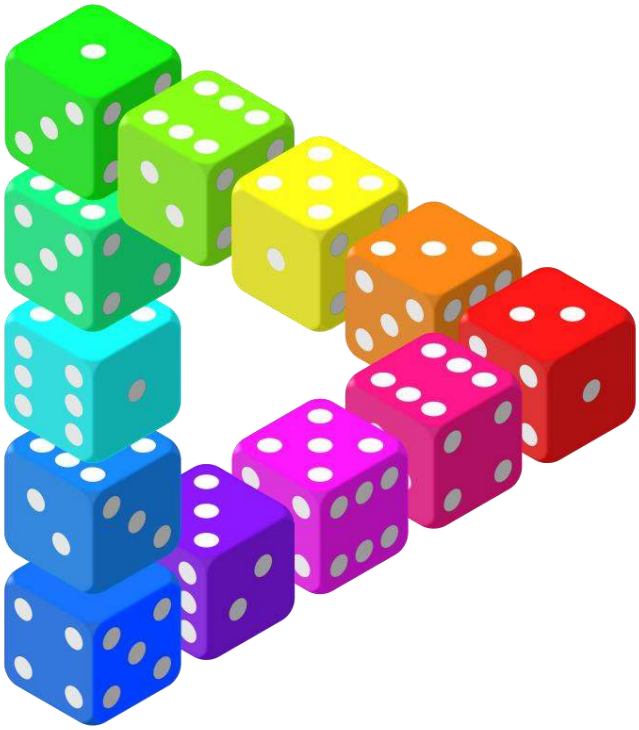
حلول تمارين الإحتمالات

في البكالوريا

◄الشعب العلمية



إعداد: خالد بخاخشة

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

التمارين

التمرين الأول [باك علوم تجريبية [2018][م1]

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .

نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ".

و B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

1) أ- أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ إحتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

بـ- بيّن أن : $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني [باك تقني رياضي [2018][م2]

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس .

I 1)أحسب إحتمال الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون " .

2)أحسب إحتمال الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون " .

II نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري).

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، و إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ،

و إذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه . و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

1) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$ ثم عرّف قانون إحتماله .

2) بيّن أن الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.

ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث [باك رياضيات [2018][م2]

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 3- ، 2 ، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ : 1- .

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

B : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .

C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

أ- عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون إحتماله .

بـ- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

جـ- أحسب إحتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

التمرين الرابع [باك علوم تجريبية [2019][م1]

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث :

A : "سحب كريتين من نفس اللون" ، B : "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

1) بيّن أن إحتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة B .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الخامس [باك علوم تجريبية [2019][م2]

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) بيّن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .

ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

التمرين السادس [باك تقني رياضي [2019][م1]

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . إختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .

(الكريات لا نفرّق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد.

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغيّر العشوائي X هي : أ) $\{1;2;3\}$ ب) $\{0;2;3\}$ جـ) $\{0;1;2\}$.

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$.

3) إحتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"

يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ب) $\frac{9}{10}$ جـ) $\frac{3}{5}$.

4) إحتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1"

يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{3}{10}$ جـ) $\frac{1}{5}$.

التمرين السابع [باك تقني رياضي [2019][م2]]

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ،4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة " .

B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

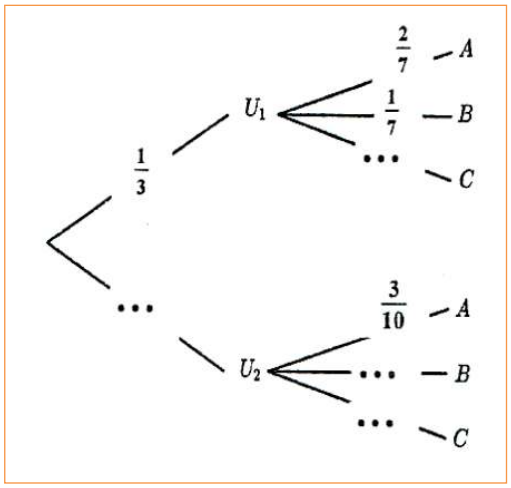
2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ ـ عيّن قيم المتغيّر العشوائي X ، ثم عرّف قانون إحتماله .

بـ ـ أحسب $P\left(X^2 - X \leq 0\right)$.

التمرين الثامن [باك رياضيات [2019][م2]]

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و ثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين . (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)



نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 .

و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ :

A : " سحب كريتين حمراوين " .

B : " سحب كريتين سوداوين " .

C : " سحب كريتين من لونين مختلفين " .

1) أنقل و أكمل شجرة الإحتمالات .

2) أحسب إحتمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ ـ عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .

بـ ـ عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E\left(X\right)$.

حلول مقترحة للتمارين

حل مقترح للتمرين الأول

عدد السحبات الممكنة هو: $C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\times 7!}=120$.

1) أ ـ حساب الإحتمالات :

A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني ". أي الحصول على ثلاثة ألوان الأبيض و الأحمر و الأخضر .

$$P(A)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_3^1}{120}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$$

B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

$$P(B)=\frac{C_5^3+C_4^3}{120}=\frac{14}{120}=\frac{7}{60}$$

بـ ـ تبيان أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$.

$P(A\cap B)$ هو إحتمال سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم و من ألوان مختلفة .

$$P(A\cap B)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1}{120}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$$

حساب الإحتمال الشرطي $P_A(B)$: $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{6}$.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{36}{120}+\frac{14}{120}-\frac{6}{120}=\frac{44}{120}=\frac{11}{30}$$.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

لدينا : $X\in\{0;1;2;3\}$.

$$P(X=0)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}\quad ،\quad P(X=1)=\frac{C_5^1\times C_5^2}{120}=\frac{50}{120}$$

$$P(X=2)=\frac{C_5^2\times C_5^1}{120}=\frac{50}{120}\quad ،\quad P(X=3)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}$$

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2	3
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

بـ ـ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{5}{12}+2\times\frac{5}{12}+3\times\frac{1}{12}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$$.

حل مقترح للتمرين الثاني

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس .

عدد السحبات الممكنة هو: $C_7^2=\frac{7!}{2!\times 5!}=21$.

I) حساب الإحتمالات :

1) الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون " .

$$P(A)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{3\times 4}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$$

2) الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون " .

$$P(B)=1-P(A)=\frac{3}{7}$$

II) X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α :

1) تبرير أن قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{100-\alpha,50-\alpha,-\alpha\}$

اللاعب يدفع αDA ويسحب كرتين في آن واحد .

الحصول على كرتين خضراوين ، الحصول على كرتين بيضاوين ، الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء .

الحصول على كرتين بيضاوين يربح $100DA$ ومنه $X=100-\alpha$.

الحصول على كرتين مختلفتين يربح $50DA$ ومنه $X=50-\alpha$.

الحصول على كرتين خضراوين يخسر ما دفعه ومنه $X=-\alpha$.

لدينا : $P(X=100-\alpha)=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$ ، $P(X=50-\alpha)=P(A)=\frac{12}{21}$ ، $P(X=-\alpha)=\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}$

قانون الإحتمال :

X	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

2) إثبات أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.

لدينا : $E(X)=(100-\alpha)\left(\frac{3}{21}\right)+(50-\alpha)\left(\frac{12}{21}\right)+(-\alpha)\left(\frac{6}{21}\right)$

و منه : $E(X)=\frac{300-3\alpha+600-12\alpha-6\alpha}{21}=\frac{-21\alpha+900}{21}$ أي : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.

- إيجاد أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب :

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X)>0$

أي : $-\alpha+\frac{300}{7}>0$ ومنه $\alpha<\frac{300}{7}$ ومنه $\alpha<42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي $42DA$.

حل مقترح للتمرين الثالث

عدد السحبات الممكنة هو: $C_9^4=\frac{9!}{4!\times 5!}=126$.

1) حساب الإحتمالات :

A : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

$$P(A)=\frac{C_5^4}{126}=\frac{5}{126}$$

B : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .

معناه إما واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر و الأخضر .

$$P(B)=\frac{C_1^1\times C_8^3+C_8^4}{126}=\frac{126}{126}=1$$

C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .

معناه : $\{-3;-1;2;2\}$ أو $\{-3;-1;1;3\}$.

و لدينا 4 كريات مرقمة بـ 2 و كرية مرقمة بـ -1 و كرية مرقمة بـ -3 و كرية مرقمة بـ 3 و كريتان مرقمتان بـ 1 .

و منه : $P(C)=\frac{C_1^1\times C_1^1\times C_4^2+C_1^1\times C_1^1\times C_1^1\times C_1^1}{126}=\frac{6+2}{126}=\frac{8}{126}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

2) أ- X هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

في الكيس 9 كريات من بينها 3 كريات خضراء و منه عندما نسحب 4 كريات فإما يتبقى 3 كريات خضراء أو كريتين خضراوين أو كرية واحدة خضراء أو لا تتبقى أية كرية خضراء. و منه $X \in \{0;1;2;3\}$.

ولدينا: $P(X=0)=\frac{C_3^3 \times C_6^1}{126}=\frac{6}{126}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^2 \times C_6^2}{126}=\frac{45}{126}$

$P(X=2)=\frac{C_3^1 \times C_6^3}{126}=\frac{60}{126}$ ، $P(X=3)=\frac{C_6^4}{126}=\frac{15}{126}$.

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2	3
$P(X=X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

بـ- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$E(X)=0\times\frac{6}{126}+1\times\frac{60}{126}+2\times\frac{45}{126}+3\times\frac{15}{126}=\frac{210}{126}=\frac{5}{3}$.

جـ- أحسب إحتمال الحادثة: "$X^2-X>0$":

$X^2-X>0$ معناه $X(X-1)>0$ أي $X \in \{2;3\}$ ومنه:

$P(X^2-X>0)=P(X=2)+P(X=3)=\frac{60}{126}+\frac{15}{126}=\frac{75}{126}=\frac{25}{42}$

عدد السحبات الممكنة: $C_{12}^2=\frac{12!}{2!(12-2)!}=66$.

1) تبيان أن إحتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$:

A: "سحب كريتين من نفس اللون"

$P(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{66}=\frac{10+21}{66}=\frac{31}{66}$

- حساب إحتمال الحادثة B:

B: "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

$P(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{66}=\frac{28+6}{66}=\frac{34}{66}=\frac{17}{33}$

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم؟

لدينا: $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ و $P(A\cap B)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_4^2}{66}=\frac{15}{66}$ ومنه $P_A(B)=\frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}}=\frac{15}{31}$.

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس.

لدينا: $X \in \{3;4;5\}$.

$P(X=3)=\frac{C_5^2}{66}=\frac{10}{66}$ ، $P(X=4)=\frac{C_5^1 \times C_7^1}{66}=\frac{35}{66}$ ، $P(X=5)=\frac{C_7^2}{66}=\frac{21}{66}$

قانون الإحتمال:

x_i	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

بـ- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=3\times\frac{10}{66}+4\times\frac{35}{66}+5\times\frac{21}{66}=\frac{275}{66}.$$

حل مقترح للتمرين الخامس

عدد السحبات الممكنة : $C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!(10-3)!}=120$.

1) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

لدينا : $X\in\{0;1;2;4;8\}$.

$P(X=0)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{120}=\frac{64}{120}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}$ ،

$P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_5^1}{120}=\frac{15}{120}$ ، $P(X=4)=\frac{C_5^2\times C_3^1}{120}=\frac{30}{120}$ ، $P(X=8)=\frac{C_5^3}{120}=\frac{10}{120}$.

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2	4	8
$P(X=X_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

ـ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\times\frac{64}{120}+1\times\frac{1}{120}+2\times\frac{15}{120}+4\times\frac{30}{120}+8\times\frac{10}{120}=\frac{231}{120}.$$

2) تبيان أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

A : "سحب ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا"

$$P(A)=\frac{C_7^3}{120}=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$$

3) عدد السحبات الممكنة $A_{10}^{2}=90$.

B : "سحب كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي"

C : "سحب كريتين تحملان رقمين جداؤهما زوجي"

$P(B)=\frac{2A_2^1\times A_3^1+2A_3^1\times A_5^1}{90}=\frac{42}{90}$ ، $P(C)=\frac{2A_3^1\times A_7^1+A_7^2}{90}=\frac{84}{90}$ ، $P(B\cap C)=\frac{A_7^2}{90}=\frac{42}{90}$

إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي :

$$P_C(B)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{42}{90}}{\frac{84}{90}}=\frac{42}{84}=\frac{1}{2}.$$

حل مقترح للتمرين السادس

إختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير .

عدد السحبات الممكنة : $C_5^3=\frac{5!}{3!(5-3)!}=10$.

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغيّر العشوائي X هي : جـ) $\{0;1;2\}$.

التبرير : الكيس به كريتين سوداوين و بالتالي إما نسحب كريتين سوداوين أو كرية سوداء واحدة أو لا نسحب أية كرية سوداء .

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو : ب) $E(X)=\frac{6}{5}$.

التبرير :

لدينا : $X \in \{0;1;2\}$.

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{10}=\frac{1}{10}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{10}=\frac{6}{10}$ ، $P(X=2)=\frac{C_3^1\times C_2^2}{10}=\frac{3}{10}$.

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

ـ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{3}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$.

3) إحتمال "الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة" يساوي : جـ) $\frac{3}{5}$.

التبرير :

نسمي B : "الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"

$$P(B)=\frac{C_1^1\times C_4^2}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

4) إحتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1" يساوي : أ) $\frac{2}{5}$.

التبرير :

يكون باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 ، إذا سحبنا ثلاث كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 .

$$\frac{C_1^1\times C_2^1\times C_2^1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

حل مقترح للتمرين السابع

عدد السحبات الممكنة : $C_9^3=\frac{9!}{3!(9-3)!}=84$.

1) حساب إحتمالات الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة" .

$$P(A)=\frac{C_4^1\times C_5^2}{84}=\frac{40}{84}=\frac{10}{21}$$

B : "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر" .

$$P(B)=\frac{C_5^3+C_4^1\times C_5^2+C_4^2\times C_5^1}{84}=\frac{80}{84}=\frac{20}{21}$$

ط 2 : $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_4^3}{84}=\frac{20}{21}$

C : "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية" .

$$P(C)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{1}{21}$$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

لدينا : $X \in \{0;1;2;3\}$.

$P(X=0)=\frac{C_4^3}{66}=\frac{4}{84}$ ، $P(X=1)=\frac{C_5^1\times C_4^2}{84}=\frac{30}{84}$ ، $P(X=2)=\frac{C_5^2\times C_4^1}{66}=\frac{40}{84}$ ، $P(X=3)=\frac{C_5^3}{84}=\frac{10}{84}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

قانون الإحتمال:

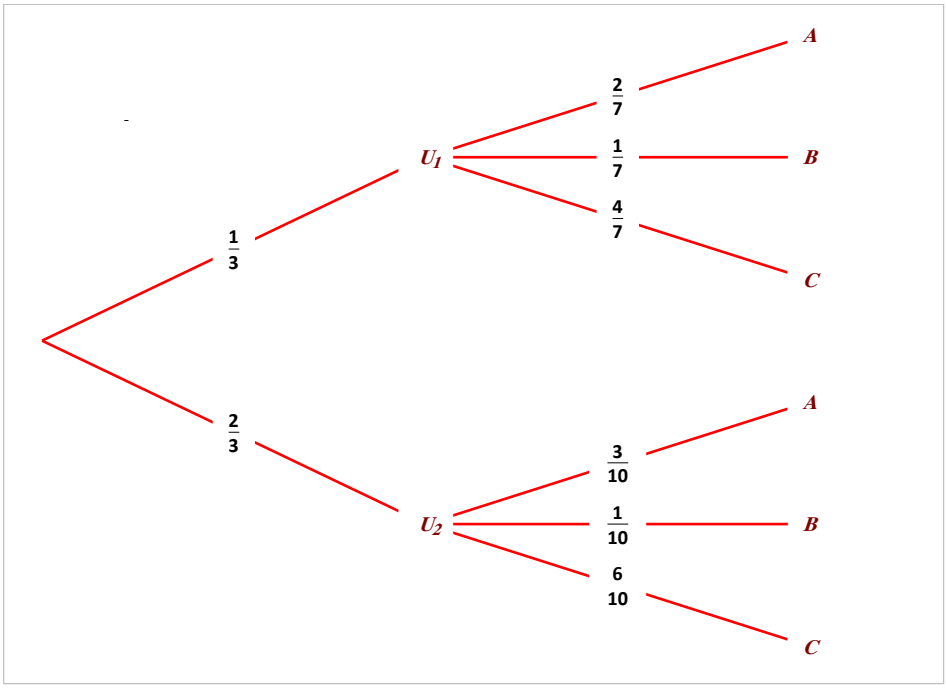
x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

بـ- حساب $P(X^2-X\leq 0)$.

$$P(X^2-X\leq 0)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$$

حل مقترح للتمرين الثامن

1) شجرة الإحتمالات .



2) حساب إحتمالات الأحداث A ، B و C .

لدينا : $p(A)=p(A\cap U_1)+p(A\cap U_2)$ ومنه : $p(A)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}$ أي : $p(A)=\frac{31}{105}$.

و $p(B)=p(B\cap U_1)+p(B\cap U_2)$ ومنه : $p(B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{10}$ أي : $p(B)=\frac{4}{35}$.

و $p(C)=p(C\cap U_1)+p(C\cap U_2)$ ومنه : $p(C)=\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$ أي : $p(C)=\frac{62}{105}$.

المتغيّر العشوائي X يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ- قيم المتغيّر العشوائي X هي : $\{0;1;2\}$.

بـ- قانون الإحتمال للمتغيّر X :

لدينا : $p(X=0)=p(B)=\frac{4}{35}$ ، $p(X=1)=p(C)=\frac{62}{105}$ و $p(X=2)=p(A)=\frac{31}{105}$.

X_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$

4) حساب الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{12}{105}+1\times\frac{62}{105}+2\times\frac{31}{105}=\frac{124}{105}$.

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM