# سلسلة رقم 03 التحضير الجيد للبكالوريا

إعداد الأستاذة عون الله .ص

التمرين الأول:

أحسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالية مبيّناً المجموعة التي تجرى الحسابات عليها .

أ- $f(x)=\frac{x+1}{x^2+1}$ ب- $f(x)=\frac{x^2-4x-3}{x^2+x+3}$.

جـ- $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x}}$ د- $f(x)=\left(x+\frac{1}{x}\right)\sqrt{x}$.

التمرين02:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+3}$

1-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}$

2-استنتج أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند 1 مبينا $f'(1)$.

3-فسر هندسيا النتيجة التي تحصلت عليها.

التمرين 03:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+4$

1-أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند '0'.

2-فسر هندسيا النتيجة التي تحصلت عليها.

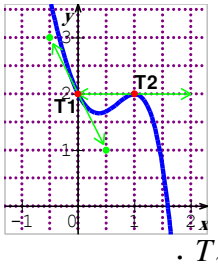
التمرين04:

f دالة قابلة للإشتقاق عند 1- حيث : $f'(-1)=2$

علما أن المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامدومتجانس يمر بالنقطة $A(-1;-3)$

-أكتب معادلة للمستقيم $(\Delta)$ مماس هذا المنحنى عند النقطة A.

التمرين 05:




إليك التمثيل البياني لدالة $f$ ، $T_1$ و $T_2$ مماسان له .

1) حدد القيم التالية : $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(1)$ .

2) أكتب معادلة لكل من المستقيمين $T_1$ و $T_2$ .

التمرين06:

أثبت صحة الخواص التالية لكل دالة من الدوال التالية ثم استنتج التفسير الهندسي لكل نتيجة:

1/ الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=x^2cosx$.

-بين أن الدالة f زوجية.

2/ الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-4x$

-بين أن الدالة g فردية.

3/ الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=sin(3x)+2026$

-بين أن الدالة h دورية ودورها $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

التمرين07:

نعتبر الدالة $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$بـ :

$f(x)=\frac{1}{x}+\sqrt{x}$ .

1) برهن أنه من أجل $h\neq 0$ ،

$\frac{f(1+h)-2}{h}=\frac{h^2+3h+3}{(1+h)\sqrt{1+h}+1}-2$ .

2) بيّن أنّ الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند 1 .

التمرين08:

في كل حالة من الحالات المقترحة أدناه ، برّر أنّ الدالة $f$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم أعط عبارة مشتقتها .

مع اعتبار $x$ و $m$ عددان حقيقيان .

أ- $f(x)=x^5+\frac{1}{2}x^4-3x^3+x^2+4x-6$.

ب- $f(x)=\frac{2x^3+x^2-4x-6}{4}$ .

جـ- $f(x)=2mx^3+3m^3x^2-m^2x+m-2$.

د- $f(m)=2mx^3+3m^3x^2-m^2x+m-2$

التمرين09:

فيما يلي أحسب الدالة المشتقة للدالة f على المجال المعطى في كل حالة:

أ- $D=\mathbb{R}$ ؛ $f(x)=x+x\cos x$ .

ب- $D=\mathbb{R}$ ؛ $f(x)=\sin x\cos x$ .

جـ- $D=\mathbb{R}^*$ ؛ $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ .

د- $D=]0;\pi[$ ؛ $f(x)=\frac{1}{\sin x}$ .

هـ $D=\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ ؛ $f(x)=\frac{\sin x}{\cos x}$ .

و- $D=\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ ؛ $f(x)=\frac{\cos x}{-1+\sin x}$

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM

**التمرين10:**

المستوي منسوب إلى معلم .

$f$ ، $g$ و $h$ دوال معرفة كالتالي :

$f(x)=x^2-3x+4$ معرفة على $\mathbb{R}$ .

$g(x)=1+\frac{1}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$ .

$h(x)=-4x+6\sqrt{x}$ معرفة على $[0;+\infty[$ .

برهن أنّ منحنيات هذه الدوال تقبل نفس المماس عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

**التمرين 11:**

في كل من الحالات التالية ، أحسب الدوال المشتقة المتتابعة الأولى ، الثانية والثالثة للدالة $f$ مبيّناً في كل مرّة المجموعة التي تجرى عليها الحساب .

أ - $f(x)=2x^3-x^2+5x-1$ .

ب - $f(x)=x\sqrt{x}$ .

جـ - $f(x)\frac{1}{2x-1}$

**التمرين12:**

$f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\cos x$ .

أ )عيّن $f'$ ، $f''$ ، $f^{(3)}$ و $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة $f$ .

ب) أعط تخميناً ، حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم $n$ ، لعبارة $f^{(n)}(x)$

**التمرين 13:**

$f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ :

$f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$ .

1) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ،

$\sqrt{1+x^2}\times f'(x)=f(x)$ .

2) استنتج أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ،

$(1+x^2)f''(x)+xf'(x)-f(x)=0$ .

**التمرين 14:**

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-2x+5$

حيث $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1-أكتب معادلة المستقيم $(\Delta_1)$ مماس منحى الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 0

2-بين أنه يوجد مماسين $(\Delta_2)$ و $(\Delta_3)$ عند النقطتين ذاتا الترتيبة 5.

3-بين أنه يوجد مماس $(\Delta_4)$ أفقي لمنحنى الدالة f (معامل توجيهه معدوم) يطلب تعيين معادلته.

4-بين أنه يوجد مماس لمنحنى الدالة f يوازي المستقيم ذو المعادلة : $y=6x-1$.

5-بين أنه يوجد مماسان $(\Delta_5)$ و $(\Delta_6)$ لبيان الدالة f يشملان النقطة $A(0;-11)$ يطلب كتابة معادلةكل منهما.

**التمرين15:**

$f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-1$ .

1) أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$ ، من أجل $x\in\mathbb{R}$.

2) أ - استنتج إشارة $f'(x)$ .

ب - أنجز جدول تغيرات الدالة $f$ .

**التمرين16:**

الدوال المقترحة أدناه معرفة على $\mathbb{R}$ ؛ المطلوب حساب الدالة المشتقة لكل منها .

أ ) $f(x)=(x^2+2x-3)^3$ .

ب) $g(x)=(2x^2+x-1)^4$ .

ج) $h(t)=(t^3-t+1)^5$ . د) $t(u)=\frac{1}{(u^2+3)^8}$ .

**التمرين 17:**

$\mathcal{C}_f$ هو التمثيل البياني ، في معلم متعامد ومتجانس ، للدالة $f$ معرفة على $\Re$ بـ $f(x)=\sqrt{4x^2+3}$ .

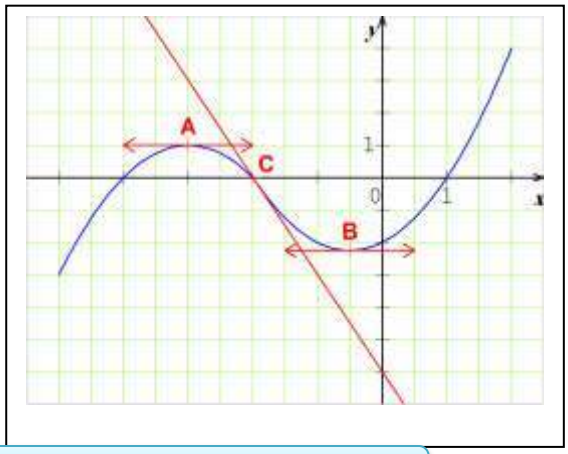
أ ) برهن أنّ محور التراتيب هو محور تناظر للمحني $\mathcal{C}_f$ .

ب) أحسب الدالة المشتقة للدالة $f$ . أنشئ جدول تغيرات الدالة $f$ على المجال $[0;+\infty[$.

ج) برهن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=2x$ هو مقارب للمنحي $\mathcal{C}_f$ بجوار $+\infty$.

د) أرسم المنحني $\mathcal{C}_f$ ومستقيمه المقارب .

**التمرين 18:**



المنحني البياني $\mathcal{C}_f$ اعلاه هو لدالة $f$ قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها

. عين مجموعة تعريف الدالة $f$ .

2. بقراءة بيانية عيّن العدد المشتق للدالة $f$ عند كل من $-\frac{1}{2}$ ،

$-3$ و $-2$ علماً أنّ ترتيب النقطة $B$ هو $-\frac{9}{4}$.

4.استنتج معادلات المماسات للمنحني $\mathcal{C}_f$ عند $A$ ، $B$ و $C$.

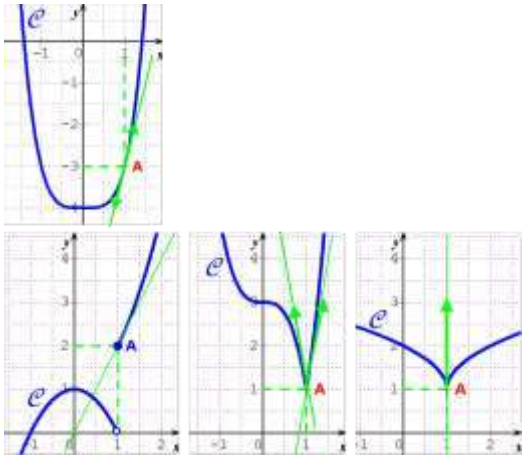
5-. هل توجد مماسات أخرى للمنحني $\mathcal{C}_f$ موازية لمماسه عند النقطة $C$ ؟

## التمرين 19

في كل حالة $\mathcal{C}$ هو التمثيل البياني لدالة $f$ و $A$ نقطة من $\mathcal{C}$ فاصلتها 1.

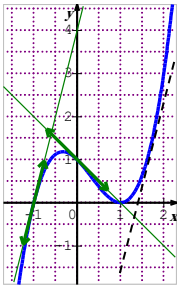
أ ) هل الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند 1؟

ب) عين العدد المشتق في حالة وجوده.



## التمرين 20:

في الشكل المقابل ، $\mathcal{C}_f$ هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس لدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ؛ والمماسان لـ $\mathcal{C}_f$ عند نقطتيه $A$ و $B$ ، فاصلتيهما $-1$ و $0$.



1) بقراءة بيانية ، عيّن القيّم $f(-1)$ ،

$f(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(-1)$ ، $f'(0)$ و $f'(1)$ .

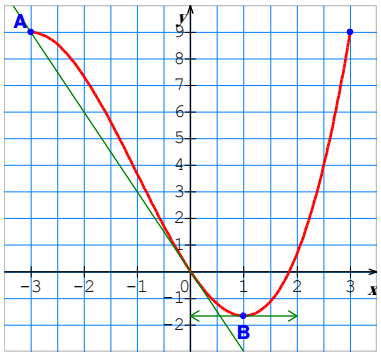
2) حل بينيا ، في المجال $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$ :

أ ) المعادلة $f(x)=0$ .

ب) المعادلة $f'(x)=-1$.

ج) المتراجحة $f'(x)\geq 4$

## التمرين 21:



الشكل الموالي هو التمثيل البياني $\mathcal{C}$ لدالة $f$ معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$

المنحني $\mathcal{C}$ يحقق الشروط التالية :

يمر بمبدأ المعلم $O$ ، و يشمل النقطة $A(-3;9)$ ، يقبل في النقطة $B$ التي فاصلتها 1 مماسا أفقيا و يقبل المستقيم $(OA)$ كمماس عند النقطة $O$ .

1. ما هو معامل توجيه المستقيم $(OA)$؟

2.نفرض أن $f$ معرفة على $[-3;3]$ بـ:

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

حيث $a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ أعداد حقيقية .

أ- بين باستعمال الشروط السابقة أن :

$a=\frac{1}{3}$ ، $b=1$ ، $c=-3$ و $d=0$

ب-حلل $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم ارسم جدول تغيراتها.

3-هل الدالة f مستمرة على المجال $]-1;1[$؟ برر إجابتك

4-بين أن المعادلة : $f(x)=3$ تقبل على الأقل حلا في المجال $]-1;1[$

5-ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد

وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$.

ومن يطلب العلا من غير كد

أضاع العمر في طلب المحال

إعداد الأستاذة عون الله.ص

قلم الجزائر
WWW.DZPEN.COM