f(x) = |x-2| + \frac{1}{x-1}$ f $-\{1\}$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$.

1 f $x_0 = 2$

(Δ_1) (Δ_2) $x_0 = -2$

2 أ) احسب $\lim_{x\ 1} f(x)$ و $\lim_{x\ 1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

ب) احسب النهايتين : $\lim_{x} f(x)$ و $\lim_{x} f(x)$

جـ) احسب النهايتين : $\lim_{x} f(x)$ (x 2) و $\lim_{x} f(x)$ x 2 ثم فسّر النتيجتين هندسيا

3/ f

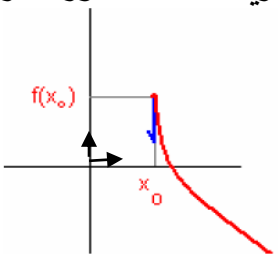
4 $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ (Δ_1) (Δ_2) ثم المنحني C_f C_f

* 2-3 : التفسير الهندسي لـ : $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$

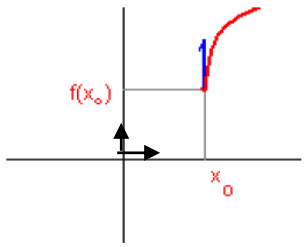
f x_0 فإن $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$

المنحني (C_f) يقبل عندالنقطة ذات الفاصلة x_0 مماسا (او نصف مماس) موازيا لحامل محور التراتيب.

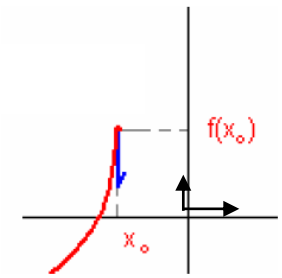
أمثلة :



$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = -\infty$

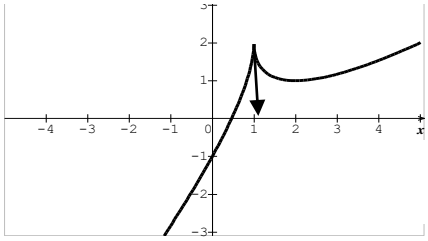


$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$

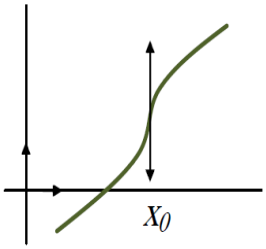


$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$

$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = +\infty$ $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = -\infty$



$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تطبيق 03

f $[1;+\infty[$ $f(x)=a+b\sqrt{x-1}$

(C_f) f

1 a b $A(2;0)$ (C_f)

A $\frac{1}{2}$

$a=-1$, $b=1$

2-ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=1$ ثم فسّر النتيجة بيانيا

3 أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4-استنتج انه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحني ثم ارسم (C) و (C_f)

3.حساب المشتقات :

1-3 . مشتقات دوال مألوفة

$f(x)$	$f'(x)$	مجالات قابلية الاشتقاق
k (حيث k ثابت حقيقي)	0	
x	1	
x^n ($n\in$ و $n\geq 2$)	nx^{n-1}	
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{n}{x^{n+1}}$	$]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	
$\sin x$	$\cos x$	
$\tan x$	$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\right\}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3 -2 . المشتقات والعمليات على الدوال

u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال I من و k عدد حقيقي.

الدالة	$u+v$	ku	uv	$\frac{1}{v}$	$\frac{u}{v}$ (الدالة v لا تنعدم على I)
المشتقة	$u'+v'$	ku'	$u'v+v'u$	$-\frac{v'}{v^2}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$

3-3. مشتقة الدالة المركبة $v\ u$

مبرهنة إذا قبلت الدالة u الاشتقاق على مجال I من و قبلت الدالة v الاشتقاق على $u(I)$ فإن الدالة $v\ u$ تقبل الاشتقاق على I و لدينا من أجل كل x من I:

$$(v\ u)'(x)=v'\left[u(x)\right]\times u'(x)$$

3-4.نتائج :

1 إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على مجال I من و كانت موجبة تماما على I فإن الدالة $\sqrt{u}$ تقبل الاشتقاق على I و لدينا:

$$\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

2 إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على مجال I من فإن الدالة u^n تقبل الاشتقاق على I و لدينا:

$$\left(u^n\right)'=nu'u^{n-1}$$

3 إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على مجال I من ولا تنعدم على I فإن الدالة $\frac{1}{u^n}$ تقبل الاشتقاق على I و لـدينا: .

$$\left(\frac{1}{u^n}\right)'=-\frac{nu'}{u^{n+1}}$$

4 إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على مجال I من فإن الدالة $\sin u$ و الدالة $\cos u$ يقبلان الاشتقاق على I بحيث :

$$(\sin u)'=u'.\cos u$$
$$(\cos u)'=-u'.\sin u$$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تطبيق 04

1

$f(x)=\left(x^2+2x-3\right)^3$ $\quad$ $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$

$f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ ، $\quad$ د) $f(x)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+2}}$

تطبيق 05 1) أحسب الدالة المشتقة للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-1}$.

2) استنتج الدالة المشتقة لكل من الدوال المقترحة التالية :

أ) $x:g$ $\dfrac{x+1}{\sqrt{x}-1}$ $\quad$ ب) $x:h$ $\dfrac{x^4+1}{x^2-1}$ $\quad$ ج) $x:u$ $\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x-1}}$ $\quad$ د) $x:v$ $\dfrac{\sin^2 x+1}{\sin x-1}$

4.المشتقات المتتابعة :

تعاريف: f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال I من .

إذا قبلت الدالة f' هي الأخرى الاشتقاق على I فإن دالتها المشتقة $(f')'$ تسمى المشتقة الثانية للدالة f و نرمز لها بالرمز f''. إذا قبلت الدالة f'' هي الأخرى الاشتقاق على I فإن دالتها المشتقة $(f'')'$ تسمى المشتقة الثالثة للدالة f و نرمز لها بالرمز f'''.

تسمى الدوال f'، f''، f'''،...، $f^{(n)}$،... المشتقات المتتابعة f.

الكتابة التفاضلية : نصطلح الصياغة التفاضلية التالية: $f'(x)=\dfrac{dy}{dx}$ أو $dy=f'(x)dx$.

يستعمل هذا الترميز في العلوم الفيزيائية و بصفة عامة نكتب: $\dfrac{df}{dx}$ بدلا من f'

و $\dfrac{d^2f}{dx^2}$ بدلا من f'' وهكذا $\dfrac{d^nf}{dx^n}$ بدلا من $f^{(n)}$.

5.تطبيقات الاشتقاقية :

1-5 اتجاه تغير دالة:

مبرهنة f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I من .

*إذا كان من أجل كل x من I، $f'(x)\geq 0$ ($f'(x)=0$ عند قيم منعزلة) فإن الدالة f **متزايدة تماما** على I.

*إذا كان من أجل كل x من I، $f'(x)\leq 0$ ($f'(x)=0$ عند قيم منعزلة) ، فإن الدالة f **متناقصة تماما** على I.

* إذا كان من أجل كل x من I، $f'(x)=0$ فإن الدالة f **ثابتة** على I.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5-2القيم الحدية المحلية:

تعاريف: f دالة معرفة على مجال I من و x_0 عدد حقيقي من I.

*القول أن $f(x_0)$ **قيمة حدية محلية عظمى للدالة** f يعني أنه يوجد مجال مفتوح J محتوى في I ويشمل x_0 بحيث من أجل كل x من J، $f(x)\leq f(x_0)$.

*القول أن $f(x_0)$ **قيمة حدية محلية صغرى للدالة** f يعني أنه يوجد مجال مفتوح J محتوى في I ويشمل x_0 بحيث من أجل كل x من J، $f(x)\geq f(x_0)$

مبرهنة: f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I من و x_0 عدد حقيقي من I

إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند x_0 مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f.

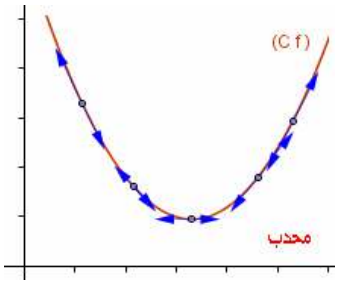
x	x_0		x	x_0
$f'(x)$	$-$ 0 $+$		$f'(x)$	$+$ 0 $-$
$f(x)$	↘ $f(x_0)$ ↗		$f(x)$	↗ $f(x_0)$ ↘

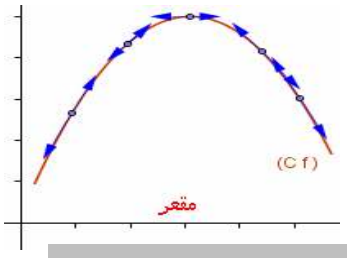
5-3نقط الانعطاف :

f I

محدب (C_f)

مقعر (C_f)





مبرهنة f $-I$

f'' I (C_f) يكون محدبا على I

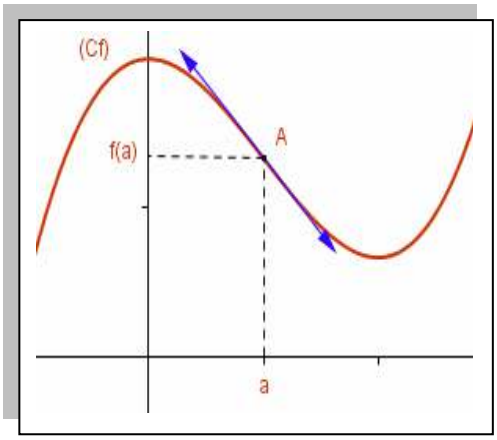
f'' I (C_f) يكون مقعرا على I

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تعريف نقطة الإنعطاف :

(C_f)

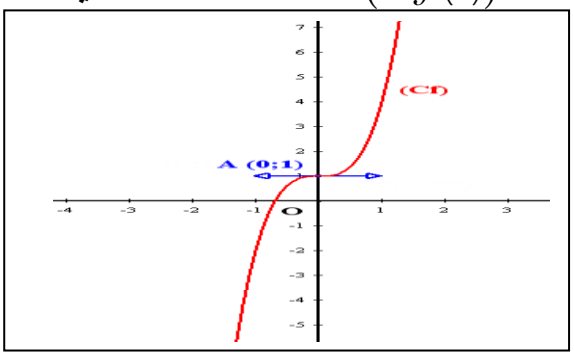


مبرهنة f I. إذا

انعدمت الدالة المشتقة الثانية f'' عند a مغيرة إشارتها فإن النقطة $A(a,f(a))$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

حالة خاصة f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I من و a عدد حقيقي من I

إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند a غير مغيرة إشارتها فإن $A(a,f(a))$ نقطة انعطاف أفقية للمنحني (C_f)



$f(x)=3x^3+1$

$f'(x)=9x^2$

$A(0,f(0))$ 0 f'

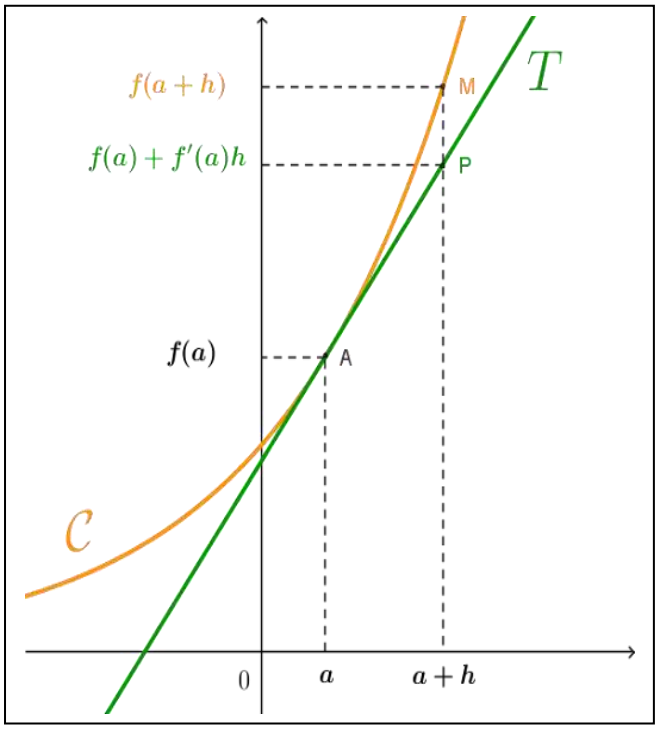
(C_f)

4-5التقريب الخطـــي :

a f C_f

a f

a f



a

$f(x)$ $f(a)$ $f(a)(x-a)$

$L(x)$ $f(a)$ $f(a)(x-a)$

x x_0 h x x_0

0 h h 0

$f(a+h)$ $f(a)$ $f(a)h$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تطبيق 06

1)برّر التقريب التآلفي المحلي عند 0 في كل الحالة من الحالات التالية :

أ) $(3+h)^3 \approx 27+27h$. ب) $\frac{1}{\sqrt{1+h}} \approx 1-\frac{h}{2}$. ج) $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$. د) $\sin x \approx x$.

2) عيّن التقريب التألفي للدالة f المعرفة بـــ $f(x) \quad \frac{1}{x \quad 1^{\,2}}$ عند النقطة 2 x_0 ثم استنتج القيمة المقربة لـــ $\frac{1}{0.998^{\,2}}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ملخص هام وشامل لدرس الاستمرارية ومبرهنة القيم المتوسطة

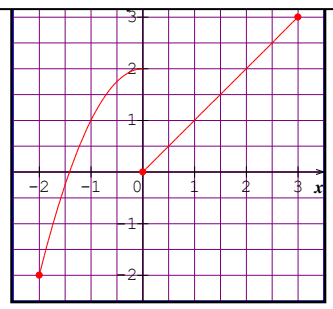
1/تعريف:

f دالة مجموعة تعريفها D_f و a عدد حقيقي غير معزول من D_f.

(أي f معرفة على مجال مفتوح يشمل a) .

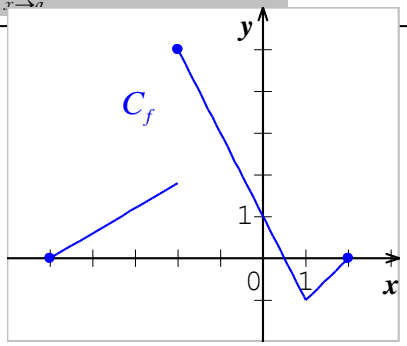
القول أن الدالة f مستمرة عند a يعني أن : $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

$\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

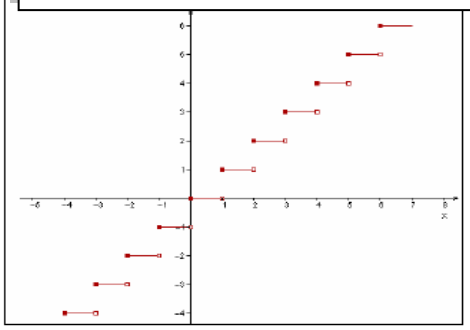


الدالة غير مستمرة عند 0

$\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$



الدالة غير مستمرة عند -2



1

تعريف:

x

n $\quad n\le x<n+1$ $\quad [\ ]\quad E$

ملاحظات :

1 f دالة $\quad [a;a+\alpha[$

f مستمرة عند a على اليمين $\quad \lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

2 f دالة $\quad]a-\alpha;a]$

f مستمرة عند a على اليسار $\quad \lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

3 f **مستمرة عند** a $\quad$ **مستمرة عند a على اليمين و على اليسار**

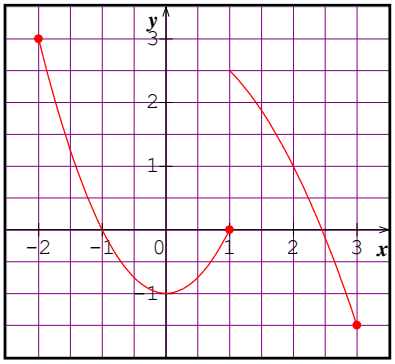
إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

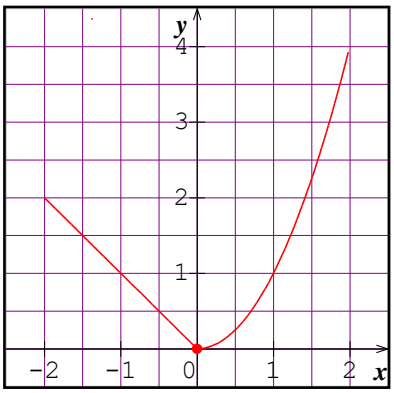
2/الاستمرارية على مجال:

- f I
  I x_0
- f $[a,b]$
  $]a,b[$ a b

التفسير البياني: تكون الدالة f مستمرة على مجال I عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم (اليد).



1



2

الدالة f الممثلة في الشكل(1) **غير مستمرة على المجال** $[-2;3]$ لأنه لا يمكن رسم منحنيها البياني دون رفع القلم.بينما الدالة f **مستمرة على كل من المجالين** $[-2;1]$ **و** $]1;3[$

الدالة f و الممثلة في الشكل(2) **مستمرة على المجال** $[-2;2]$ لأنه باستطاعتنا رسم تمثيلها البياني بدون رفع القلم.

3/العمليات على الاستمرارية: (مبرهنات ونتائج) يبرهن ونقبل بالنسبة للمستوى ما يلي:

1-3 الدوال المرجعية مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها

دالة المربع : $x \to x^2$ مستمرة على

-دالة المقلوب : $x \to \frac{1}{x}$ مستمرة على المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$

- دالة الجذر التربيعي : $x \to \sqrt{x}$ مستمرة على $[0;+\infty[$

- الدالتان : $x \to \sin x$ و $x \to \cos x$ مستمرتان على .

- دالة القيمة المطلقة : $x \to |x|$ مستمرة على

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2-3 f و g دالتان مستمرتان عند x_0 و k عدد حقيقي .الدوال التالية : $f+g$ ، $f\times g$ ، kf مستمرة عند x_0 و إذا كان $g(x_0)\neq 0$ فإن الدالتين : $\frac{1}{g}$ و $\frac{f}{g}$ مستمرتان عند x_0

3-3 استمرارية دالة مركبة

إذا كانت f مستمرة عند x_0 وكانت g مستمرة عند $f(x_0)$ فإن الدالة المركبة gof مستمرة عند x_0

4-3 نتائج

1. كل دالة كثير حدود مستمرة على $\mathbb{R}$
2. الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثيري حدود) مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها
3. الدالتان $x\to\sin(ax+b)$ و $x\to\cos(ax+b)$ مستمرتان على $\mathbb{R}$

*نقبل بأن كل الدوال المقررة في هذا المستوى و المحصل عليها بالعمليات على دوال مألوفة أو بتركيبها مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.

1 الدالة $2x^2-3x+4$ x مستمرة على $\mathbb{R}$.

2/الدالة $\frac{3x-2}{x^2-1}$ x مستمرة على كل من المجالات $]-\infty;-1[$ ، $]-1;1[$ و $]1;+\infty[$

3 الدالة $\frac{2x^2+3x-1}{\sqrt{x-1}}$ x مستمرة على $]1;+\infty[$.

4 الدالة $(x^3+3x^2-x+4)cox(2x+3)$ x مستمرة على $\mathbb{R}$.

4/الاستمرارية و قابلية الاشتقاق :

مبرهنة

x_0 x_0

0 x $|x|$

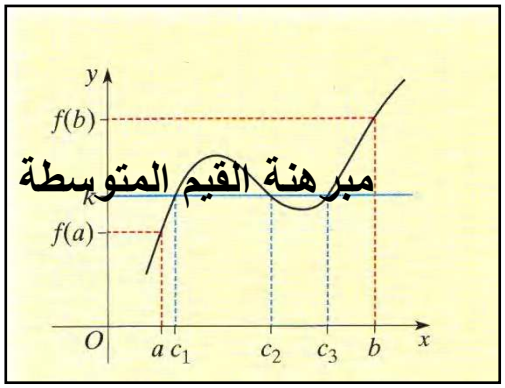
5/مبرهنة القيم المتوسطة

5- 1مبرهنة: f $[a;b]$

$f(b)$ $f(a)$ k

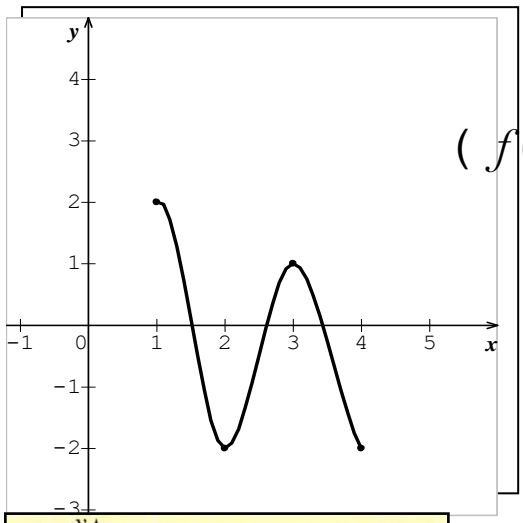
b a c

$f(c)=k$. ركزعلى فهم التفسير البياني لها



إعداد الأستاذ
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM



2-5 حالة خاصة: إذا كانت f دالة مستمرة على مجال $[a;b]$

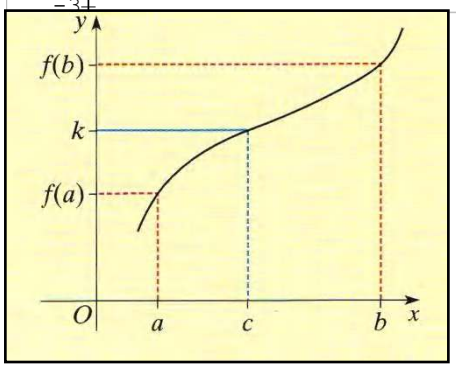
و كان $f(a)\times f(b)<0$ (العدد 0 محصور بين $f(a)$ و $f(b)$)

فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b

بحيث $f(c)=0$

أي أن f تنعدم على الأقل مرة واحدة على $[a;b]$.

6/ الدوال المستمرة و الرتيبة تماما



مبرهنة:

f

$[a;b]$

$f(b)$ $f(a)$ k

تقبل حلا وحيدا $f(x)=k$

حالة خاصة: إذا كانت f دالة مستمرة و رتيبة تماما

على مجال $[a;b]$ و كان $f(a)\times f(b)<0$ (العدد 0 محصور بين $f(a)$ و $f(b)$)

فإنه يوجد عدد وحيد c محصور بين a و b بحيث $f(c)=0$

. **ملاحظات** **ملاحظة1:** إذا كانت الدالة f مستمرة و رتيبة تماما (متزايدة تماما أو متناقصة تماما) على مجال $[a;b]$ فإن جدول تغيراتها يأخذ أحد الشكلين التاليين:

x	a	x_0	b
$f(x)$	$f(a)$	k	$f(b)$

x	a	x_0	b
$f(x)$	$f(a)$	k	$f(b)$

من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$، المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $[a;b]$.

ملاحظة2: تقبل المبرهنة السابقة عدة تمديدات في حالة دالة f مستمرة و رتيبة تماما على مجال I مفتوح أو مفتوح من إحدى الجهتين، محدود أو غير محدود.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

اصطلاح: الأسهم المائلة في جدول تغيرات دالة تترجم استمرارية و رتابة الدالة على المجال المعتبر.

ملاحظة3: إذا كان لدينا جدول تغيرات لدالة f مستمرة وقيم انعدامها يمكن استنتاج جدول إشاراتها

ملاحظة4:

7/ المعادلة $f(x)=k$

طريقة: لإثبات وجود حلول معادلة على مجال $[a;b]$ باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتبع الخطوات التالية: . نكتب المعادلة على الشكل $f(x)=k$.

- نتحقق من استمرارية الدالة f على المجال $[a;b]$.
- نتحقق من أن العدد k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$.

f **رتيبة تماما** (متزايدة تماما أو متناقصة تماما) على المجال $[a;b]$ **وحدانية** $[a;b]$

ملاحظة: مبرهنة القيم المتوسطة تؤكد فقط وجود حل على الأقل للمعادلة $f(x)=k$ أما تعيين الحلول أو قيم مقربة لها فيتم بإتباع خوارزميات مختلفة.

من هذه الخوارزميات 1

2

أمثلة : مثال 1/ برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3-2x=-2$ تقبل على الأقل حلا α في المجال $[-2;1]$.ثم **عين حصرا للعدد α سعته** 10^{-1}.

مثال 2/ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بـ $f(x)=-x^3-2x+5$

أ. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α.

عين حسب قيم x إشارة الدالة f.

مثال 3/ f 5 6

x	3	0	4
$f(x)$	1 ↘ 2	↗ 1	↘ 3

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمارين للتمكن من الاستمرارية و مبرهنة القيم المتوسطة

التمرين 01

$f(x)$ $\frac{x^2}{x^2 \quad 1}$ $x \quad 1$

f

$f(x)$ $\frac{1}{2}x^2 \quad 1 \quad x \quad 1$

$(O;i,j)$ (C_f)

1 f 1

2 (C_f)

3 f $f\ \sqrt{2}$ (C_f)

4 هل الدالة f مستمرة على $]-\infty;1]$، $[1;+\infty[$ ، ؟

التمرين 02

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-2;1[$ كما يلي: $f(x)=x\left(x+E(x)\right)$

حيث $E(x)$ x هي دالة الجزء الصحيح

1) عين عبارة $f(x)$ على كل من المجالات التالية: $[-2;-1[$ ، $[-1;0[$ ، $[0;1[$

2) ارسم في معلم $(O;i,j)$ المنحني الممثل للدالة f.

3) هل الدالة f مستمرة على $[-2;-1]$، $[-2;0[$، $[-2;1[$؟

تعريف :

$[\ ]$ E $n \le x < n+1$ n x

التمرين 03

$f(x)$ $x^2 \quad 4 \quad x \quad 0$

f دالة عددية معرفة على كما يلي : $f(x)$ $x^2 \quad 1 \quad x \quad 0;2$

$f(x)$ $x \quad 5 \quad x \quad 2$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;i,j)$

1) ارسم في معلم $(O;i,j)$ المنحني الممثل للدالة f.

2) هل الدالة f مستمرة على $]-\infty;2]$، $[0;4]$، ؟

3) هل الدالة f مستمرة عند 0 ، 2؟

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 04

f

1 $f(x)=2x^3-3x^2-1$ 2 $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2+3}{x^2-1}$

3 $f(x)=2x+1+\sqrt{x^2-1}$ 4 $f(x)=\dfrac{\cos x}{x^2+1}$

5 $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+1}{x-2}}$ 6 $f(x)=(x^2-x)\sin x$

التمرين 05

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-4;3]$ بـ: $f(x)=2x^3+3x^2-12x+1$

1. أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. بين أن المعادلة $f(x)=8$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-0,54\,;-0,53[$.

التمرين 06

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بـ $f(x)=-x^3-2x+5$

1. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1;2[$

2. 10^{-1} $0,1$ f

3. عين حسب قيم x إشارة الدالة f.

التمرين 07

I.

1) $x^4+x^2+4x-1=0$ $I=[0;1]$

2) $\cos x=x$ $I=[0;\pi]$

3) $2\sin x-x=0$ $I=\left[\dfrac{\pi}{3};\pi\right]$

I.

1) $x^3-5x^2+3x+4=0$ ، $I=[1;2]$

2) $x^3-x^2+2x-1=0$ $I=$

التمرين 08

f $f(x)=2x^3-3x^2-1$

1- برر استمرارية الدالة f على .

2- احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4-أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ثم تحقق أن α من المجال $[1,6\,;1,7]$

5-استنتج ، حسب قيم x إشارة $f(x)$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 09

1

$f : x \quad x^3 \quad 3x \quad 1 \quad 1;1$

2

$E : x^3 \quad 3x \quad 1 \quad 0 \quad 0;1$

3 باستعمال f $0,1$ $0,1$

$0,125$

4 باستعمال 10^2

التمرين 10

1

f 5 6

x	3 0 4
$f(x)$	1 ↘ 2 ↗ 1 ↘ 3 ↗

2

f

$I=[-5;-3]$ $J=[4;+\infty[$ $K=[-3;4]$

التمرين 11

g $g(x)=x^3+12x-2$

α $]0,1[$ $g(x)=0$

باستعمال f $0,1$ 10^{-1}

f $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x^2+4}$

f

$f(\alpha)$ $f(\alpha)=\dfrac{3-12\alpha}{\alpha^2+4}$

f $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+4)^2}$

f

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 12

f /1 $[a;b]$ a $f(a)$ b $f(b)$

$f(x)=x$ $[a;b]$

2 f $[a;b]$ ab $f(a)$ b^2 $f(b)$

c $[a;b]$ $f(c)=bc$

3 f دالة مستمرة على المجال $[0;1]$ بحيث $f(0)=0$ و $f(1)=1$

بين أنه يوجد عدد حقيقي c من $]0;1[$ بحيث $f(c)=\dfrac{1-c}{1+c}$

التمرين 13

f g

$f(x)=\dfrac{1}{x}$ $g(x)=x^2-x+2$

1 x 0 $f(x)=g(x)$

$x^3-x^2+2x-1=0$

2 h $h(x)=x^3-x^2+2x-1$

h $h(0)$ $h(1)$

$h(x)=0$ c c c

10^{-1}

التمرين 14

n

1 $x^{n+1}-2x^n+\dfrac{2}{n+1}=0$

2 $\dfrac{2n}{n+1}$

2 $x^6-2x^5+\dfrac{1}{3}=0$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تمارين للتمكن من الاشتقاقية و تطبيقاتها

التمرين 01

f $-\{-1\}$ $f(x)=\sqrt{(x+2)^2}+\frac{1}{x+1}$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$.

1 f 2 x_0

$x_0=-2$ T_d T_g

2 أ) احسب $\lim_{x\ 1} f(x)$ و $\lim_{x\ 1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

ب) احسب النهايتين : $\lim_{x} f(x)$ و $\lim_{x} f(x)$

جـ) احسب النهايتين : $(x\ 2)$ $\lim_{x} f(x)$ و $x\ 2$ $\lim_{x} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا

3/ f

4 $f(x)=0$ C_f

C_f T_d T_g

C_f ثم المنحني C_f

التمرين 02

$f(x)=a+b\sqrt{x-1}$ $[1;+\infty[$ f

f (C_f)

1 b a $A(2;0)$ (C_f)

A $\frac{1}{2}$

$a=-1$, $b=1$

2-ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=1$ ثم فسّر النتيجة بيانيا

3 f

4-استنتج انه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحني ثم ارسم (C_f)

التمرين 03

$f(x)$ $\sqrt{x^2\ 4}$ x 0

$f(x)$ $\frac{2}{x\ 1}$ x x 0

f

f (C_f)

1 f

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

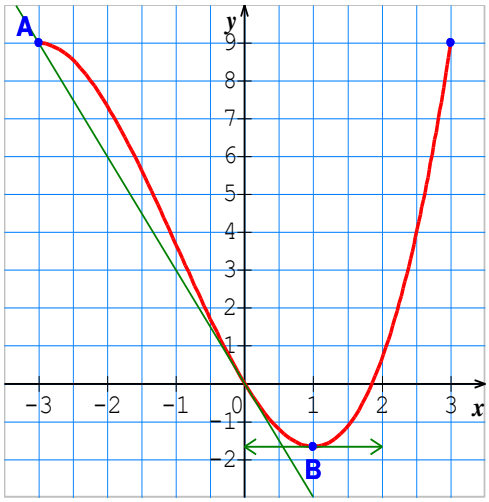
2 f 0

3/ ادرس تغيرات الدالة f على المجالين $]-\infty,0[$ و $]0,+\infty[$

4/ بيّن أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له في جوار $+\infty$ و $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

5/ رسم بدقة المنحنى (C_f)

التمرين 04



الشكل الموالي هو التمثيل البياني $\mathscr{C}$ لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$ المنحنى $\mathscr{C}$ يحقق الشروط التالية :يمر بمبدأ المعلم O ، و يشمل النقطة $A(-3;9)$ ، يقبل في النقطة B التي فاصلتها 1 مماسا أفقيا و يقبل المستقيم (OA) كمماس عند النقطة O .

1) ما هو معامل توجيه المستقيم (OA)؟

2) نفرض أن f معرفة على $[-3;3]$ بـ:

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية .

أ- بين باستعمال الشروط السابقة أن : $a=\frac{1}{3}$ ، $b=1$ ، $c=-3$ و $d=0$

f $f'(x)$

التمرين 05

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـة على $2;$ $0;$ بـ

$$f(x)=1+\sqrt{x^2-2x}$$

وليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد ومتجانس

1/ ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 2 x_0 وفسّر النتيجة بيانيا

2 / بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $x=1$ محور تناظر للمنحنى (C)

3/ بيّن أن المستقيم (D_1) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C) في جوار $+\infty$ ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب المائل (D_2) في جوار $-\infty$

4/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

5/ ارسم المنحنى (C)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 06

f x $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-2}$

(C_f) $(O;i,j)$

1 a b c (C_f)

2 f $y=x-3$ (C_f) 3

2 $f(x)$ x 3 $\dfrac{1}{x-2}$

3/ أ) احسب $\lim_{x\to 2} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

ب) احسب النهايتين : $\lim_{x} f(x)$ و $\lim_{x} f(x)$

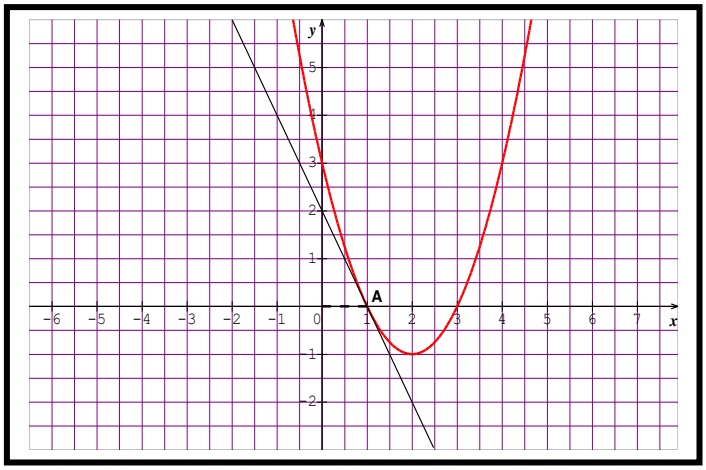
4 f ω (C_f)

5 (C_f) (D_1) (D_2) 3

6 (C_f) (D_1) (D_2) M_1 M_2 (D_1) (D_2)

7 $f(x)=-3x+m$ m

التمرين 07



$(O;i,j)$

f

$f(x)=ax^2+bx+c$

(C) a,b,c

1

$f(1)$ $f(2)$ $f'(1)$

2 a,b,c

3 بيّن أن للمنحني (C_f) مماسان (D_1) و(D_2) يشملان النقطة $A(2;-2)$ ، يطلب كتابة معادلتيهما

4 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m(x-2)-2$

5 h $h(x)=[f(x)]^2$

$h'(x)$ $f(x)$ $f'(x)$ $h'(x)$

h

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 08

جدول التغيرات الموالي هو لدالة u معرفة على $D_u=[-2;3]$

x	-2		-1		0		1		2		3
$u'(x)$			0		‖		0		‖		
$u(x)$	2	↗	3	↘	0	↘	1	↗	0	↗	2

نعتبر الدوال f ، g ، h و k المعرفة كما يلي : $f=u^2$ ؛ $g=u^3$ ؛ $h=\dfrac{1}{u}$ ؛ $k=\sqrt{u}$

أ) عيّن مجموعة تعريف لكل دالة من الدوال f ، g ، h و k

ب) عبّر عن كل من $f'(x)$ ، $g'(x)$ ، $h'(x)$ و $k'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$.

ج) استنتج جدول تغيرات لكل دالة من الدوال f ، g ، h و k

التمرين 09

1 $f(x)=\left(x^2+2x-3\right)^3$ 2 $f(x)=\left(\dfrac{x-2}{x-1}\right)^4$ 3 $f(t)=\tan^3 t$

3 $f(x)=\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)^n$ 3 $f(x)=\cos^3(x)+\sin(x^2+1)$ 5 $f(x)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+2}}$

التمرين 10

1 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ 2 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ 3 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x}$

4 $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin 3x}{2\cos x-1}$ 5 $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-1}{2\cos x-\sqrt{2}}$ /6 ، $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$ 7 $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$

التمرين 11

f_m الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f_m(x)=\dfrac{x^2+mx}{x^2-1}$ مع m عدد حقيقي .

أ) من أجل أي قيمة للعدد m حيث f_m لا تقبل قيم حدّية محليّة ؟

ب) من أجل أي قيمة للعدد m حيث f_m تقبل قيمتين حدّيتين محليتين إحداهما صغرى والأخرى عظمى؟

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 12

1 0

$(1+x)^3 \approx 1+3x$ $\sqrt{1+x} \approx 1+\frac{x}{2}$

$\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ $\sin x \approx x$

2 $\tan 46°$ $\sqrt{3654}$

التمرين 13

f x $f(x)=\cos 2x-4\cos x$

f (C_f)

1 f 2π

2 f f

3 f

4 (C_f)

5 (C_f) (C_f) $[-\pi;\pi]$

التمرين 14

f x $f(x)=\frac{1}{2}\cos 2x-\cos x$

1 f 2π

2 (C_f)

3 x $f'(x)=(1-2\cos x).\sin x$

4 f $[0;\pi]$

5 (C_f) (C_f) $[-\pi;\pi]$

التمرين 15

f x $f(x)=\cos^2 x.\sin 2x$

1 f π

2 f f

3 f

4 (C_f) (C_f) $[-\pi;\pi]$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمرين 16

f x $f(x)=1+2\cos x+\cos 2x$

f 2π 1

f 2

f 3

(C_f) 4

(C_f) $[-\pi;\pi]$ (C_f) 5

m $\left\{\cos^2 x+\cos x=\frac{m}{2};-\pi\le x\le\pi\right\}$ 6

التمرين 17

f هي الدالة المعرّفة على $f(x)=\sin 3x-3\sin x$.

1) قارن بين $f(x)$ وكل من $f(x+2\pi)$ ، $f(-x)$ و $f(\pi-x)$.

ثم برهن إذن أنّه يكفي دراسة الدالة f على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

2) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-6\sin x\sin 2x$.

3) أدرس تغيّرات الدالة f على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.ثم أرسم منحني الدالة f على $[-2\pi;2\pi]$.

التمرين 18

f x $f(x)=\frac{\sin x-\cos x}{\cos^2 x}$

f 2π 1

f $[-\pi,\pi]$ (C_f) $[-\pi;\pi]$ 2

التمرين 19

$-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\right\}$ $f(x)=\frac{\cos 2x}{\cos x}$

f 2π 1

f 2

f 3

(C_f) $[-\pi;\pi]$ (C_f) 4

التمرين 20

أ). نعتبر الدالة g المعرفة على بـ $g(x)=2x-\sqrt{1+x^2}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يطلب تعيينه. استنتج إشارة g على .

ب). نعتبر الدالة f المعرفة على بـ $f(x)=2\sqrt{1+x^2}-x$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

نعتبر المستقيمين $(D):y=-3x$ و $(D'):y=x$ أدرس نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

1)بين أنه من أجل كل x من ، $f'(x)=\frac{g(x)}{\sqrt{1+x^2}}$. استنتج جدول تغيرات الدالة f.

2)أحسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+3x]$. فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها.

3) بين أن المستقيم (D') مستقيما مقاربا للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

4)أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) و (D'). أرسم (C_f)، (D) و (D').

تمارين خاصة بشعبة رياضيات وتقني رياضي

التمرين 21

f $f(x)$ x 1 $\sqrt{x^2}$ 1 x 1

$f(x)$ $\frac{1}{2}$ 2 x $\sqrt{x}$ 1 x 1

f (C)

1 f

2 f -1

3 $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

4 f

5 (C_f) $]-\infty;8]$

التمرين 22

f $f(x)$ x 3 $\sqrt{x^2}$ 1 x 0

$f(x)$ 1 $\frac{1}{\sqrt{1}}$ $\frac{x}{x^2}$ x 0

f (C)

1 f 0

2 f 0

3 $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$-\infty$ (C) $y=2x+3$ (D)

(C_f) f 4

التمرين 23

f $f(x)=-x+\sqrt{x^2+8}$

$(O;i,j)$ C_f

1 f

2 أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+2x\right]$. فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها ثم C_f .

3 g $g(x)=-x-\sqrt{x^2+8}$

$(O;i,j)$ C_g

O C_f C_g

C_g (Γ) $(\Gamma)=(C_f)\cup(C_g)$

التمرين 24

f_n n

$$f_n(x)=\left(x^2-2x\right)^n$$

1 n f_n

2 f_n $\mathscr{C}_n$

$\mathscr{C}_n$ $x=1$

n $\mathscr{C}_n$

$\mathscr{C}_7$ $\mathscr{C}_1$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

نحو البكالوريا :التدريب المبكر لحل نماذج امتحانات وبكالوريات

التدريب 01

بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2014

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة g على ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II)- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O,i,j) .

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من : $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).

3) أ)بين أنه من أجل كل x من : $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات f. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$).

4) احسب $f(1)$ ثم حل في المعادلة $f(x)=0$

5)أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرفة على كما يلي: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$. و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) تحقق أنه من أجل كل x من : $h(x)=f(x)-2$

ب)استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدريب 02

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على كما يلي: $g(x)=x^3+3x-16$.

1) ادرس تغيرات الدالة **g**.

2) أ) بيّن انّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in 1;3$

ثم باستعمال طريقة التنصيف بيّن : $2,5$ 2

ب) باستعمال طريقة المسح (جدول قيم بخطوة 0.1) أوجد حصرا للعدد α سعته 10^{-1}

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+8}{x^2+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;i;j)$.

4) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن انّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

5) بيّن ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

6) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.احسب $f(2)$

ب) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

7) h دالة معرفة على D_f بـ : $h(x)$ $f(x)^2$

-ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

التدريب 03

$[-2;0[\cup]0;+\infty[$ x f

(C_f) ، $f(x)=1+\dfrac{\sqrt{x+2}}{x}$ $(O;i,j)$

1 **ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=-2$ ثم فسّر النتيجة هندسيا**

2 D_f

f

3 (C_f) A

4 $x_0=-1$ (C_f) (Δ)

5 (C_f) (Δ) $f(2)$

$x=-2$

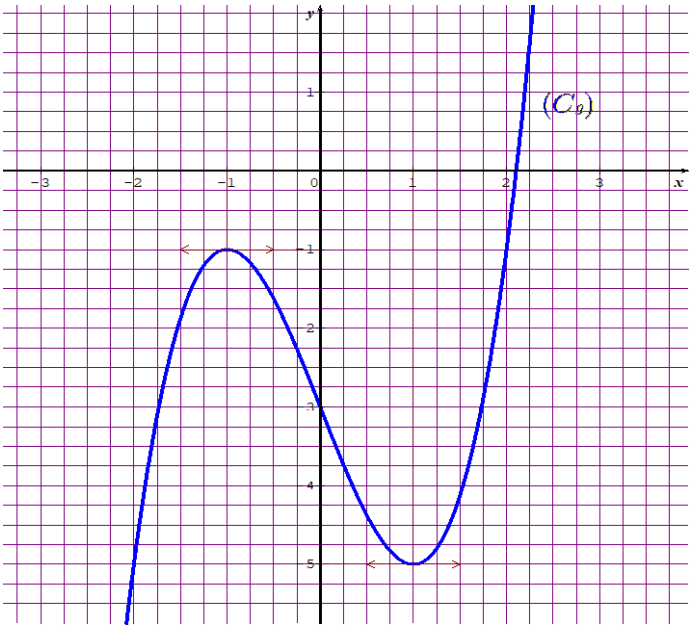
إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

6 g x $g(x)=1+\dfrac{\sqrt{|x|+2}}{|x|}$

g (C_f) (C_g)

التدريب 04



I - (C_g)

g

$g(x)=ax^3+bx+c$

1 $g(1)$ $g'(1)$ $g'(0)$

a , b , c

2 g

3- بيّن ان المعادلة $x^3-3x-3=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left]2;\dfrac{5}{2}\right[$

4- استنتج إشارة $g(x)$ على

II- f $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ $f(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}+1$

(C_f) $(O;i,j)$

1 x $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ $f'(x)=\dfrac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$

2 f D

3 $f(\alpha)$ $f(\alpha)=3\alpha+1$

4 (Δ) $y=2x+1$ (C_f)

(Δ) (C_f)

(C_f)

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدريب 05

f * $f(x)=\dfrac{x^3+ax+b}{2x}$

(γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$

1 a b f 1– 2

نفرض فيما يلي : $a=1$ و $b=-2$

2 أ) احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

ب) احسب النهايتين : $\lim_{x} f(x)$ و $\lim_{x} f(x)$

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}\right)\right]$$

(γ) الممثل للدالة f و القطع المكافئ (P) الذي معادلته $y=\frac{1}{2}(x^2+1)$

3 f

4 $x_0=1$ (T)

M_0 (γ) (T)

5 (γ) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

6/ بيّن أن المنحني (γ) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=1$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 1,5 و 1,6

7 القطع المكافئ (P) و (γ)

$$h:x\to\frac{-x^2|x|-|x|-2}{2x}$$

h

(γ) (C_h) h

التدريب 06

f $f(x)=ax+\dfrac{bx+c}{(x-2)^2}$ $-\{2\}$

(C_f) $(O;i,j)$

1 a b c (C_f) $A(3;1)$

4 $y=x$

2 1 $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x+1}{(x-2)^2}$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

ب) احسب $\lim_{x \to 2} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا ثم احسب النهايتين : $\lim_{x} f(x)$ و $\lim_{x} f(x)$

3/ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 2 فإن : $f(x) = \frac{(x-1)(x^2-5x+8)}{(x-2)^3}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم اشكّل جدول تغيرات الدالة f

4 $f(x)=0$ α $\left]\frac{5}{2};3\right[$

α 0.1

5 (C_f) (Δ)

ب) T $y = \frac{1}{4}x$ (C_f) x_0 x_0

6 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 2 فإن : $f(x) = \frac{2x-2}{(x-2)^4}$

ب) C_f I

7 T (Δ) (C_f)

m m x $f(x)$

التدريب 07

بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2009

f x ; 1 $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$

C_f f $(O;i,j)$

1 f

2 C_f D x y

C_f D

3 C_f x_0 1.4 x_0 1.3

C_f

4 C_f

5 g ; 1 $g(x) = |f(x)|$

C_g g

C_g C_f

6 m x $g(x) = m^2$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

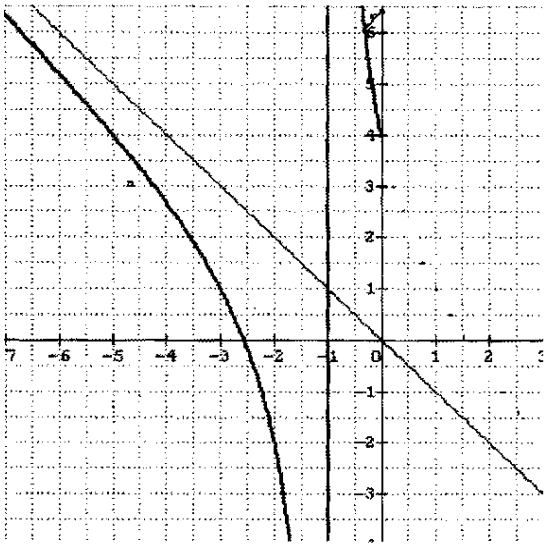
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدريب 08

بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2009

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

(c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل.



1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكّل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرفة المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

(c_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد تجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (c_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلاً (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k).

التدريب 09

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على كما يلي: $g(x)=x^3+3x-16$.

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) أ) بيّن انّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in 1;3$

و باستعمال طريقة التنصيف بيّن أن: $2,5$ 2

ب) باستعمال طريقة المسح (جدول قيم بخطوة 0.1) أوجد حصرا للعدد α سعته 10^{-1}

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على كما يلي : $f(x)=-x+\dfrac{x+8}{x^2+1}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;i;j)$.

4) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن انّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{xg(-x)}{(x^2+1)^2}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

5) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار كل من $-\infty$ و $+\infty$ يطلب تعيين معادلته ،ثم ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

6) أ) بيّن أنّ $f(-\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(-\alpha)$.احسب $f(2)$

ب) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

7) h دالة معرفة على D_f بـ: $h(x)$ $f(x)^2$

أ-ادرس اتجاه تغير الدالة h ب-شكل جدول تغيرات الدالة h

التدريب 10

I) نعتبر g دالة كثير الحدود المعرفة على بـ: $g(x)=-x^3-3x^2-3x+5$

أ) ادرس تغيرات g .

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α في المجال $]0;1[$.

ج) أعط حصرا لـ α سعته 10^{-1} ثم عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-3x+1}{(x+1)^2}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;i,j)$.الوحدة $2cm$.

1) احسب $\lim_{x\to-1} f(x)$. فسر بيانيا النتيجة.ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) . أ) بين انه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$

ب) أثبت أن : $f(\alpha)=-3+\dfrac{9}{(\alpha+1)^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

جـ) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-2$ مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $0,4$ x_1 $0,3$ و $1,6$ x_2 $1,5$

5 T (C_f) f 1

6 T (C_f)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$h(x)$ $f(x)$ x 0

$h(x)$ x $\frac{1}{x}$ 1 x 0 h 7

$x_0 = 0$ h

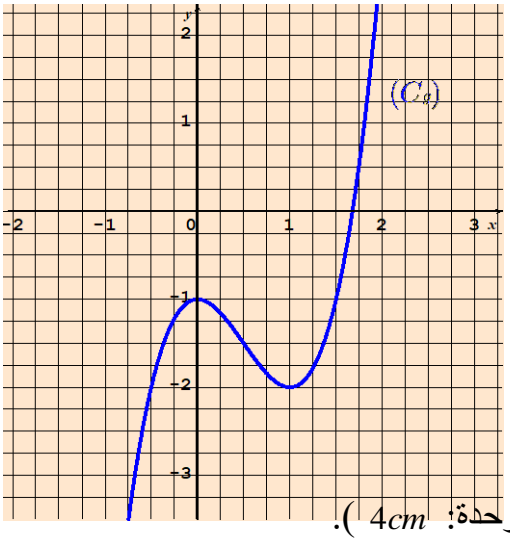
f h

(C_h) (C_h) $y = -x$ (Δ')

التدريب 11

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال بـ : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم.



تم رسم (C_g) باستعمال برنامج راسم المنحنيات فكان كالتالي :

1) ضع تخمينا حول عدد جذور و إشارة العبارة $g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين $1,6$ و $1,7$.

4) استنتج ، حسب قيم x، إشارة $g(x)$ على.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ (الوحدة: $4cm$).

1) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و فسّر النتائج بيانيا

2) بين أنه من كل x من مجموعة التعريف فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة لـ (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة0 .

5) ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمماس (Δ). ماذا تلاحظ ؟ ثم ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f).

6) لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $k(x) = \frac{x^3+1}{1-x}$

أ) اعتمادا على نتائج دراسة الدالة f ادرس تغيرات الدالة k

بيّن أن المنحني (P) الممثل للدالة : $x \to -x^2 - x$ مقارب للمنحني (C_k) الممثل للدالة k ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_k) ثم ارسم (P) و (C_k)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدريب 12

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

حيث $]1;+\infty[\ \ ]-1;1[\ \ ]-\infty;-1[=D_f$ ؛ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .
- استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أكتب معادلة للمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) (D_f x a,b و c

$f(x)=a.x+b+\dfrac{cx}{x^2-1}$: $f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ).

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;1[$ ثم تحقق أن: $0,8$ $0,7$

6) أرسم المستقيمات المقاربة و المنحني (C_f).

7)أ) من ملاحظة (C_f) خمن وجود مركز تناظر للمنحني (C_f) ثم أثبت صحة أو عدم صحة تخمينك

ب) h $h(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{|x^2-1|}$ (C_h)

(C_h) (C_f) ثم ارسم

التدريب 13

f $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ $-\{1\}$

1 a b c (γ) تمثيلها البياني

$D(0;-3)$ $E(-1;-2)$ (γ)

2 1 $x\to\dfrac{x^2+3}{x-1}$

3 f (γ)

ω (γ)

/4 (C_f) (D_1) (D_2)

x $3y$ 20 0 M_1 M_2

(D_1) (D_2)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5 (D_1) (D_2) (γ) في معلم متعامد ومتجانس $(o;i;j)$

6 m $f(x)=-3x+2m+1$

h $h(x)=\dfrac{x^2+3}{|x-1|}$ (γ')

(γ') (γ) ثم ارسم

7/ g دالة معرفة على D_f بـ : $f\ \dfrac{1}{x}$ $g(x)$

أ-باستعمال مشتقة دالة مركبة ادرس اتجاه تغير الدالة g

ب-شكل جدول تغيرات الدالة g

التدريب 14

بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2017

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على كما يلي: $g(x)=x^3+6x+12$

1)ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2)بيّن انّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\ ]-1,48;-1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;i;j)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن انّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) أ)بيّن ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدريب 15

$P(x)=x^3+3x^2+3x+2$ P x I

$P(x)$ $P(-2)$ 1

x $P(x)$ 2

$f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ 1 x f II

$(O;i,j)$ f (C_f)

$\lim\limits_{x} f(x)$ $\lim\limits_{x} f(x)$ $\lim\limits_{x_1} f(x)$ 1

$f'(x)=\dfrac{2P(x)}{(x+1)^3}$ D_f x 2

f

(D) (C_f) 3

(D) (C_f)

$\left]\dfrac{-3}{8};\dfrac{-1}{4}\right[$ α $f(x)=0$ 4

x $f(x)$

0 (Δ) 5

(C_f) (Δ) 6

$k(x)=2|x|+3-\dfrac{1}{(|x|+1)^2}$ k 7

$A\ 0;2$ 0 k

k (C_k) (C_f)

التدريب 16

بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2008

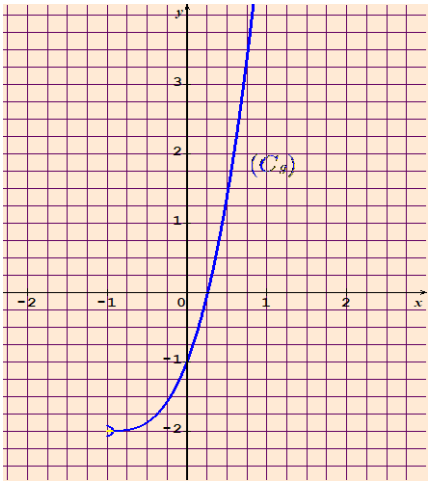
C_g

$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$ $]-1;+\infty[$

$g\left(\dfrac{1}{2}\right)$ $g(0)$ g 1

$g(\alpha)=0$ يحقق $\left]0;\dfrac{1}{2}\right[$ α

$]-1;+\infty[$ $g(x)$



إعداد الأستاذ
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2 f $]-1;+\infty[$ بما يأتي: $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$

(Γ) ومتجانس $(O;i;j)$

x $]-1;+\infty[$ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

$\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

f $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ $\lim\limits_{x\longrightarrow-1}f(x)$

3- α 0.26 $f(\alpha)$ 10^{-2}

(Γ)

4 $f(x)$ $f(x)=x+a+\dfrac{b}{(x+1)^2}$ a b

F f $]-1;+\infty[$ والتي تحقق: $F(1)=2$

التدريب 17

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية g المعرفة على كما يلي:

$$g(x)=x^3-x^2+3x+1$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2) بيّن انّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\,]-0,3;-0,2[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على كما يلي : $f(x)=ax+\dfrac{b}{x^2+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;i;j)$.

1) أ)عيّن العددين a و b حتى يقبل المنحني (C_f) مماسا عند النقطة $(0;-2)$ مماسا معامل توجيهه 1

ب) تحقق أن الدالة f المعرفة في السؤال السابق هي : $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x^2+1}$

2) أ) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

ب) بيّن انّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{(x+1)g(x)}{(x^2+1)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها. واحسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$

3) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار كل من $-\infty$ و $+\infty$ يطلب تعيين معادلته ،ثم ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) بيّن ان المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم المقارب المائل يطلب تعيين معادلته

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

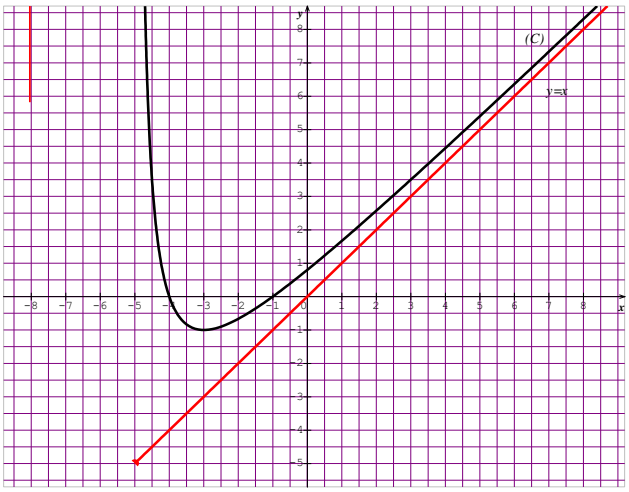
قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

5) بيّن أن للمنحني (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما

6) عيّن حصرا للعدد $f(\alpha)$ ثم ارسم المستقيم (Δ) والمماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

7)ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $mx^2+m+2=0$

التدريب 18



I 5; f I

$f(x)$ x^2 5x 4

x 5

C_f

I f 1

f

$g(x)$; 5 g 2

x 5

C_g

g

C_g

g

$k(x)$ x^2 5x 4 5 k II

$|x$ 5|

$k(x)$ 1

k 2

k C_k 3

التدريب 19

$f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ $]-\infty;-1]$ $[1;+\infty[$ f

$(O;i;j)$ (C_f)

f /1

$+\infty$ (C_f) $y=\frac{1}{2}x-1$ (Δ) 2

$\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\le 1$ $[1;+\infty[$ x

$[1;+\infty[$ (Δ) (C_f)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$

3 $g(x)=x^2\sqrt{x^2-1}-2$ $[1;+\infty[$ g

$[1;+\infty[$ g $g\left(\sqrt{2}\right)$

$[1;+\infty[$ g

4 $[1;+\infty[$ $f'(x)$ $g(x)$ $f'(x)$

$]-\infty;-1]$ $[1;+\infty[$ $[1;+\infty[$ f

5 $-\infty$ (Δ') (C_f)

6 (C_f)

7 $h(x)$ $\dfrac{1}{2}|x|$ $\dfrac{\sqrt{x^2\ \ 1}}{|x|}$ $]-\infty;-1]$ $[1;+\infty[$ h

g C_h

C_f C_h

التدريب 20

$f(x)=\dfrac{x^2-2x-1}{x^2-2x}$ $^*-\{2\}$ x f

f (C_f)

1

2 f

3 (D) (C_f)

4 (C_f) x 1 (Δ)

5 $A\left(1;\dfrac{13}{9}\right)$ (D_2) (D_1) (C_f)

6 C_f (D_2) (D_1)

7 $(\Delta_m): y=mx+\dfrac{13}{9}-m$

(Δ_m) A

$f(x)=mx-m+\dfrac{13}{9}$ m

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

تداريب خاصة بشعبة رياضيات وتقني رياضي

التدريب 01

f $f(x)=x-1+\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ (C_f) $(O;i,j)$

1 f

2 $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-3)]$ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$

3 $A\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ (C_f)

4 (C_f) T_1 T_2 $\frac{5}{2}$

5 C_f α $\frac{5}{6}$ α $\frac{1}{2}$

6 (C_f) $f(x)$ x

7 (C_f)

8 $f(x)=x+m$ m

9 g $g(x)=f(\sin x)$

g 2π g

(C_g) g $[-2\pi;2\pi]$

التدريب 02

f الدالة العددية المعرفـة على بـ : $f(x)=x+\sqrt{|x^2-1|}$

وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

1/ اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة

2/ ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمتين (-1) و (1) وفسّر النتيجة بيانيا

3/ احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$ وفسّر النتائج بيانيا

4/ g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـة على $]-1;1[$ كما يلي : $g(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g و احسب $g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;1[$.

5/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

6 (C_f)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التدريب 03

f الدالـة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفــة بـ: $f(x)=\dfrac{4x^2-11x+7}{2(x-2)}$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$.

1/ ادرس تغيرات الدالة واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)

2/ برهن أن النقطة A تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر للمنحني (C_f)

3/ احسب إحداثيات نقط تقاطع المنحني مع المحورين الإحداثيين ثم ارسم المنحني (C_f)

4/ بيّن ان المنحني (C_f) يقبل مماسين يوازيان المستقيم الذي معادلته : $2y-3x+5=0$

5/ احسب إحداثيات نقطتي التماس B و C لهذين المماسين مع المنحني ثم تحقق من أن النقطتين B و C متناظرتين بالنسبة إلى النقطة A. وعيّن معادلتي المماسين .

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=\dfrac{3}{2}x+m$

7/ (f_m) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f_m(x)=\dfrac{4x^2+(m-8)x-m+4}{2(x-2)}$

نسمــي (C_m) المنحني الممثل للدالة f_m في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O;i,j)$

أ - بين انه توجد نقطة ثابتة تنتمي إلى جميع المنحنيات (C_m)

ب - ما هو المنحني (C_m) الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيين $\left(\dfrac{7}{4};0\right)$

التدريب 04

f $]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$

$$f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$$

(C_f) $(O;i,j)$

1/ $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{f(x)+3}{x+4}$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-1}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

3 (C_f) (Δ)

4 f (C_f)

5/ h الدالة المعرفة على المجموعة $]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$: كما يلي $h(x)=x+1-\sqrt{x^2+4x}$

وليكن (C_h) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$.

أ) بيّن أن المنحنيين (C_f) و (C_h) متناظرين بالنسبة للنقطة $\omega(-2;-1)$

ب) نسمي (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقق :

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

(Γ) $(\Gamma)=(C_f)\cup(C_h)$ $y^2-2(x+1)y-2x+1=0$

6 $u=i$ $v=i+2j$

$(\omega;u;v)$ (Γ) $(\omega;u;v)$

التدريب 05

F

$F(0)=0$ $F'(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$

نقبل أنّ الدالة F موجودة ولا نريد إيجاد عبارتها $F(x)$

1 G $G(x)=F(x)+F(-x)$

G $G'(x)$ $x\in$

$G(0)$ F

2 H $I=]0;+\infty[$ $H(x)=F(x)+F\left(\dfrac{1}{x}\right)$

H I $H'(x)$ $x\in I$

$H(x)=2F(1)$ $x\in I$

$\mathcal{C}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=2F(1)$

3 T $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$ $T(x)=F(\tan x)-x$

$T'(x)$ T $F(1)$

4

F

5 $\mathcal{C}$

1 0 -1

التدريب 06

f x $]-\infty;0[\cup[1;+\infty[$

حيث : $f(x)$ $\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2}}$ 1 x

$f(1)$ 0

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$

1- بيّن أن f مستمرة على المجال $[1;+\infty[$

2-ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 1 و فسر النتيجة هندسيا .

3- (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y=x+\dfrac{1}{2}$ و $y=-x-\dfrac{1}{2}$

- بيّن ان (D) و (D') مقاربان للمنحني (C_f)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4- ادرس تغيرات الدالة f

5- ارسم المنحني (C_f)

التدريب 07

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $f(x)$ $\sqrt{x^2}$ 1 $\frac{4}{\sqrt{x^2}}$ 1 : حيث

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$

1- بيّن أن f دالة زوجية

2-أ) احسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم استنتج

ب) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $f(x)$ $\frac{x\ x^2\ 3}{\sqrt{x^2\ 1^3}}$: وأن

3- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$.ثم استنتج معادلة المستقيم (Δ') المقارب الأخر للمنحني (C_f) في جوار $-\infty$

4- بيّن أن : $\frac{3\ 3x^2\ 1}{\sqrt{x^2\ 1^3}}$ ثم أستنتج أن المنحني (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتيهما f x

5- ارسم المنحني (C_f)

التدريب 08

نعتبر الدالة f المعرّفة على $-\{-1;3\}$: $f(x)=\frac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$

يرمز $\mathcal{C}$ إلى المنحني الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$.

1) أدرس تغيّرات الدالة f . استنتج معادلة لكل مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}$.

2) أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathcal{C}$ عند نقطته ذات الفاصلة 5 .

3) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني $\mathcal{C}$. أرسم المنحني $\mathcal{C}$.

4)بقراءة بيانية : أ) عيّن قيم x التي يكون من اجلها : $f(x)$ 0 1

ب) حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x

5) g $-\{-1;3\}$ $g(x)=\frac{|x^2-2x-15|}{x^2-2x-3}$

(C_g) $\mathcal{C}$ g (C_g)

6) نعتبر الدالة f_m المعرّفة : $f_m(x)=\frac{x^2-mx-15}{x^2-mx-3}$ حيث m وسيط حقيقي .

أ- تحقق أن : $f_m(x)=1-\frac{12}{x^2-mx-3}$

ب- أدرس تغيرات الدالة f_m واستنتج المستقيمين القاربين لمنحنها $\mathcal{C}_m$.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

جـ بين أنّه توجد نقطة وحيدة تنتمي إلى كل المنحنيات $\mathcal{C}_m$.

د . ما هو المنحني الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيتين $(1;4)$ ؟

التدريب 09

g D ; 1 1; $g(x)$ 2 $x^2\sqrt{x^2 1}$

C_g

1 g $\sqrt{2}$ g $\sqrt{2}$

2 $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

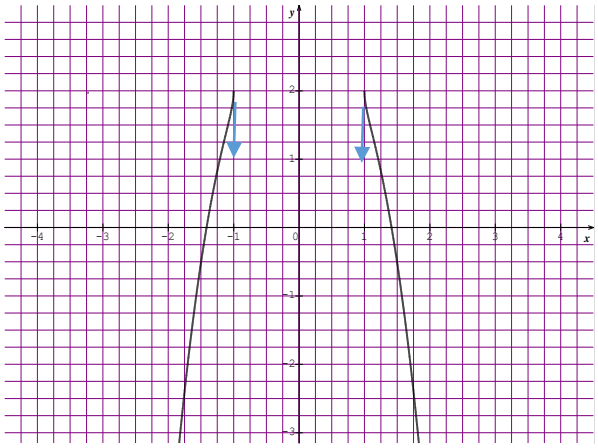
g

1 g

x $g(x)$

II f D ; 1 1;

$f(x)$ $\frac{2\sqrt{x^2 1}}{x}$ x 1



$(O;i;j)$ C_f

1 1 f 1

2 $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3 x ; 1 1; $f(x)$ $\frac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2 1}}$

4 f

5 C_f I 0;1

6 (Δ) $y=-x+3$ (C_f) $+\infty$

(Δ') (C_f) $-\infty$

7 C_f (Δ') (Δ)

$f(x)=-x+m+1$ m

التدريب 10

g -أ $g(x)$ $\frac{1}{2}$ $\frac{x}{2\sqrt{x^2 1}}$

C_g g $(O;i,j)$

1 g

2 g $g(x)$

3 $g(-x)+g(x)=-1$ x

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

4) C_g

ب. f $f(x)$ $\frac{x}{2}$ 1 $\frac{1}{2}\sqrt{x^2}$ 1

$(O;i,j)$ f C_f

1 $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2 (Δ) $y=-x+1$ C_f

3 f

4 C_f $y=2$ –1 –0.5

5 C_f T $\frac{1}{2}$

6 C_f T

7 $f(x)=mx+1$ m

g $k(x)=f(-|x|)$

k

g (C_k) (C_f)

التدريب 11

f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ بـ $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

(C_f)

1) بين أن الدالة f فردية

2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج المستقيمات المقاربة الموازية لحامل محور التراتيب

3) أ)بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحي (C) عند $+\infty$.

ب) استنتج النهايتين: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

جـ) حدّد وضعية (C_f) بالنسبة لـ(Δ)

4) باستعمال نتيجة السؤال 1) استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلاً (Δ') عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

5)ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها

6) ارسم (Δ) (Δ') (C_f)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

7) أ)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : x $m^2\sqrt{x^2 \quad 4}$

ب) ليكن (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ بـ : $g(x)=-f(|x|)$

- انطلاقا من المنحنـي (C_f) استنتج رسم المنحني (C_g).

التدريب 12

f x $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

C_f $(O;i,j)$

I) 1 f C_f

2 (D) C_f

3 $f(-x)+f(x)$ C_f

5 C_f $y=x$ x_0 2 x_0 1

4 C_f (D)

5 C_f

II) h $h(x)=1+\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$ (γ')

1 h $x_0=0$

2 h

3 C_f (C_h)

III) g x $g(x)=x+\sqrt{x^2+1}$

$(O;i,j)$ (C_g)

1 $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-2x]$ $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها

3/ (C_g)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

الهدية

فأحرص على ما ينفعك واستغل إمكاناتك الكامنة وطوّر قدراتك بالشكل الذي يفيدك حالا ومستقبلاً -إن أشقى الأشقياء ,واتعس التعساء هو الذي حرم نفسه من كافه الخيارات المتوفرة له للنجاح في هذه الحياة,

-ان الثروة الذاتية التي حباك الله بها في شخصيتك , وعقلك ,وفكرك , وطاقتك ومواهبك الخاصة هي خير رصيد يمكن استغلاله والإفادة منه لتحقيق أعلى مستويات النجاح التي تريدها في حياتك.

ومن لم يذق مرّ التعلّم ساعة *** تجرع ذل الجهل طول حياته

ومن فاته التعليم وقت شبابه *** فكبّر عليه أربعاً لوفاته

"The secret of success is determened by your daily agendat".

Hard work is what successful people do!"

Knowing Is Not Enough; We Must Apply. Wishing Is Not Enough; We Must Do." – Johann Wolfgang Von Goethe

"Your mind is a powerful thing. When you fill it with positive thoughts, your life will start to change.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM