# مجلة المتفوق في الرياضيات
# بـــكالـــوريـــا 2022

## جزء الواجبات المنزلية رفقة التصحيح

**للشعب: علوم تجريبية + تقني رياضي + رياضيات**

**من إعداد الاستاذ ياحي رشيد( استاذ محاضر بجامعة المسيلة)**

✆ للتواصل معنا 0656836024

**Facebook: Rachidyahiyahi**

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**نشر الأسئلة تم يوم 19.08.2021**

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

## ❀ الواجب المنزلي رقم 01 : حول تحديد اشارة عبارة جبرية

### التمرين 01

حل في $D_f$ ( مجموعة تعريف $f$ ) المعادلة $f(x)=0$ ثم حدد حسب قيم $x$ إشارة $f(x)$ في الحالات التالية

1) $f(x)=-3x-6$
2) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$
3) $f(x)=2+\dfrac{1}{x+3}$
4) $f(x)=x^2-36$
5) $f(x)=2x^2-1$
6) $f(x)=x^2+6$
7) $f(x)=x^2-9x$
8) $f(x)=8x^3-4x^2$
9) $f(x)=3x^2+7x+8$
10) $f(x)=-3x^2+2x-4$
11) $f(x)=x^2-5x+6$
12) $f(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{(x+1)^2}$
13) $f(x)=\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$
14) $f(x)=-1+\dfrac{1}{(x+2)^2}$
15) $f(x)=\dfrac{-x^3+5x^2-6x}{(x+3)^3}$
16) $f(x)=\dfrac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

## ❀ حل مقترح للواجب المنزلي رقم 01 : حول تحديد اشارة عبارة جبرية

### حل التمرين 01

حل في $D_f$ ( مجموعة تعريف $f$ ) المعادلة $f(x)=0$ ثم حدد حسب قيم $x$ إشارة $f(x)$ في الحالات التالية

1) $f(x)=-3x-6$ لدينا $f(x)=0$ تعني

$-3x-6=0$ ومنه $x=-2$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{-2\}$ و اشارة $f(x)$ هي

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-3x-6$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

2) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ : المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و اشارة $f(x)$ هي :

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{x-2}$ | | $-$ | ‖ | | $0$ |

3) $f(x)=2+\dfrac{1}{x+3}$ لدينا $f(x)=0$ تعني $2+\dfrac{1}{x+3}=0$ أي $\dfrac{2x+7}{x+3}=0$ وهذا يكافئ $2x+7=0$ و $x+3\neq 0$ وبالتالي $x=-\dfrac{7}{2}$ و $x\neq -3$ وبالتالي حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{-\dfrac{7}{2}\}$ و اشارة $f(x)$ هي

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{7}{2}$ | | $-3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x+7$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x+3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\dfrac{2x+7}{x+3}$ | | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

4) $f(x)=x^2-36$ لدينا $f(x)=0$ تعني $x^2-36=0$ أي $x^2=36$ وبالتالي $x=6$ أو $x=-6$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{-6;6\}$ و إشارة $f(x)$ هي

| $x$ | $-\infty$ | | $-6$ | | $6$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-36$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

5) $f(x)=2x^2-1$ لدينا $f(x)=0$ تعني $2x^2-1=0$ أي $x^2=\dfrac{1}{2}$ وبالتالي $x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x=+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{-\dfrac{1}{\sqrt{2}};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\}$ و إشارة $f(x)$ هي

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x^2-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

6) $f(x)=x^2+6$ المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و اشارة $f(x)$ موجبة تماما أي


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $x^2+6$ | | $+$ | |

7) $f(x)=x^2-9x$ لدينا : $f(x)=0$ تعني $x^2-9x=0$ أي $x(x-9)=0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=9$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{0;9\}$ و إشارة $f(x)$ هي

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $9$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^2-9x$ | $+$ | $0$ | $-$ $0$ | $+$ |

8) $f(x)=8x^3-4x^2$ لدينا : $f(x)=0$ تعني $8x^3-4x^2=0$ أي $x^2(8x-4)=0$ وبالتالي $x=0$ أو $8x-4=0$

$x=0$ أو $x=\frac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{0;\frac{1}{2}\}$ و إشارة $f(x)$ هي

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | $+$ | $0$ $+$ | | $+$ |
| $8x-4$ | $-$ | | $-$ $0$ | $+$ |
| $8x^3-4x^2$ | $-$ | $0$ $-$ | $0$ | $+$ |

9) $f(x)=3x^2+7x+8$

لدينا : $f(x)=0$ تعني $3x^2+7x+8$ نحسب المميز نجد $\Delta=(7)^2-4(3)(8)=-47<0$ وبالتالي المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارة $f(x)$ موجبة تماما أي:

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $3x^2+7x+8$ | $+$ | |

10) $f(x)=-3x^2+2x-4$ لدينا : $f(x)=0$ تعني $-3x^2+2x-4=0$ نحسب المميز نجد $\Delta=(2)^2-4(-3)(-4)=-44<0$ وبالتالي المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارة $f(x)$ سالبة تماما أي:

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $-3x^2+2x-4$ | $-$ | |

11) $f(x)=x^2-5x+6$ لدينا : $f(x)=0$ تعني $x^2-5x+6=0$ نحسب المميز نجد $\Delta=(-5)^2-4(1)(6)=1>0$ وبالتالي المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلان حقيقيان هما

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5-1}{2}=2$ ;

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5+1}{2}=3$ و إشارة: $f(x)$ هي:

| $x$ | $-\infty$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^2-5x+6$ | $+$ | $0$ | $-$ $0$ | $+$ |

12) $f(x)=\frac{x^2+4x+4}{(x+1)^2}$ لدينا : $f(x)=0$ تعني

$x^2+4x+4=0$ و $(x+1)^2\neq 0$

$\Delta=(4)^2-4(1)(4)=0$ $x\neq -1$

يوجد حل مضاعف هو

$x_0=\frac{4}{2(1)}=2$

و إشارة: $f(x)$ هي:

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^2+4x+4$ | $+$ | $0$ $+$ | | $+$ |
| $(x+1)^2$ | $+$ | | $+$ $0$ | $+$ |
| $\frac{x^2+4x+4}{(x+1)^2}$ | $+$ | $0$ $+$ | $\|\|$ | $+$ |

13) $f(x)=\frac{x-1}{(x+1)^2}$ لدينا : $f(x)=0$ تعني

$x-1=0$ و $(x+1)^2\neq 0$

$x=1$ $x\neq -1$

و إشارة: $f(x)$ هي:


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $(x+1)^2$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$ | | $-$ | ‖ | $-$ | | $+$ | |

14) $f(x)=-1+\dfrac{1}{(x+2)^2}$ لدينا : $f(x)=0$ تعني $\dfrac{-(x+2)^2+1}{(x+2)^2}=0$ أي $-1+\dfrac{1}{(x+2)^2}=0$

$-(x+2)^2+1=0$ و $(x+2)^2\neq 0$

$(x+2)^2=1$ ; $x\neq -2$

$x+2=1$ أو $x+2=-1$ ; $x\neq -2$

$x=-1$ أو $x=-3$ ; $x\neq -2$

و إشارة: $f(x)$ هي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-(x+2)^2+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $(x+2)^2$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{-(x+2)^2+1}{(x+2)^2}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

15) $f(x)=\dfrac{-x^3+5x^2-6x}{(x+3)^3}$ لدينا : $f(x)=0$ تعني

$-x^3+5x^2-6x=0$ و $(x+3)^3\neq 0$

$-x(x^2-5x+6)=0$ ; $x\neq -3$

$x=0$ أو $x=2$ أو $x=3$ ; $x\neq -3$

و إشارة: $f(x)$ هي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | |
| $x^2-5x+6$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $(x+3)^3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{-x^3+5x^2-6x}{(x+3)^3}$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

16) $f(x)=\dfrac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$ لدينا :

$f(x)=0$ تعني

$(x-3)(x^2-3x+2)=0$ و $(x+4)^3\neq 0$

$x-3=0$ أو $x^2-3x+2=0$ ; $x\neq -4$

$x=3$ أو $x=1$ أو $x=2$ ; $x\neq -4$

و إشارة: $f(x)$ هي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x^2-3x+2$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(x+4)^3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $\dfrac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$ | | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

للتواصل معنا:

**الفايسبوك: Rachidyahiyahi**

**فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)** للتواصل معنا:

**الفايسبوك: Rachidyahiyahi**

**فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**نشر الأسئلة تم يوم 31.08.2021**

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

## ❀ الواجب المنزلي رقم 02 : حول النهايات حسابيا.

### التمرين 01

احسب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2+5x+2$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3+7x+4x$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5}{\sqrt{x-2}}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-1}+3x+2$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x^2+2}{x-4}$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+2x+3}{2x^2+x+1}$

7) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} \dfrac{x+4}{3x-6}$

8) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}5} \dfrac{x+3}{-4x+20}$

9) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{-3x+1}{|x-2|}$

10) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x+1}{|x^2-3x+2|}$

11) $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{-2x+1}{(x-4)^2}$

12) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} \dfrac{4}{\sqrt{-3x+6}}$

13) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} \dfrac{4}{\sqrt{x^2-3x+2}}$

14) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}5} \dfrac{x+4}{x^2-11x+30}$

15) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}4} \dfrac{x+1}{-x^2+7x-12}$

### التمرين 02

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ .

① احسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف.

للتواصل معنا:
**الفايسبوك: Rachidyahiyahi**
**فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)**



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

## حل مقترح للواجب المنزلي رقم 02 : حول النهايات حسابيا

### التمرين 01

حساب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2+5x+2 = \lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2 = -\infty$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3+7x+4x = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5}{\sqrt{x-2}} = 0$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-1}+3x+2 = +\infty$

(لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-1} = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x+2 = +\infty$)

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x^2+2}{x-4} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 7x = +\infty$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+2x+3}{2x^2+x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{2x^2} = \dfrac{1}{2}$

7) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} \dfrac{x+4}{3x-6} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} x+4 &= 6 \\ \lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} 3x-6 &= 0^+ \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $3x-6$
لدينا $3x-6=0$ تعني $x=2$ ومنه إشارة $3x-6$ مدونة في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $3x-6$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

8) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} \dfrac{x+3}{-4x+20} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} x+3 & = 8 \\ \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} -4x+20 & = 0^- \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $-4x+20$
لدينا $-4x+20=0$ تعني $x=5$ ومنه إشارة $-4x+20$ مدونة في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-4x+20$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

9) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{-3x+1}{|x-2|} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 2} -3x+1 & = -5 \\ \lim\limits_{x \to 2} |x-2| & = 0^+ \end{cases}$$

10) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x+1}{|x^2-3x+2|} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1} x+1 & = 2 \\ \lim\limits_{x \to 1} |x^2-3x+2| & = 0^+ \end{cases}$$

11) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-2x+1}{(x-4)^2} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 4} -2x+1 & = -7 \\ \lim\limits_{x \to 4} (x-4)^2 & = 0^+ \end{cases}$$

12) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} \dfrac{4}{\sqrt{-3x+6}} = +\infty$

لأن: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} \sqrt{-3x+6} = 0^+$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

13) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} \dfrac{4}{\sqrt{x^2-3x+2}} = +\infty$

لأن: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} \sqrt{x^2-3x+2} = 0^+$

14) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 5} \dfrac{x+4}{x^2-11x+30} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 5} x+4 = 9 \\ \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 5} x^2-11x+30 = 0^+ \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $x^2-11x+30$
نحل المعادلة $x^2-11x+30=0$ لدينا $\Delta = (-11)^2-4(1)(30) = 1$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1 = 5$ و $x_2 = 6$ و اشارة $x^2-11x+30$ مدونة في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $5$ | | $6$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-11x+30$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

15) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 4} \dfrac{x+1}{-x^2+7x-12} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 4} x+1 = 5 \\ \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 4} -x^2+7x-12 = 0^- \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام
$-x^2+7x-12$ نحل المعادلة $-x^2+7x-12=0$ لدينا $\Delta = (7)^2-4(-1)(-12) = 1$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1 = 3$ و $x_2 = 4$ واشارة $-x^2+7x+-12$ مدونة في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x^2+7x+-12$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 02

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ .

✓ حساب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة التعريف.

نعلم أن: $\mathbb{R}-\{-1;1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ وبالتالي:

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$

3) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)=-\infty$

لأن:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} x^3+x^2-1=-1\\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} x^2-1=0^+\end{cases}$$

إشارة $x^2-1$ مدونة في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

4) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=+\infty$

لأن:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} x^3+x^2-1=-1\\ \lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} x^2-1=0^-\end{cases}$$

5) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} x^3 + x^2 - 1 = 1 \\ \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} x^2 - 1 = 0^- \end{cases}$$

6) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} x^3 + x^2 - 1 = 1 \\ \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} x^2 - 1 = 0^+ \end{cases}$$

للتواصل معنا:
**الفايسبوك: Rachidyahiyahi**
**فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)**


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**نشر الأسئلة تم يوم 17.09.2021**

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

## ❀ الواجب المنزلي رقم 03 : حول النهايات حسابيا (حالات عدم التعيين).

### التمرين 01

احسب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{3x-2}}{x+1}$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{3x-2}-x+5$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{-x-1}-x^2+1$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x^2$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4}$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$

10) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}$

11) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

12) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$

13) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$

14) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}$

15) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$

16) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

17) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(5x)}{7x}$

18) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-8}{x-2}$

### التمرين 02

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}$ .

① اكتب $|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم استنتج نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها.


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 03

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x^2-3x+2|}{x-1}$ .

① اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم احسب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها.


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

## ❀ الواجب المنزلي رقم 03 : حول النهايات حسابيا (حالات عدم التعيين).

### التمرين 01

حسب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{3x-2}}{x+1}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{+\infty}{+\infty}$ ومنه

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{3x-2}}{x+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}}{x(1+\frac{1}{x})}$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x}\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}}{\cancel{x}(1+\frac{1}{x})} = 0$$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{-\infty}{+\infty}$ ومنه

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x(5+\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{9-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{\cancel{x}(5+\frac{2}{x})}{-\cancel{x}\sqrt{9-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{5}{3}$$



قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{3x-2}-x+5$

ح ع ت من الشكل $\infty-\infty$ ومنه $+\infty$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} \sqrt{3x-2}-x+5 &= \lim_{x\to+\infty} |x|\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-x+5\\ &= \lim_{x\to+\infty} x\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-x+5\\ &= \lim_{x\to+\infty} x\left[\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-1+\frac{5}{x}\right]=-\infty\end{aligned}$$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{-x-1}-x^2+1$

ح ع ت من الشكل $\infty-\infty$ ومنه $+\infty$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \sqrt{-x-1}-x^2+1 &= \lim_{x\to-\infty} |x|\sqrt{\frac{-1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x^2+1\\ &= \lim_{x\to-\infty} -x\sqrt{-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x^2+1\\ &= \lim_{x\to-\infty} x\left[-\sqrt{-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x+\frac{1}{x}\right]=-\infty\end{aligned}$$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5$

ح ع ت من الشكل $\infty-\infty$ ومنه $+\infty$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5 &= \lim_{x\to-\infty} |x|\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+3x-5\\ &= \lim_{x\to-\infty} -x\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+3x-5\\ &= \lim_{x\to-\infty} x\left[-\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+3-\frac{5}{x}\right]=-\infty\end{aligned}$$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x$

ح ع ت من الشكل $\infty-\infty$ ومنه $+\infty$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x &= \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2+x+2}-2x\right)\left(\sqrt{4x^2+x+2}+2x\right)}{\sqrt{4x^2+x+2}+2x}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2+x+2-(2x)^2}{\sqrt{4x^2+x+2}+2x}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{x+2}{\sqrt{4x^2+x+2}+2x}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}+2x}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x}\left(1+\frac{2}{x}\right)}{\cancel{x}\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}+2\right)}=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x^2$

ح ع ت من الشكل $\infty-\infty$ ومنه $+\infty$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x^2 &= \lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2+x+2}-2x^2\\ &= \lim_{x\to-\infty}|x|\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x^2\\ &= \lim_{x\to-\infty}-x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x^2\\ &= \lim_{x\to-\infty}x\left[-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x\right]=-\infty\end{aligned}$$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4}$

ح ع ت من الشكل $+\infty-\infty$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty}\sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4} &= \lim_{x\to-\infty}|x|\sqrt{25-\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-|x|\sqrt{9+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}\\ &= \lim_{x\to-\infty}x\left[-\sqrt{25-\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}+\sqrt{9+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}\right]=+\infty\end{aligned}$$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$

ح ع ت من الشكل $+\infty-\infty$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+2}-\sqrt{x} &= \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{x+2-x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}=0\end{aligned}$$

10) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ نقوم بتحليل كلا من البسط والمقام نجد

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+2 & x-2 \\ \hline -x^2+2x & x-1 \\ \hline -x+2 & \\ x-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

أي: $x^2-3x+2=(x-2)(x-1)$

$$\begin{array}{r|l} x^2-x-2 & x-2 \\ \hline -x^2+2x & x+1 \\ \hline x-2 & \\ -x+2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

أي: $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

ومنه

$$\lim_{x\to2}\frac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{(x-2)}(x-1)}=3$$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

11) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\overset{<}{\to} -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}} &= \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-4}\times\sqrt{x^2-4}} \\ &= \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)\sqrt{x^2-4}}{x^2-4} \\ &= \lim_{x\to -2} \frac{\cancel{(x+2)}\sqrt{x^2-4}}{(x-2)\cancel{(x+2)}} \\ &= \frac{0}{-4} = 0\end{aligned}$$

12) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} &= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{(\sqrt{x-1}-1)(\sqrt{x-1}+1)} \\ &= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{\sqrt{x-1}^2-(1)^2} \\ &= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x-1}+1)}{\cancel{(x-2)}} \\ &= 2\end{aligned}$$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

13) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1} &= \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1})(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})}{(x-1)(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})}\\ &= \lim_{x\to 1}\frac{x+2-2x-1}{(x-1)(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})}\\ &= \lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(-x+1)}}{-\cancel{(-x+1)}(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})}\\ &= \lim_{x\to 1}\frac{1}{-(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})}\\ &= -\frac{1}{2\sqrt{3}}\end{aligned}$$

14) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{\sqrt{x-1}}{x-1} &= \lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{\sqrt{x-1}\times\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}(x-1)}\\ &= \lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{\cancel{(x-1)}}{\sqrt{x-1}\cancel{(x-1)}}\\ &= \lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{1}{\sqrt{x-1}} = +\infty\end{aligned}$$

لأن: $\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{x-1} = 0^+$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x} &= \lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{(x^2-x)(\sqrt{x+1}+1)}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{(x+1-1)}{x(x-1)(\sqrt{x+1}+1)}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{(x)}}{\cancel{(x)}(x-1)(\sqrt{x+1}+1)}\\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

16) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} &= \lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}\\ &= \lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}^2-(2)^2}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}\\ &= \lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x+1}+2)}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

17) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$

**طريقة 01:** نقوم بتحليل البسط نجد


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$\begin{array}{rr|l} x^3 & -8 & x-2 \\ \cline{3-3} -x^3+2x^2 & & x^2+2x+4 \\ \cline{1-1} 2x^2 & & \\ -2x^2+4x & & \\ \cline{1-1} 4x-8 & & \\ -4x+8 & & \\ \cline{1-1} 0 & & \end{array}$$

أي: $x^3-2=(x-2)(x^2+2x+4)$
ومنه

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}} = 12$$

**طريقة 02:** نستعمل العدد المشتق: بوضع $f(x)=x^3-8$ نجد $f(2)=0$ الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x)=3x^2$ أي: $f'(2)=3(2)^2=12$ ومنه

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2) = 12$$

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(5x)}{7x}$

نستعمل العدد المشتق: بوضع $f(x)=\sin(5x)$ نجد $f(0)=0$ الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x)=5\cos(5x)$ أي: $f'(0)=5\cos(0)=5$
ومنه

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)}{7x} = \frac{1}{7}\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)}{x} = \frac{1}{7}\times\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \frac{1}{7}\times f'(0) = \frac{5}{7}$$

## التمرين 02

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}$ .

① كتابة $|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة.

$$|x-2| = \begin{cases} -(x-2) & , \ x\in]-\infty;2] \\ x-2 & , \ x\in[2;+\infty[ \end{cases} \text{ أي } |x-2| = \begin{cases} -(x-2) & , \ x-2\leq 0 \\ x-2 & , \ x-2\geq 0 \end{cases}$$

وبالتالي


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{(x-2)}{x-2} & , \quad x\in]-\infty;2[\\ \dfrac{x-2}{x-2} & , \quad x\in]2;+\infty[\end{cases}$$

حساب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها.

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-(x-2)}{(x-2)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x}{x}=-1$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-2)}{(x-2)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x}=1$

3) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\dfrac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}=-1$

4) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\dfrac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}=1$

## التمرين 03

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x^2-3x+2|}{x-1}$ .

① كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة اولا ندرس إشارة $x^2-3x+2$ نحل المعادلة $x^2-3x+2=0$ لدينا $\Delta=(-3)^2-4(1)(2)=1>0$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1=1$ و $x_2=2$ واشارة $x^2-3x+2$ مدونة في الجدول التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-3x+2$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

وبالتالي:

$$|x^2-3x+2|=\begin{cases}-(x^2-3x+2) & , \quad x^2-3x+2\le 0\\ x^2-3x+2 & , \quad x^2-3x+2\ge 0\end{cases}$$

أي

$$|x^2-3x+2|=\begin{cases}-(x^2-3x+2) & , \quad x\in[1;2]\\ x^2-3x+2 & , \quad x\in]-\infty;1]\cup[2;+\infty[\end{cases}$$

وبالتالي:

$$f(x)=\frac{|x^2-3x+2|}{x-1}=\begin{cases}\dfrac{-(x^2-3x+2)}{x-1} & , \quad x\in]1;2]\\ \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & , \quad x\in]-\infty;1[\cup[2;+\infty[\end{cases}$$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

حساب نهايات $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها.

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$

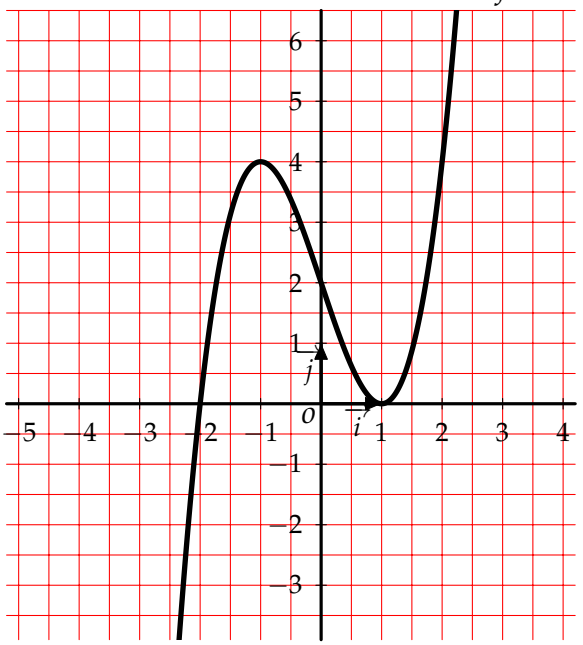
3) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x) = \lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = \lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} \dfrac{\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}} = -1$

4) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x) = \lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} \dfrac{-(x^2-3x+2)}{x-1} = \lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} \dfrac{-\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}} = 1$

❀ **الواجب المنزلي رقم 04 حول تعيين النهايات بيانيا و من جدول التغيرات + المستقيمات المقاربة.**

## التمرين 01

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} = ]-\infty;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 02

$f$ دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $0.5$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

① عين نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} = ]-\infty; +\infty[$$

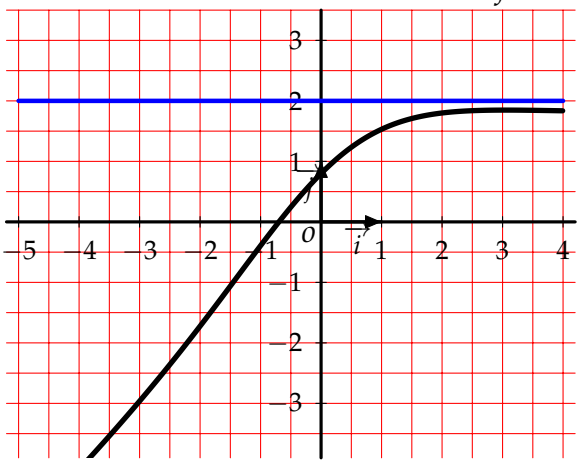
② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 03

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب الافقي لـ $(C_f)$

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} = ]-\infty;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 04

$f$ دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \| $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ |

① عين نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} = ]-\infty;+\infty[$$

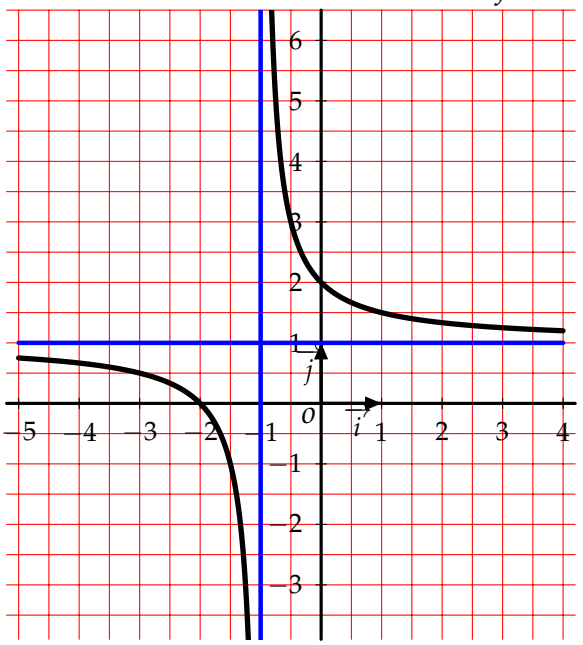
② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = +\infty$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 05

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} = ]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $-\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .

## التمرين 06

$f$ دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $1$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | ‖ | $+\infty$ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

① عين نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

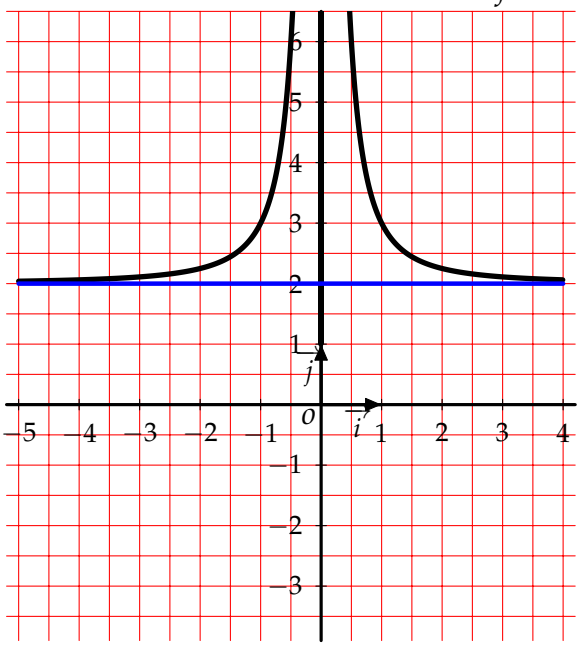
$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} = ]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$

## التمرين 07

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ واستنتج معادلات المستقيمات المقاربة لـ $(C_f)$

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} = ]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$ وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $-\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 08

$f$ دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $4$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ | $+\infty$ | $\searrow$ $0$ | $\searrow$ $-2$ |

① عين نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\} = ]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$$

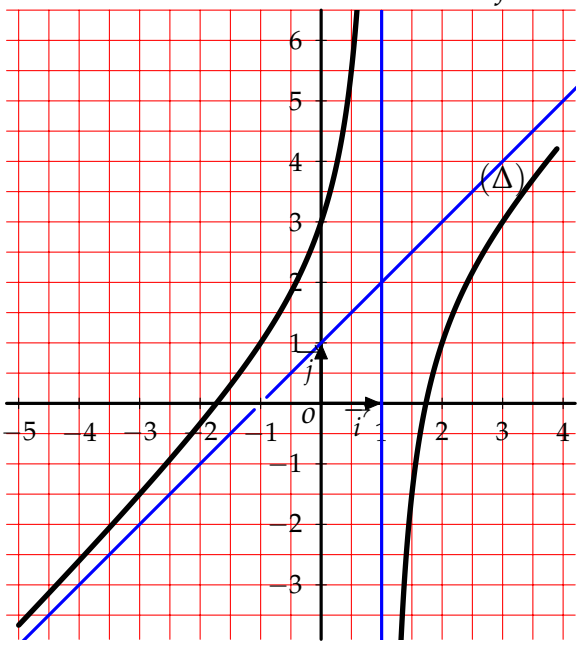
② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 4$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} f(x) = +\infty$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 09

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

③ مثل جدول تغيرات الدالة $f$.

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} = ]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .

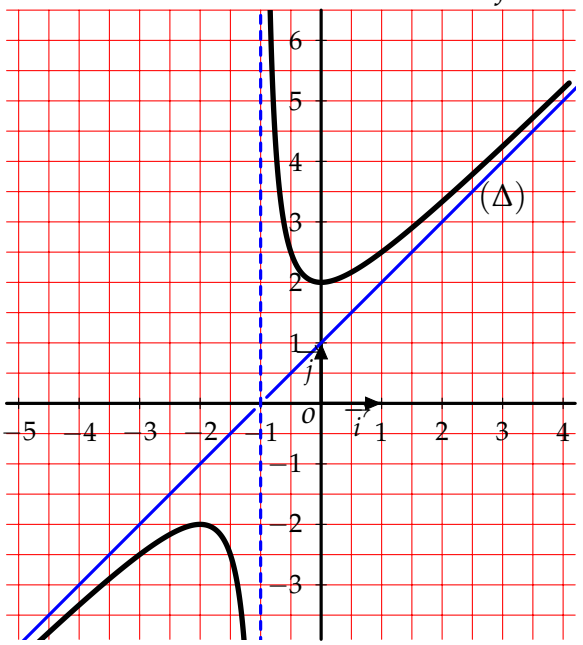
③ جدول تغيرات الدالة $f$.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\longrightarrow$ $+\infty$ | $-\infty$ | $\searrow$ | $+\infty$ |


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 10

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

③ مثل جدول تغيرات الدالة $f$.

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} = ]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .

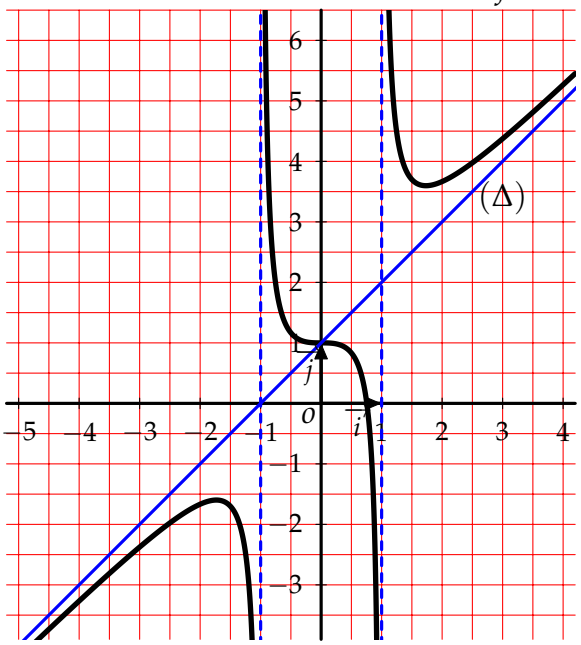
③ جدول تغيرات الدالة

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 11

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$.




**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1;1\} = ]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$$

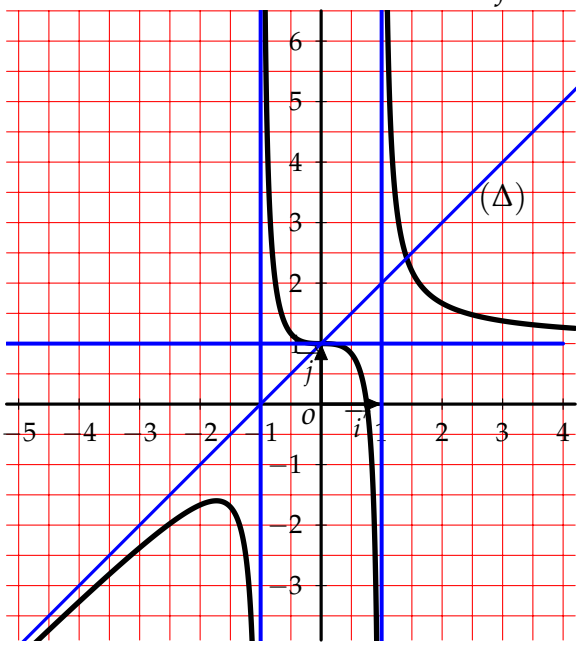
② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 12

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$.




نفس أسئلة التمرين 11.

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1;1\} = ]-\infty;-1[ \cup ]-1;1[ \cup ]1;+\infty[$$

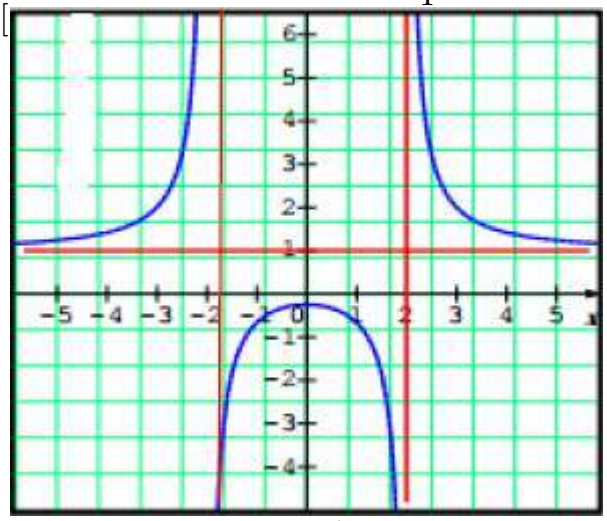
② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

## التمرين 13

الشكل اسفله يمثل $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$ حيث $f(0)=-\frac{1}{4}$ .



**باستعمال منحنى الدالة $f$**

① عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

② عين نهايات الدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا

③ مثل جدول تغيرات الدالة $f$.

**الجواب:**

① مجموعة تعريف الدالة $f$ هي:

$$D_f=\mathbb{R}-\{-2;2\}=]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة $f$

- $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$ وبالتالي $y=1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $-\infty$ .
- $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ وبالتالي $y=1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .
- $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2}f(x)=+\infty$ وبالتالي $x=-2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)=-\infty$ وبالتالي $x=-2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .
- $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}f(x)=-\infty$ وبالتالي $x=2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}f(x)=+\infty$ وبالتالي $x=2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$

③ جدول تغيرات الدالة $f$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $1$ | ↗ | $+\infty$ \| $-\infty$ | ↗ | $-\frac{1}{4}$ | ↘ | $-\infty$ \| $+\infty$ | ↘ | $1$ |


قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM